



**Trajétórias Hipotéticas de Aprendizagem e sua  
Interlocução com os Conhecimentos Didático-Matemáticos  
para o Ensino da Matemática:  
desafios e possibilidades vivenciadas por uma professora  
pesquisadora**

Glaucia Marins Moreira

São Paulo  
2022

GLAUCIA MARINS MOREIRA

**Trajétórias Hipotéticas de Aprendizagem e sua  
Interlocução com os Conhecimentos Didático-Matemáticos  
para o Ensino da Matemática:  
desafios e possibilidades vivenciadas por uma professora  
pesquisadora**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro

São Paulo  
2022

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

**Catálogo na fonte**  
**Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo**  
**Dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

m835t      Moreira, Glaucia Marins  
Trajetórias hipotéticas de aprendizagem e sua interlocução com os conhecimentos didático-matemáticos para o ensino da matemática: desafios e possibilidades vivenciadas por uma professora pesquisadora / Glaucia Marins Moreira. São Paulo: [s.n.], 2022.  
113 f.  
  
Orientador: Rogério Marques Ribeiro  
  
Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2022.  
  
1. Formação de Professores. 2. Educação Matemática Crítica. 3. Prática Reflexiva. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.  
  
CDD 510

GLAUCIA MARINS MOREIRA

Trajétórias Hipotéticas de Aprendizagem e sua Interlocução com os Conhecimentos Didático-  
Matemáticos para o Ensino da Matemática:  
desafios e possibilidades vivenciadas por uma professora pesquisadora

Dissertação apresentada e aprovada em 24  
de junho de 2022 como requisito parcial  
para obtenção do título de Mestre em  
Ensino de Ciências e Matemática.

A banca examinadora foi composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro  
IFSP – *campus* São Paulo  
Orientador e Presidente da Banca

Prof. Dr. Ênio Freire de Paula  
IFSP – *campus* Presidente Epitácio  
Membro da Banca

Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti  
Universidade Federal UFOP  
Membro da Banca

## AGRADECIMENTOS

Desejo exprimir os meus agradecimentos a todos aqueles que, de alguma forma, permitiram que esta dissertação se concretizasse.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro, por todo ensinamento, diálogo e incentivo.

Aos membros da Banca de Qualificação, composta pelo presidente da Banca, o Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro do IFSP/Campus São Paulo, pelo Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti, da UFOP, e pelo Prof. Dr. Ênio Freire de Paula, do IFSP/Campus Presidente Epitácio, pelas relevantes contribuições para o resultado deste trabalho.

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo e a todos os docentes e discentes do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – ENCiMA – IFSP.

Ao Diretor Renato Costa e a todos os meus colegas da escola Etec Abdias do Nascimento, pelas trocas de conhecimento e trabalho em equipe.

Ao meu pai Luiz Tomaz Moreira (*in memoriam*) e à minha mãe Merilu Marins Moreira, por todo apoio incondicional. Sempre foram meu eixo, sem vocês nada disso seria possível. Amo muito vocês!

Aos meus amados filhos, Mauricio e Ludmilly Mikaella, por todo apoio, parceria e incentivo em todos os nossos projetos em família.

A minha tia Lana e meu primo Dalton, por todo suporte e entendimento; os quais foram fundamentais para a conquista dos meus objetivos

À toda minha família pela compreensão na ausência do grupo de WhatsApp; e mesmo assim continuam mandando boas vibrações todos os dias. Amo todos vocês!

Ao futuro publicitário Mauricio Marins Moreira que auxiliou no design do meu produto educacional, com muito profissionalismo e carinho.

Aos meus amigos Júlio Cesar da Silva, Jefferson Nobre, Adriana, Lígia, Juliana, Maria Aparecida (Cícera), Célio Assunção, Elida, Cátia, Celina, Fernando da Mata, Marcelo, Daniela e Lorena, por todas as experiências vividas com cada um deles.

À Lua de Mel, Lilica e Gaya, que estão representando os outros membros da família, por meio de suas brincadeiras e alegrias contagiantes.

À todos os meus alunos, e em especial aos alunos do 2º ano do Ensino Médio Integrado ao Técnico de Administração que participaram dessa pesquisa.

“Há três caminhos para o fracasso: não ensinar o que sabe, não praticar o que ensina e não perguntar o que se ignora”.

Mario Sérgio Cortella

“Nada é tão grande que não possa ser alcançado, e nada é tão pequeno que não seja importante”.

Allan Kardec

MOREIRA, Glaucia Marins. **Trajетórias Hipotéticas de Aprendizagem e sua Interlocução com os Conhecimentos Didático-Matemáticos para o Ensino da Matemática: desafios e possibilidades vivenciadas por uma professora pesquisadora**. 2022. 113 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo. São Paulo, 2022.

## RESUMO

Este estudo teve, como objetivo, investigar e analisar os desafios e possibilidades de uma professora pesquisadora durante a elaboração e o desenvolvimento de uma trajetória hipotética de aprendizagem (THA) junto a uma turma de estudantes do Ensino Técnico Integrado à Administração. As ações e reflexões da professora pesquisadora, durante a elaboração e aplicação das tarefas articuladas com a THA, foram analisadas a partir dos conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por ela, considerando o modelo do Conhecimento Didático-Matemático, proposto por Juan D. Godino. Trata-se de uma investigação de natureza qualitativa, do tipo pesquisa-ação, cujos dados foram produzidos por meio do registro em áudio das aulas ministradas e pelo uso do caderno de anotações. Pode-se concluir que essa investigação possibilitou a identificação de diferentes desafios vivenciados pela professora pesquisadora em sua prática docente na elaboração e no desenvolvimento da THA, mas também possibilitou identificar as contribuições que essa ação trouxe para a prática docente dela. Destaca-se que a partir das reflexões realizadas pela professora pesquisadora, foi elaborado, como Produto Educacional, um material que é caracterizado como um relatório reflexivo. Tem-se a expectativa de que este material possa contribuir para reflexões no campo da formação de professores, a partir das reflexões ali destacadas acerca dos caminhos trilhados durante a realização de uma pesquisa-ação para a construção da dissertação, elaborada no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do IFSP/Campus São Paulo.

**Palavras-chave:** Formação de Professores. Educação Matemática Crítica. Prática Reflexiva.



MOREIRA, Glauca Marins. **Hypothetical Learning Trajectories and their Interlocution with Didactic-Mathematical Knowledge for Mathematics Teaching: challenges and possibilities experienced by a researcher teacher**. 2020. Master's thesis (master's in science and Mathematics Teaching) – Federal Institute of Education, Science and Technology of São Paulo. São Paulo, 2020.

## ABSTRACT

This study aimed to investigate and analyze the challenges and possibilities of a researcher teacher during the elaboration and development of a hypothetical learning trajectory (THA) with a group of students from Technical Education Integrated to Administration. The actions and reflections of the researcher teacher, during the elaboration and application of the tasks articulated with the THA, were analyzed from the didactic-mathematical knowledge mobilized by her, considering the model of Didactic-Mathematical Knowledge, proposed by Juan D. Godino. This is an investigation of a qualitative nature, of the action research type, whose data were produced through the audio recording of the classes taught and the use of the notebook. It can be concluded that this investigation made it possible to identify different challenges experienced by the researcher teacher in her teaching practice in the elaboration and development of the THA, but also made it possible to identify the contributions that this action brought to her teaching practice. It is noteworthy that from the reflections carried out by the researcher teacher, a material that is characterized as a reflective report was prepared as an Educational Product. It is expected that this material can contribute to reflections in the field of teacher training, from the reflections highlighted there about the paths taken during the realization of an action research for the construction of the dissertation, elaborated within the scope of the Program of Professional Master's in Science and Mathematics Teaching at IFSP/São Paulo Campus.

**Keywords:** Teacher Training. Critical Mathematics Education. Reflective Practice.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	12
1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	18
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	20
2.1 ALFABETIZAÇÃO FINANCEIRA, EDUCAÇÃO FINANCEIRA E MATEMÁTICA FINANCEIRA.....	20
2.2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA.....	24
2.3 TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM.....	27
2.4 FORMAÇÃO DE PROFESSORES.....	30
2.4.1. DIMENSÃO MATEMÁTICA.....	34
2.4.2. DIMENSÃO DIDÁTICA.....	34
3. PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS.....	37
3.1. CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	37
3.2. A PESQUISA-AÇÃO.....	38
3.3. CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO.....	40
3.4. INSTRUMENTOS PARA A PRODUÇÃO DE DADOS.....	41
4. REFLEXÕES E ANÁLISES SOBRE AS AULAS MINISTRADAS.....	42
4.1. INTRODUÇÃO.....	42
4.2. DESCREVENDO E ANALISANDO A AULA 01.....	44
4.3. ANALISANDO OS CONHECIMENTOS DIDÁTICOS-MATEMÁTICOS MOBILIZADOS.....	48
4.4. DESCREVENDO E ANALISANDO A AULA 02.....	49
4.5. ANALISANDO OS CONHECIMENTOS DIDÁTICOS-MATEMÁTICOS MOBILIZADOS.....	55
4.6. DESCREVENDO E ANALISANDO A AULA 03.....	56
4.7. ANALISANDO OS CONHECIMENTOS DIDÁTICOS-MATEMÁTICOS MOBILIZADOS.....	62
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	64
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	66
APÊNDICE A: PRODUTO EDUCACIONAL.....	70
APÊNDICE B: TCLE.....	102
APÊNDICE C: TALE.....	105
APÊNDICE D: QUESTIONÁRIO.....	107

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1: TÍTULOS DA REVISÃO DE LITERATURA .....	18
QUADRO 2: AMBIENTES DE APRENDIZAGEM .....	26
QUADRO 3: CICLO DE ENSINO DE MATEMÁTICA .....	29

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: RESPOSTA À PERGUNTA 1 DO QUESTIONÁRIO .....	50
FIGURA 2: RESPOSTA À PERGUNTA 1 DO QUESTIONÁRIO .....	51
FIGURA 3: RESPOSTA À PERGUNTA 1 DO QUESTIONÁRIO .....	51
FIGURA 4: RESPOSTA À PERGUNTA 5 DO QUESTIONÁRIO .....	52
FIGURA 5: RESPOSTA À PERGUNTA 5 DO QUESTIONÁRIO .....	53
FIGURA 6: RESPOSTA À PERGUNTA 6 DO QUESTIONÁRIO .....	54
FIGURA 7: RESPOSTA À PERGUNTA 6 DO QUESTIONÁRIO .....	54
FIGURA 8: RECORTE DO JORNAL DO NEGÓCIO .....	60



## INTRODUÇÃO

O interesse em elaborar esta pesquisa surgiu a partir da minha vivência em sala de aula, ministrando a disciplina de matemática, e, particularmente, ao abordar o tópico de Matemática Financeira para os estudantes do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio em uma instituição pública da cidade de São Paulo. Ao longo dessa vivência, foi possível observar a falta de interesse dos estudantes, tanto pelas discussões que ocorriam envolvendo Matemática Financeira quanto pelos conteúdos específicos da disciplina, como juros simples, juros compostos e taxa de juros.

Essa falta de interesse sempre me causou uma inquietação, uma vez que compreendo que conteúdos matemáticos como esses são necessários a uma grande diversidade de situações específicas de matemática, assim como servem como suporte à outras áreas do conhecimento, contribuindo para que os estudantes enfrentem situações da vida cotidiana, em particular quando se considera a importância de um conhecimento que contribua para a criticidade deles.

Ao ingressar no mestrado, e tendo em conta a possibilidade de investigar novas abordagens para se discutir conteúdos de Matemática Financeira nas turmas em que atuo, passei a me dedicar à leitura dos trabalhos publicados na área de Educação Matemática e que estão articulados com a investigação realizada. Assim, a revisão da literatura se configurou como um momento imprescindível para a elaboração desta pesquisa, haja vista sua contribuição para o delineamento dela.

A realização dessa revisão também me permitiu constatar a falta de clareza entre importantes conceitos, como Alfabetização Financeira<sup>1</sup> e Educação Financeira. Particularmente, considero que as discussões que envolvem esses dois conceitos precisam estar presentes na escola e, de forma mais particular, nas turmas do Ensino Médio.

Diante dessas constatações e inquietações, e considerando a importância de que conteúdos matemáticos como juros simples, juros compostos e taxa de juros sejam abordados em sala de aula como forma de contribuir para a criticidade do estudante, esta pesquisa buscou promover uma discussão desses conteúdos matemáticos como forma de conduzir o estudante à construção do conhecimento e o desenvolvimento de sua criticidade em relação a situações que envolvem a Alfabetização Financeira.

---

<sup>1</sup>Alfabetização Financeira deve ser entendida como uma combinação de consciência, de conhecimento, de habilidade, de atitude e de comportamento, a qual permite que o indivíduo possa tomar uma decisão financeira mais consciente (OCDE, 2010).

Os estudos acerca da importância da Alfabetização Financeira mostram a preocupação de importantes pesquisadores, como Baroni (2021); Rosa e Orey (2021); Hartmann (2019) para que esta se traduza em uma discussão necessária na educação básica, promovendo, inclusive, uma formação mais humana, e não somente tecnicista ou utilitarista.

Nesse sentido, corrobora-se a afirmativa de Bugarin (2013, p. 41) que, a partir da análise descritiva dos dados de seu estudo, concluiu que

aquelas pessoas que possuem um maior grau de instrução financeira têm de fato um comportamento diferente (e mais positivo) com suas finanças pessoais: possuem menos dívidas, acumulam mais reservas financeiras e agem mais racionalmente diante de situações de pânico.

O resultado da pesquisa realizada por esse autor vai ao encontro dos pensamentos de Campos, Teixeira e Coutinho (2015), quando esses afirmam que a Educação Financeira se alinha com a ideia de educação para a cidadania ao contribuir para o desenvolvimento de uma postura mais ativa por parte das pessoas nas questões financeiras, podendo promover melhoria na qualidade de vida.

Ao se considerar o panorama descrito, destaca-se que esta dissertação se desenvolveu sobre uma base composta por três eixos que se articulam. O primeiro trata da problematização que envolve Educação Financeira, Matemática Financeira e Alfabetização Financeira. Essa discussão se apresenta necessária nesta investigação, haja vista a tênue diferença entre suas definições e sua importância tanto para o planejamento da prática pedagógica da professora pesquisadora<sup>2</sup> quanto para a construção e desenvolvimento da criticidade pelos estudantes.

O segundo eixo diz respeito ao significado de crítica, na perspectiva discutida no âmbito da Educação Matemática Crítica. Observa-se que esse termo aparece em contextos variados, e com diferentes fundamentações teóricas, portanto, a explicitação do entendimento sobre seu significado se mostra importante para a pesquisa.

O terceiro eixo trata das Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA). Segundo Simon (1995), as THA consistem em um estabelecimento de objetivos para a aprendizagem dos estudantes, tanto por meio de tarefas matemáticas para promover a aprendizagem quanto pelo levantamento de hipóteses sobre o processo de aprendizagem deles.

---

<sup>2</sup> O termo professora pesquisador será utilizado para se referir à própria autora deste trabalho, haja vista que o trabalho é caracterizado como uma pesquisa sobre a prática pedagógica da autora.



A partir do estudo desses três eixos e da relação que se construiu com os dados coletados, a pesquisa se desenvolveu norteada pelas questões e objetivos que são elencados a seguir.

### **Questões que fomentam a pesquisa**

Para autores como Ramos (2001), é muito importante que a escola esteja sempre pronta para se mostrar capaz de contribuir para os novos cenários que se apresentam, reestruturando suas práticas, e norteando-as pela responsabilidade de preparar os educandos para os desafios impostos pela sociedade, possibilitando a apropriação de conhecimentos que contribuam para que as tomadas de decisões sejam realizadas fundamentadas por concepções construídas de forma alicerçada.

Problematizações, como essas evidenciadas, vão ao encontro das preocupações e inquietações destacadas anteriormente, e contribuem para a finalidade da pesquisa, a qual envolve discussões sobre Alfabetização Financeira, e que tem como objetivo contribuir para a formação crítica dos estudantes em relação à tomada de decisões, a partir de conceitos presentes na Matemática Financeira.

De acordo com Santos (2007), o conhecimento de conteúdos matemáticos que estão implicados em atividades financeiras, como os cálculos dos juros simples e compostos, as capitalizações e amortizações de dívidas, investimentos e financiamentos é, certamente, uma forma oportuna de dar significados a diversos conteúdos da Matemática Financeira, como razões, proporções, porcentagens, funções e progressões.

Ao ponderar essas discussões, e tendo em conta o Ensino Médio como um nível de ensino no qual essas discussões precisam estar presentes, uma modalidade de ensino em particular chama a atenção: o Ensino Médio Técnico Integrado à Administração. Esse curso reúne duas condições favoráveis para a realização da pesquisa proposta neste trabalho: (i) os estudantes são adolescentes e, por se tratar de um curso técnico, são maiores as chances de que eles logo estejam inseridos no mercado de trabalho; (ii) por ser um Curso Técnico Integrado à Administração, maior a necessidade de se ter presente discussões que envolvem a Matemática Financeira, haja vista a natureza do curso.

Frisa-se, assim, que essas discussões e interesses foram determinantes para o desenvolvimento desta investigação, considerando a importância de se elaborar uma proposta pedagógica que permitisse, à professora pesquisadora, contribuir com a formação crítica dos

estudantes, possibilitando a análise de situações que envolvessem conteúdos matemáticos, provendo-os de condições para poderem decidir o que melhor lhes convém diante de suas expectativas, interpretando e refletindo sobre as opções presentes em diferentes situações da sociedade.

Tendo em conta os elementos destacados, ressalta-se o seguinte questionamento como norteador para a professora pesquisadora no momento de elaboração da proposta pedagógica desenvolvida com os estudantes:

*⇒ De que modo a articulação entre Alfabetização Financeira, a construção de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem e a Educação Matemática Crítica pode contribuir para o desenvolvimento da criticidade em estudantes de uma turma do Ensino Médio Integrado à Administração?*

Compreende-se que a indicação dessa questão norteadora possibilitou à professora pesquisadora a realização de um estudo sistemático e intencionado sobre seu próprio trabalho na sala de aula<sup>3</sup>, possibilitando reflexões constantes sobre sua prática e sobre seus conhecimentos, incluindo sua gestão da aula de matemática, contribuindo, assim, para que ela se torna-se investigadora de sua própria prática.

Por meio dessa compreensão, elegeu-se, como questão de pesquisa para o estudo realizado, o seguinte questionamento:

*⇒ Quais são os limites e possibilidades vivenciadas pela professora pesquisadora ao elaborar e desenvolver uma THA com estudantes do Ensino Médio Integrado ao Técnico?*

Posto isto, destaca-se que a pesquisa é caracterizada como uma pesquisa-ação<sup>4</sup>, por meio da qual a professora pesquisadora investigou a própria prática num contexto de sala de aula, a partir do desenvolvimento de uma THA.

Enfatiza-se, ainda, que com o desenvolvimento da THA buscou-se, também, observar o desenvolvimento do planejamento das atividades para a sala de aula, realizado pela professora pesquisadora, considerando: (i) o desenvolvimento deste planejamento com as observações dos estudantes; (ii) as adaptações e modificações percebidas como necessárias durante o

---

<sup>3</sup> Para Cochran-Smith e Lytle (1999), “sistemático” refere-se às formas de registro e de documentação das experiências que ocorrem dentro e fora da sala de aula, e “intencionado” indica uma atividade que, ao ser planejada pelos professores, tem intencionalidade.

<sup>4</sup> Para Sadín Esteban (2010) a pesquisa ação abarca as modificações e aperfeiçoamentos de uma realidade educacional.



desenvolvimento da THA, a partir das hipóteses levantadas sobre como o estudante se apropria do conteúdo discutido.

A partir dessa breve explicitação da pesquisa, e para melhor descrever a investigação realizada, dividiu-se o presente trabalho em cinco capítulos, além da Introdução, que se apresentam da seguinte forma:

Ao longo da Introdução, apresentam-se as motivações, as justificativas e os objetivos deste estudo, além de algumas pesquisas que serviram como referências para o seu desenvolvimento.

Explicita-se, no primeiro Capítulo, a revisão da literatura, evidenciando as diferentes discussões e olhares para a área da Matemática Financeira.

Os pressupostos teóricos adotados para este trabalho são apresentados no segundo Capítulo. Sendo assim, são discutidos os trabalhos de autores que investigam problemáticas sobre a Alfabetização Financeira, sobre a Educação Matemática Crítica, sobre as THA e, ainda, a respeito da Formação de Professores.

Já no terceiro Capítulo, são expostos a metodologia escolhida para este estudo, os procedimentos metodológicos para a produção de dados, bem como a descrição do cenário da pesquisa.

No quarto Capítulo, são apresentadas as descrições, reflexões e análises sobre as aulas ministradas pela professora pesquisadora.

No quinto Capítulo são expostas as considerações finais sobre a investigação realizada, e o sexto Capítulo é caracterizado como o Produto Educacional produzido a partir da realização da investigação proposta.



## 1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A literatura na área de Educação e Educação Matemática tem apresentado diferentes discussões e olhares para a área da Matemática Financeira. Em busca de se investigar como essas discussões estão sendo propostas, e como elas podem se articular com esta investigação, realizou-se uma revisão da literatura sobre essa temática no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Por meio dessa revisão foi possível identificar algumas das diferentes discussões que têm sido realizadas, dentre as quais são destacadas, neste capítulo, as que mais se aproximam ou que apresentam discussões relevantes para esta investigação.

Sendo assim, sublinha-se que essa revisão permitiu identificar 19 trabalhos que abordam a temática THA, 20 trabalhos que abordam a temática Alfabetização Financeira e Ensino Médio e 117 trabalhos sobre Matemática Financeira e Ensino Médio, totalizando 156 trabalhos publicados acerca dessas temáticas.

Como caráter de exclusão dos trabalhos que não são apresentados aqui, destaca-se que foram excluídos aqueles cujos estudos não envolviam a sala de aula ou discussões sobre o conhecimento do professor. Dessa forma, dos 19 trabalhos que abordam a temática Trajetória Hipotética de Aprendizagem, 17 foram excluídos. Ressalta-se, também, que durante a realização da revisão não foi localizado nenhum trabalho que aborde a Trajetória Hipotética de Aprendizagem e Alfabetização Financeira.

Em relação aos trabalhos que abordam a temática Alfabetização Financeira e Ensino Médio, dos 20 trabalhos encontrados, 19 foram excluídos por não abordar a sala de aula e o conhecimento do professor, e dos 117 trabalhos sobre Matemática Financeira e Ensino Médio foram excluídos 116 trabalhos.

Após uma cuidadosa leitura dos títulos, palavras-chave e resumos dos trabalhos, foram identificados cinco deles que apresentam discussões relevantes para esta investigação, os quais são apresentados no Quadro 1 a seguir.

**Quadro 1.** Títulos da revisão de literatura

Título	Autor	Ano	Tipo	Instituição
Uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem sobre funções Trigonométricas numa perspectiva construtivista	ROSENBAUM,L.S	2010	dissertação	PUC/SP
Trajetória Hipotética de Aprendizagem: Análise combinatória	MENDONÇA,L.	2011	dissertação	PUC/SP
Sobre a Produção de Significados e a Tomada de Decisão de Indivíduos-Consumidores	KISTEMANN JR, M. A.	2011	Tese	UNESP
Educação Financeira uma Pesquisa Documental Crítica	BRITTO, R. R. B	2012	dissertação	Universidade de Juiz de Fora
Alfabetização Financeira nos Ensinos Fundamental e Médio	SARAIVA, E. G.	2018	dissertação	UFBA

**Fonte:** Elaborado pela autora (2022)

Considerando, então, os trabalhos destacados, e no que se refere à temática Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem, evidencia-se o trabalho realizado por Rosenbaum (2010), que em sua investigação constatou que a participação em tarefas que envolvem o uso de tecnologia e manipulação de materiais potencializa o aprendizado de Funções Trigonométricas. A autora ressalta, ainda, em suas conclusões, que a participação do professor tem um papel decisivo na mediação da construção do conhecimento dos seus alunos, e que a interação aluno e professor são essenciais para a aprendizagem.

Observa-se, enquanto uma aproximação e complementação do trabalho de Rosenbaum (2010), que, Mendonça (2011), em seu trabalho, apresentou em suas considerações que o comprometimento do professor, ao planejar suas aulas, e a prática em sala de aula condizente com a perspectiva construtivista são fundamentais para alcançar o resultado da THA elaborada, e que a atuação do professor tem papel decisivo na mediação da construção do conhecimento dos seus estudantes ressaltando que a interação e a participação entre estudantes e professor são essenciais para que ocorra a aprendizagem.

No que diz respeito à Educação Financeira, Kistemann Jr. (2011) traz, em seu trabalho, uma leitura da produção de significados matemáticos e não-matemáticos para a tomada de decisão de indivíduos-consumidores na sociedade líquido-moderna<sup>5</sup>. Em sua conclusão, salienta o desinteresse das escolas em oferecer uma Educação Financeira, mesmo que seja o conteúdo básico, por meio da Educação Matemática.

Já Saraiva (2018), em seu trabalho, procura demonstrar conceitos essenciais que devem ser abordados para o desenvolvimento da Alfabetização Financeira nas escolas. O autor salienta a importância do desenvolvimento do comportamento financeiro a partir da prática.

Britto (2012), que também apresenta um estudo que aborda a Educação Financeira, promoveu uma investigação por meio de uma pesquisa documental, com o objetivo de estabelecer reflexões críticas sobre a atual proposta de Educação Financeira, a qual é entendida como destinada ao Mercado e à doutrinação dos indivíduos.

A investigação desse autor, além de buscar contribuir com a área de Educação Matemática e, particularmente, com as discussões no âmbito da Educação Matemática Crítica, chama atenção para o fato de que no Brasil está sendo distribuído *kits* de orientações de Educação Financeira para professores, sem que tenha ocorrido uma discussão sobre o assunto.

O processo de revisão da literatura realizado permitiu que se observa-se que há um longo rol de produções que discutem cada um dos temas citados. Entretanto, conforme afirmado, não foi encontrado na base de dados consultada, nenhum trabalho que articule, especificamente, a Trajetória Hipotética de Aprendizagem e a Alfabetização Financeira.

Assim, ressalta-se que o quadro revelado pela revisão da literatura foi uma das motivações para a realização desta investigação.

---

<sup>5</sup> Bauman (2000, apud Kistemann Jr., p.127, 2011) salienta que “líquido-moderna” é desenvolvido em uma sociedade onde os indivíduos em um curto período mudam seus costumes e as tendências que seguem.



## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, apresenta-se o referencial que fundamenta a investigação realizada, com destaque às pesquisas que investigam questões didáticas sobre as temáticas: (i) Alfabetização Financeira, Matemática Financeira e Educação Financeira; (ii) Educação Matemática Crítica; (iii) Trajetória Hipotética de Aprendizagem; (iv) Formação de professores e Conhecimento Profissional do Professor. Apresenta-se, a seguir, as seções que se referem a cada uma dessas temáticas.

### 2.1 Alfabetização Financeira, Educação Financeira e Matemática Financeira

Na atualidade, Alfabetização Financeira, Educação Financeira e Matemática Financeira vêm sendo discutidas no meio acadêmico. Diversos pesquisadores, como Baroni (2021), Kistemann Jr. (2021) e Hartmann (2019) têm se debruçado sobre essas temáticas, e essas têm sido consideradas relevantes para a formação dos estudantes, uma vez que sua abordagem pode provê-los de conhecimentos que os permitam realizar leituras críticas diante de situações que envolvam o manejo com dinheiro, para uma posterior tomada de decisão de forma consciente.

Apesar dessa constatação, é comum haver uma certa dubiedade entre os conceitos de Educação Financeira, Alfabetização Financeira e Matemática Financeira e, tendo isso em conta, nesta seção é proposta uma discussão com o intuito de minimizar essa ambiguidade.

Assim, atentando para a importância de se dirimir essa ambiguidade, propõe-se, nesta seção, problematizar o uso e a finalidade desses diferentes conceitos. Dessa forma, pode-se iniciar essa problematização ao se pensar na pergunta: "O que é Educação Financeira?", e para respondê-la é possível levar em consideração diferentes referenciais. Por exemplo, de maneira mais formal, pode-se destacar que a Organização de Cooperação e Desenvolvimento Econômico - OCDE (2005, p. 3, tradução nossa) define Educação Financeira como:

[...] o processo pelo qual os consumidores/investidores financeiros melhoram a sua compreensão dos produtos financeiros, conceitos e riscos e, através de informações, instruções e/ou aconselhamento objetivos, desenvolvem suas habilidades e confiança para se tornar mais consciente dos riscos financeiros e oportunidades, para fazer escolhas informadas, para saber aonde ir para obter ajuda, e tomar outras medidas eficazes para melhorar o seu bem-estar financeiro.

Indo ao encontro dessa definição, é apropriado destacar também a afirmativa de D'Aquino (2008, p. 30), quando ela ressalta que a "função da educação financeira deve ser criar as bases para que na vida adulta nossos filhos possam ter uma relação saudável, equilibrada e responsável em relação ao dinheiro".

Essas definições contribuem para a compreensão do que seja a Educação Financeira, e quando se analisa o seu significado do ponto de vista acadêmico, julga-se acertado destacar as argumentações apresentadas por Teixeira e Kistemann Jr. (2017, p. 229), as quais vão ao encontro das afirmações citadas. Para esses autores,

[...] dois dos principais objetivos da Educação Financeira são a educação e reeducação no trato com as finanças, mudando hábitos e reavaliando posturas para um viver melhor no presente com estabilidade financeira e o preparo para um futuro mais tranquilo e bem planejado. (TEIXEIRA; KISTEMAN JR, 2017, P. 229)

Britto (2012), em suas pesquisas, evidenciou a possibilidade de a Educação Financeira ser retratada por duas perspectivas: (i) uma prática decorrente de uma nova fase gerada por novos hábitos de consumo (capitalista); (ii) com propostas indicando perspectivas para lidar com a Educação Financeira no ambiente escolar, com foco nos professores e educadores de todas as disciplinas.

Ao se considerar as afirmativas desses autores, é legítimo também enfatizar as conclusões apresentadas por Melo e Pessoa (2019) sobre a importância de se articular a realidade dos estudantes às atividades que envolvem a Educação Financeira, uma vez que, para esses autores:

[...] apesar da ampla presença de situações financeiras na sociedade, ainda é necessário que a Educação Financeira oferecida obtenha um caráter crítico, em que os sujeitos não sejam levados pela influência da mídia, que estimula o consumo, incentivando a aquisição de bens móveis e imóveis, construindo verdadeiras 'armadilhas' financeiras. Destacamos ainda a importância de tomarmos como base as preocupações da EMC<sup>6</sup> para o trabalho com a EF<sup>7</sup> para que tenhamos cada vez mais jovens e adolescentes com uma formação crítica no que tange às situações financeiras e que isso reflita em mudanças na estrutura familiar, escolar e social (MELO; PESSOA, 2019, p. 499).

A reflexão apresentada por esses autores destaca a importância da educação e reeducação em relação às finanças, ressalta que a mudança de hábitos pode gerar uma melhor qualidade de vida, e evidencia que essa mudança deve refletir, inclusive, na estrutura escolar, e as argumentações apresentadas por eles transitam pelas ideias associadas tanto à Educação Financeira quanto à Alfabetização Financeira.

Segundo a OCDE (2010), a Alfabetização Financeira deve ser entendida como uma combinação de consciência, de conhecimento, de habilidade, de atitude e de comportamento, a qual permite que o indivíduo possa tomar uma decisão financeira mais consciente, enquanto a Educação Financeira é definida como um processo em que o indivíduo faz escolhas conscientes

---

<sup>6</sup> Abreviatura utilizada pelos autores para o termo Educação Matemática Crítica.

<sup>7</sup> Abreviatura utilizada pelos autores para o termo Educação Financeira.



e se mantém bem informado a respeito da economia para, assim, optar pela melhor forma de lidar com seu dinheiro.

De acordo com Saraiva (2018), a Alfabetização Financeira vem sendo tratada como sinônimo da Educação Financeira, porém a Educação Financeira é apenas uma etapa da Alfabetização Financeira. Esse autor ressalta que:

o conhecimento de Juros compostos é o ponto principal para a Alfabetização Financeira, aspecto que já é trabalhado nas escolas de ensino médio, porém conceitos econômicos, como por exemplo inflação, não são discutidos ou pouco explorados. (SARAIVA, 2018, p. 7)

Ainda com a intencionalidade de problematizar os conceitos de Educação Financeira, Alfabetização Financeira e Matemática Financeira, encontra-se em Kistemann Jr. (2020) um importante pressuposto sobre essa problematização. Para esse autor,

a alfabetização financeira pode ser propícia não somente com a aquisição de saberes e conteúdos da Matemática Financeira, mas tendo os conteúdos curriculares dessa Matemática para auxiliar nas tomadas de decisão no cotidiano econômico dos consumidores (KISTEMANN JR., 2020, p. 36).

Ao se concordar com Saraiva (2018) e com Kistemann Jr. (2020), pode-se observar a necessidade de estar presente, nos planos de cursos, temáticas e problematizações que contribuam para o desenvolvimento da Alfabetização Financeira, permitindo, assim, o desenvolvimento da criticidade dos estudantes, e provendo-os de conhecimentos que o tornem capazes de tomar decisões conscientes, de acordo com suas necessidades e interesses.

Sublinha-se, ainda, que a importância de se levar para a Educação Básica discussões que envolvem a Educação Financeira também é destacada em documentos oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). De forma particular, a BNCC considera a Educação Financeira como um tema interdisciplinar, e sugere que sua abordagem ocorra em todas as disciplinas do Ensino Médio. Observa-se, no entanto, que existem várias lacunas a serem preenchidas nessa discussão, como: qual abordagem deve ser seguida? Uma abordagem que promova o consumo ou uma abordagem que trabalhe o aspecto regional ou global? Questões dessa natureza, envolvendo o currículo de matemática, também são problematizadas por Kistemann Jr. (2021), que em seu trabalho afirma: “criticamos um currículo, qual seja que enfatize a educação para o consumo, para a fidelização dos indivíduos junto a instituição financeira e consumindo produtos financeiros, em geral sem conhecê-los” (KISTEMANN JR., 2021, p. 36).

Kistemann Jr. (2021) defende, ainda, a implantação de um ensino que transcenda o ensino da matemática tradicional, podendo ser este por meio da Educação Financeira, contribuindo, assim, para uma Alfabetização Financeira, pois, apesar de tratar-se de um assunto relativamente novo na área acadêmica, vem sendo trabalhado na disciplina de matemática, no âmbito da Matemática Financeira, onde são abordados assuntos como porcentagem, cálculo de juros simples, de juros compostos e taxa de equivalência. Esse autor ressalta que

(...) Não é preciso procurar muito para verificar os deficitários níveis de alfabetização financeira das populações dos países em desenvolvimento, bem como aferir os altos níveis de endividamento dos consumidores com instrumentos financeiros, taxa de juros do rotativo do cartão de crédito e os exorbitantes juros do cheque especial (KISTEMANN JR., 2020, p. 35).

Tendo em conta a afirmação desse autor, pode-se observar a estreita relação entre a falta de uma Alfabetização Financeira dos indivíduos e os níveis de endividamento dos consumidores de uma determinada sociedade, e, como também destacado por esse autor, a Matemática Financeira tem sido a área responsável pelas discussões acerca da Educação Financeira nas escolas.

Sendo assim, acentua-se que para além da discussão proposta por Kistemann Jr. (2020), os trabalhos de Vaz e Kistemann Jr. (2019) e Teixeira e Kistemann Jr. (2017) também abordam a pertinente discussão acerca da Matemática Financeira e a Educação Financeira, uma vez que, como citado anteriormente, no ambiente escolar, é por meio da Matemática Financeira que se alcança a Educação Financeira. No trabalho desenvolvido por Vaz e Kistemann Jr. (2019), por exemplo, é destacado que:

Matemática Financeira é um conjunto de conhecimentos, conceitos e algoritmos que os professores problematizam em suas aulas buscando resolver problemas de Matemática com foco em finanças, juros, capitalização, etc. É uma ferramenta que pode compor a Educação Financeira de um indivíduo-consumidor, de acordo com os autores deste artigo. As aulas de matemática financeira carecem de abordagens que incentivem os estudantes, os trabalhadores do futuro, e em alguns casos do presente, a realizar aplicações em fundos de investimentos, em renda fixa e no tesouro direto. As aulas ainda estão incipientes na discussão sobre temas econômicos como o câmbio, a inflação, as taxas de juros básicos da economia, bem como na conexão entre consumo, preço dos produtos com a lei da oferta e da demanda, tão importante para guiar o consumidor em momentos de crise e recessão na economia (VAZ; KISTEMANN JR., 2019, p. 317).

Pode-se perceber, assim, que a afirmação desses autores enfatiza a importante relação entre Matemática Financeira e Educação Financeira, ao mesmo tempo em que delimita os aspectos e elementos de cada um deles.



Essa discussão vai ao encontro da inquietação de diferentes pesquisadores, como Silva et al. (2017), Cunha (2020) e Teixeira e Kistemann Jr. (2017), quando registram, em seus trabalhos, a importância de o professor ter o entendimento conceitual de Matemática Financeira e de Educação Financeira, haja vista que o entendimento de ambos os conceitos o ajudará a compreender como estão sendo abordadas e desenvolvidas estas temáticas em sala de aula.

As interlocuções e articulações propostas nesta seção se revelaram relevantes para esta investigação, pois apresentaram problematizações e argumentos que reiteram a importância de se promover, no âmbito escolar, discussões que contribuam para o desenvolvimento de uma criticidade por parte dos estudantes que possibilite a eles a tomada de decisões de forma consciente e reflexiva.

## **2.2 Educação Matemática Crítica**

A Educação Matemática Crítica (EMC) busca uma prática democrática no processo de ensino e aprendizagem, de maneira que os estudantes não sejam entendidos apenas como capazes de resolver exercícios matemáticos, mas tenham perspectivas de refletir e agir criticamente, por meio da matemática, em diferentes situações que de alguma forma a envolvem.

Sublinha-se, ainda, que a Educação Matemática Crítica é um movimento que surgiu, no âmbito da Educação Matemática, na década de 1980, e, para Skovsmose (2000, p. 67),

inclui o interesse pelo desenvolvimento da educação matemática como suporte da democracia, implicando que as micro-sociedades de salas de aulas de matemática devem também mostrar aspectos de democracia. A educação matemática crítica enfatiza que a matemática como tal não é somente um assunto a ser ensinado e aprendido (não importa se os processos de aprendizagem são organizados de acordo com uma abordagem construtivista ou socio-cultural). A Matemática em si é um tópico sobre o qual é preciso refletir.

Skovsmose (2014) apresenta, assim, uma reflexão sobre a importância da matemática no cotidiano do indivíduo, preparando-o, inclusive, para o consumo consciente.

Nesse sentido, pode-se recorrer ao entendimento de Campos, Teixeira e Coutinho (2015), quando estes articulam a Educação Financeira e a Educação Matemática Crítica, uma vez que eles argumentam que a Educação Financeira se encontra com os objetivos da Educação Matemática Crítica ao promover a inserção, no ambiente escolar, de problematizações que contribuam para o enfrentamento de problemas sociais decorrentes do mau gerenciamento das finanças pessoais, em busca de se mudar a realidade.



Assis (2020), corroborando com esses autores, salienta a relevância de uma sociedade que tenha capacidade de análise crítica, com isso serão formados consumidores críticos que darão início a uma sociedade saudável financeiramente. Nas palavras do autor:

Atualmente, observamos na sociedade diversas situações para as quais os conhecimentos relacionados à Educação Financeira são necessários para a tomada de decisões. Dentre elas, podemos citar: compras a prazo ou à vista, produção de orçamentos periódicos, elaboração de planilhas de controle doméstico, avaliação de possíveis investimentos em ativos de valor, dentre outros. Portanto, é importante que as pessoas tenham acesso a esses conhecimentos, desde o ensino básico, para que possam tomar decisões acertadas a partir de reflexões críticas. Sendo assim, a formação de um consumidor crítico e responsável é fundamental para uma sociedade saudável financeiramente. (ASSIS, 2020, p. 18)

Para Saraiva (2020), a Educação Financeira deve estar presente desde o Ensino Básico, e os cidadãos devem estar aptos para fazer uma análise crítica e tomar decisões sobre situações rotineiras, seja de caráter político, cultural ou socioeconômico. Seus pensamentos indicam, ainda, que a Educação Financeira pode contribuir nesse processo, estando aliada à EMC, quando Skovsmose (2001) salienta a importância de participar ativamente no combate às discrepâncias existentes na sociedade, por meio da sala de aula.

Skovsmose (2014) ressalta, ainda, que uma das preocupações da EMC é não repetir a prática partidária utilizada em sala de aula simplista, a qual o autor descreve como sendo um modelo de ambiente organizado, e no qual tudo funciona. Esse autor sublinha que podem ser apontados dois padrões que normalmente são frequentes na prática dos professores que ensinam matemática:

- o Paradigma do Exercício, que pode ser associado àquela sala de aula simplista, e que se remete ao modelo bancário de Educação, cuja discussão é proposta por Freire (2011, apud SKOVSMOSE, 2014), e, neste padrão, os estudantes são caracterizados por receberem, de forma passiva, o conhecimento, que é fornecido em forma de depósitos;
- (ii) os Cenários para Investigação, que, num sentido oposto, correlaciona-se a uma aula problematizadora, na qual os estudantes, então, são convidados à investigação e, quando aceitam o convite, passam a ter a chance de construir o conhecimento de forma coletiva e colaborativa (SKOVSMOSE, 2000).

Esse autor enfatiza, também, que um cenário para investigação se caracteriza pela ação do professor em solicitar, aos estudantes, que eles elaborem questionamentos e busquem explicações para as resoluções das atividades propostas, promovendo, então, um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes se tornem responsáveis pelo processo. Para o autor,



o momento em que um cenário para investigação é apresentado aos alunos é um momento de abertura de possibilidades de sentidos. Atividades que envolvem pesquisa costumam ser assim. Isso é bem diferente do que se costuma ver no ensino tradicional de matemática, com suas baterias de exercícios prontos. Com pesquisa é diferente, pois é de natureza a manifestação de algum tipo de envolvimento e de interesse por parte do pesquisador, o que nos remete à questão da intencionalidade. Pensar em aprendizagem como ação nos leva diretamente à ideia de pesquisa e investigação [...] (SKOVSMOSE, 2014, p. 46).

Ao se considerar as afirmativas desse autor, deve-se enfatizar que ele chama atenção para o fato de que o que irá diferenciar as duas práticas nas salas de aulas serão as posturas dos professores frente aos objetos de conhecimentos pautados nas referências, com enfoque à matemática pura, à semirrealidade ou à realidade.

Assim, Skovsmose (2014) salienta que entre os desafios da Educação Matemática encontra-se o de promover um aprendizado relevante aos estudantes, e nos convida a refletir sobre o cenário para a investigação, o qual é entendido por ele como o campo onde as atividades de ensino e aprendizagem de fato ocorrem. Skovsmose (2014, p. 54) ressalta, ainda, que “podemos dizer, por conseguinte, que cenários para investigação e lista de exercícios estabelecem diferentes *milieus*<sup>8</sup> de aprendizagem”.

No Quadro 2 a seguir é apresentada a matriz criada por Skovsmose (2014) para ilustrar a combinação dos três tipos de referência citadas com os dois tipos de paradigmas que também foram descritos.

**Quadro 2.** Ambientes de aprendizagem

	<b>Lista de exercícios</b>	<b>Cenários de investigação</b>
Referência à matemática pura	(1)	(2)
Referência à uma semirrealidade	(3)	(4)
Referência à vida real	(5)	(6)

**Fonte:** Skovsmose (2014, p. 54)

De acordo com Skovsmose (2014), o ambiente de aprendizagem do tipo (1) faz menção à matemática pura e se caracteriza pelo uso de situações descontextualizadas, e apresenta o foco na resolução de lista de exercícios, promovendo ações mecânicas de utilização de algoritmos. O ambiente do tipo (2), apesar de fazer referência à matemática pura, pode trazer aos estudantes momentos de reflexões no que se refere aos desafios matemáticos que podem ser indicados nas atividades em sala de aula. Já o ambiente (3) apresenta o uso da semirrealidade como um

<sup>8</sup> O autor utiliza o termo ambiente como tradução para *milieu*.

elemento para se construir situações hipotéticas, as quais serão utilizadas para ilustrar a situação apresentada.

Quando se analisa o cenário de investigação (4), pode-se diferenciá-lo do ambiente anterior ao se observar que este cenário está situado na investigação, apesar de também se basear em uma semirrealidade, ou seja, em uma situação construída com a intencionalidade de resolução da atividade.

Esses quatro ambientes ressaltam a afirmação de Alrø e Skovsmose (2010, p. 55), quando destacam que “[...] o Ensino de Matemática tradicional está muito associado à resolução de exercícios referentes à Matemática Pura ou a semirrealidade”.

De outra parte, os ambientes (5) e (6) retratam as vertentes da EMC, haja vista que fazem referência à vida real e são embasados no diálogo entre a realidade social, política e econômica e a matemática.

Deve-se evidenciar, de forma particular, que no ambiente (5) os professores têm a possibilidade de sugerir situações-problemas que envolvam, por exemplo, diferentes notícias retiradas dos meios de comunicação, e, no ambiente (6), considerando os possíveis cenários de investigação, o desenvolvimento de atividades envolvendo projetos interdisciplinares pode ser entendido como uma possibilidade para se convidar os estudantes para a construção coletiva e colaborativa para realizá-lo.

### **2.3 Trajetória Hipotética de Aprendizagem**

Para Simon (1995), a noção de Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA), como parte do seu modelo para o ensino de matemática, tem como base a reconstrução de práticas construtivistas para a construção dos conceitos, e se refere aos percursos que o estudante percorre na construção do conhecimento, seguindo dois caminhos:

- o primeiro, em que o professor tem dificuldade de identificar os mecanismos de aprendizagens dos estudantes;
- o segundo, sobre os aspectos em que a aprendizagem é adquirida em processos de ressignificação pelos estudantes.

Simon (1995) ressalta que numa THA os objetivos necessitam estar claros e declarados aos estudantes, pois, assim, será possível definir quais conceitos deverão ser apreendidos. Para esse autor, a partir da definição dos objetivos, estabelece-se uma sequência de aprendizagens



pela qual os estudantes deverão ser desafiados e ser capazes de novas formulações. Tem-se, assim, que uma THA é constituída tanto pelos objetivos para a aprendizagem quanto pelas tarefas matemáticas que serão utilizadas para promover a aprendizagem dos estudantes (SIMON, 1995). Ademais, no trabalho produzido por Simon e Tzur (2004), os autores ressaltam a compreensão de tarefas como um processo de construção de um novo conceito na perspectiva da reflexão sobre a atividade-efeito, a qual é realizada numa trajetória hipotética de aprendizagem.

Deste modo, Simon e Tzur (2004) destacam que ao se desenvolver uma THA pode-se explicar a relação entre a aprendizagem conceitual e as tarefas matemáticas, e a seleção de tarefas não é deixada à intuição ou tentativa e erro, uma vez que a THA pressupõe o oferecimento de uma estrutura para se pensar sobre como as tarefas podem promover o processo de aprendizagem, contribuindo para que se identifique objetivos da aprendizagem, se defina sequências de tarefas e se construa uma evolução detalhada das compreensões matemáticas dos estudantes.

Corroborando os pensamentos desses autores, Traldi e Rosebaum (2010, p. 374) ressaltam que

A trajetória se refere aos caminhos que os alunos devem seguir para a construção dos conhecimentos pretendidos. [...] o termo “hipotético” compreende duas perspectivas: a que entende que o professor tem acesso apenas às hipóteses dos conhecimentos dos alunos, isto é, não consegue acessar diretamente o conhecimento dos aprendizes e a outra perspectiva, para fazer referência ao prognóstico, à expectativa do professor, a respeito de como a aprendizagem será processada pelos alunos.

A observação realizada por esses autores, durante a pesquisa, possibilitou que eles constatassem o aumento da participação ativa dos estudantes após o uso da THA, o que possibilitou a redução, de forma considerável, das intervenções que a professora necessitava realizar ao longo de todo o processo de ensino e aprendizagem. Porém, vale ressaltar a importância da atuação do professor enquanto mediador ao longo de todo processo de ensino e aprendizagem.

As discussões propostas por Traldi e Rosebaum (2010) destacam, ainda, a importância de se considerar, no processo de elaboração de uma THA, as seguintes premissas propostas por Simon (1995):

➤ A elaboração de uma THA é baseada na compreensão do conhecimento atual dos estudantes envolvidos.

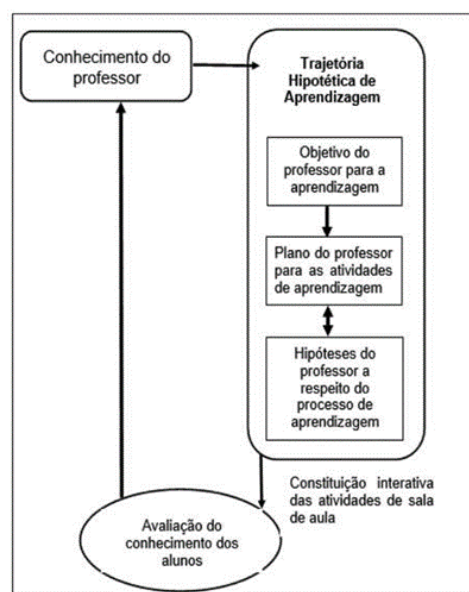
- Uma THA é um veículo para planejar a aprendizagem de conceitos matemáticos específicos.
- Tarefas matemáticas fornecem ferramentas para promover o aprendizado de conteúdos, portanto, conceitos-chave são uma parte importante do processo de aprendizagem.
- Devido à natureza hipotética e inerentemente incerta deste processo, o professor está regularmente envolvido na modificação de todos os aspectos da THA.

Essas premissas auxiliam os professores em relação à compreensão de que: (i) durante o desenvolvimento de uma THA com os estudantes, um objetivo inicial planejado pode ser modificado; (ii) quando os estudantes se engajam nas atividades planejadas, os professores devem estar atentos às considerações daqueles, pois estas considerações contribuirão para a análise da percepção dos estudantes sobre o conceito em estudo.

Julga-se importante destacar, ainda, que uma THA é composta pelos seguintes componentes: (i) o objetivo do professor, com direções definidas para a aprendizagem de seus estudantes; (ii) as atividades de ensino; (iii) o processamento hipotético de aprendizagem.

Simon (1995) enfatiza, em seus estudos, que a consideração do objetivo da aprendizagem, as atividades de aprendizagem e o conhecimento dos estudantes são elementos essenciais na construção de uma THA, e destaca que ela é parte chave do que ele chama de Ciclo de Ensino de Matemática, o qual é apresentado no Quadro 3 a seguir.

**Quadro 3.** Ciclo de Ensino de Matemática



**Fonte:** Simon (1995)



Para Simon (1995), a construção de uma THA oferece aos professores a perspectiva de construir seu projeto de decisões, baseado em suas melhores inferências sobre como o conhecimento poderia ser processado.

Diante das discussões apresentadas, é possível identificar as possibilidades de se ampliar os estudos referentes ao tema da presente pesquisa e, ainda, considerar que esses estudos possibilitam uma melhor compreensão do uso da Trajetória Hipotética de Aprendizagem nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, no que se refere às estratégias de resolução de situações-problemas que contribuam para a criticidade do estudante.

## 2.4 Formação de Professores

Pérez Gómez (2001) entende que o ensino deve ser visto como uma atividade complexa, que se desenvolve em diferentes cenários, os quais são influenciados e, por vezes, determinados, pelo contexto, com resultados na maioria das vezes imprevisíveis e carregados de conflitos. Essa atividade complexa exige que o professor tenha conhecimentos acerca de alguns componentes da base para o ensino, ou seja, um “corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições que são necessários para que [...] possa propiciar processos de ensinar e aprender” (MIZUKAMI, 2004, p. 290).

Mizukami (2004) destaca, então, que o professor precisa ter o domínio do conhecimento específico da disciplina, por exemplo, da Matemática, mas também ressalta que esse conhecimento por si só não garante que seu ensino e aprendizado tenham sucesso, ou seja, esse é um conhecimento necessário, porém, não é suficiente. Por essa razão, essa autora salienta outros dois tipos de conhecimentos que também são necessários ao professor, e estes constituem os demais componentes da base para o ensino, e se referem:

- a um conhecimento que vai além do domínio de uma disciplina em particular, e aqui pode-se incluir, por exemplo: (i) a necessidade de se compreender as metas e objetivos em sala de aula; (ii) as intencionalidades para o ensino; (iii) a condução da sala de aula e a interação com/entre os estudantes; (iv) as estratégias educacionais;
- a um conhecimento que é apreendido no exercício profissional, ou seja, o professor constrói este conhecimento continuamente, ao passo que ensina determinado conteúdo.

Esses diferentes conhecimentos, necessários à prática profissional, levam à uma necessária ação do professor de reflexão sobre sua prática. Para Pérez Gómez (2001), o professor deve se utilizar da reflexão sobre sua prática como:

um processo de reconstrução da própria experiência e do próprio pensamento ao indagar as condições materiais, sociais, políticas e pessoais que configuram o desenvolvimento da concreta situação educativa da qual participa [...] (PÉREZ GÓMEZ, 2001, p. 190).

Feitas essas considerações, pode-se concordar com Paiva (2006, *apud* RIBEIRO, 2016), quando este enaltece que saber por que se ensina, para que se ensina, para quem e como se ensina, são condições essenciais para o bom desempenho do professor em sala de aula e, para atingir estas condições, o professor precisa realizar constantes questionamentos e reflexões sobre o seu discurso e sobre sua ação.

Além dessas condições destacadas por Paiva (2006) como essenciais para o desempenho do professor, considera-se que o seu comportamento profissional também é notado pelas suas concepções e crenças, que também são construídas ao longo de sua vida, e que podem representar obstáculos no processo de reflexão sobre novas ideias, pois as concepções e crenças, assim como os valores muito arraigados, podem tornar um processo de transformação muito lento. Dessa forma, pode-se perceber a importância da prática de reflexão do professor sobre suas ações, a qual se dá por um processo contínuo de tomada de decisões.

Ball, Thames e Phelps (2008, *apud* RIBEIRO, 2016) também têm promovido discussões a respeito do conhecimento matemático para o ensino, e a definição que eles adotam para o modelo no qual eles vêm trabalhando começa com o ensino, e não com os professores.

Esses autores ressaltam que esse conhecimento trata das tarefas envolvidas no ensino e as exigências matemáticas destas tarefas, pois, segundo eles, o ensino implica, por exemplo, em expor aos estudantes como resolver problemas, em responder às perguntas dos estudantes, bem como realizar a análise dos trabalhos realizados por eles. Assim, baseados nos estudos desses autores, assume-se, por “ensino”, todas as ações e relações que os professores monopolizam para contribuir com a formação de seus estudantes.

As discussões propostas por esses autores ressaltam o fato de que o debate em torno do conhecimento matemático para o ensino tem se intensificado nos últimos anos dentro da área de Formação de Professores, e diferentes estudos, como os também produzidos por Ball e Bass (2003, *apud* RIBEIRO, 2016), têm salientado uma atenção em se problematizar quais são os domínios do conhecimento matemático necessário para o ensino que efetivamente contribuam com a aprendizagem dos estudantes.

Para Ball e Bass (2003, *apud* RIBEIRO, 2016), por exemplo, o entendimento desses domínios requer que o professor seja capaz de realizar tarefas como:





⇒ realizar explicações matematicamente coerentes e que sejam compreensíveis e úteis para os estudantes;

⇒ usar definições matematicamente adequadas e compreensíveis, sendo capaz de perceber o que é essencial numa definição;

⇒ representar ideias matemáticas de diferentes formas, com cuidado, por meio de operações ou processos e fazendo uso da correspondência entre as representações concretas, icônicas e simbólicas;

⇒ interpretar e fazer juízos matemáticos e pedagógicos sobre as questões dos estudantes, suas soluções, seus problemas e suas ideias (quer os mais previsíveis, quer os não previsíveis);

⇒ ser capaz de responder às questões e curiosidades matemáticas dos seus estudantes e propor problemas que sejam produtivos para a aprendizagem matemática deles, de modo que eles progridam na sua aprendizagem matemática;

⇒ avaliar a compreensão matemática dos estudantes e tomar decisões sobre como avançar e apresentar os próximos passos;

⇒ avaliar a qualidade matemática dos materiais de ensino disponíveis e modificá-los, quando assim julgar necessário.

A descrição dessas tarefas contribui para a compreensão de que o professor deve olhar para o ensino como uma atividade que requer o domínio de um conhecimento matemático para o ensino que possui características essenciais da e sobre a matemática, para poder ensiná-la. Para esses autores,

ensinar exige, então, um tipo especial de sensibilidade para a necessidade de precisão em matemática. Precisão exige que a linguagem e as ideias sejam meticulosamente especificadas para a resolução de problemas matemáticos, de forma que não sejam desnecessariamente dificultadas por ambiguidades do significado e da interpretação. Mas, a necessidade de precisão é relativa e depende do contexto e do uso. (BALL; BASS, 2003, *apud* RIBEIRO, p. 120, 2016)

As afirmações desses autores sublinham que as atividades habituais dos professores, como planejar as atividades para os estudantes, elaborar e aplicar instrumentos para avaliação da aprendizagem dos estudantes, elaborar critérios de avaliação e atribuir nota às avaliações, explicar o trabalho realizado em sala de aula para os pais, lidar com questões de equidade na sala de aula, lidar com o diretor e o coordenador, que também possuem suas concepções sobre



o currículo de matemática, entre outras, envolvem, regularmente, o conhecimento de ideias matemáticas, habilidades do raciocínio matemático e sua comunicação e competência com exemplos e analogias, que evidenciam, sobremaneira, um olhar para o ensino como um trabalho matemático.

Considerando as discussões propostas nesta seção, destaca-se a importância de se refletir sobre o fato de que o sucesso dos estudantes em sala de aula não resulta, simplesmente, do conhecimento especializado que o professor tem de matemática. Ele resulta, também, da habilidade que este professor possui para estabelecer articulações entre este conhecimento e o conhecimento que ele tem dos seus estudantes, por exemplo, tendo em conta os processos de aprendizagem deles.

Tendo em consideração as discussões propostas pelos diferentes autores nesta seção, ao problematizarem a formação de professores e, em particular, os conhecimentos necessários para o ensino de matemática, julga-se que o desenvolvimento da THA, proposta nesta investigação, se caracterizou como o elemento norteador para que a professora pesquisadora pudesse olhar para sua própria prática para a analisar, por exemplo, quais são e como são mobilizados os seus conhecimentos para a construção da THA.

Considera-se, assim, o que Simon (1995) destaca, ao propor o seu Ciclo de Ensino de Matemática, quando enfatiza, no que diz respeito ao conhecimento do professor de matemática, que para além das suas hipóteses sobre o conhecimento dos estudantes, outros conhecimentos são necessários, como o conhecimento de teorias de ensino sobre matemática e o conhecimento de materiais didáticos e atividades.

Atentando para as discussões propostas nesta seção, e levando em conta a intencionalidade de se analisar quais são e como são mobilizados, pela professora pesquisadora, os seus conhecimentos para a construção da THA, julga-se necessário descrever o modelo teórico que será utilizado para analisá-lo.

Sendo assim, apresenta-se, na seção a seguir, as dimensões propostas pelo modelo do Conhecimento Didático-Matemática (CDM), proposto por Godino (2009) e Pino-Fan e Godino (2015), uma vez que, para esses autores, esse modelo problematiza o conjunto de conhecimentos que os professores devem conhecer, saber aplicar e avaliar.

Ressalta-se, também, que, para esses autores, o CDM pode ser utilizado para interpretar e caracterizar os conhecimentos dos professores a partir de três dimensões, a saber: a Dimensão

Matemática; a Dimensão Didática; a Dimensão Meta Didático-matemática. De forma mais pontual, são descritas, a seguir, as dimensões matemática e didática, haja vista que essas dimensões são referenciadas durante o processo de análise das ações da professora pesquisadora.

#### **2.4.1 Dimensão Matemática**

Pino-Fan e Godino (2015) apresentam a Dimensão Matemática composta por duas subdimensões, e que se refere ao conhecimento do conteúdo: a do conhecimento comum do conteúdo e a do conhecimento ampliado do conteúdo. Para esses autores, essa dimensão estabelece os conhecimentos dos professores que ensinam matemática em conteúdos específicos de matemática.

O conhecimento comum do conteúdo refere-se ao conhecimento de um objeto matemático específico e que se apresenta como suficiente para se resolver problemas ou atividades matemáticas, por exemplo. Já o conhecimento ampliado do conteúdo é entendido como aquele que os professores precisam ter a respeito dos conteúdos matemáticos e de como eles estão relacionados, por exemplo, com o currículo do próximo nível de ensino. (PINO-FAN; GODINO, 2015)

#### **2.4.2 Dimensão Didática**

A Dimensão Matemática, descrita anteriormente, ressalta a necessidade de os professores possuírem conhecimentos matemáticos específicos. No entanto, compreende-se que o conhecimento matemático não é suficiente para os professores na sua prática docente, sendo necessário que eles tenham conhecimento de outras naturezas que também influenciam no planejamento e desenvolvimento de um determinado conteúdo matemático.

Considerando essa necessidade, Pino-Fan e Godino (2015) apresentam a Dimensão Didática, que se refere ao conhecimento pedagógico do conteúdo. Para descrever a natureza dos conhecimentos dessa dimensão os autores a dividem no que eles chamam de *facet*s. Sendo assim, essa dimensão é dividida em seis *facet*s, as quais são descritas a seguir.

A *faceta epistêmica* é referenciada por Pino-Fan e Godino (2015) como sendo a que se ocupa do conhecimento especializado da Dimensão Matemática. Assim, essa *faceta* envolve o conhecimento matemático que os professores necessitam ter para o ensino. Nesse sentido, os professores devem ser capazes, por exemplo,

de mobilizar várias representações de um objeto matemático para resolver uma tarefa por meio de procedimentos diferentes; para relacionar objetos matemáticos com outros objetos matemáticos ensinados em um determinado nível de ensino ou de níveis anteriores ou futuros; de compreender e mobilizar a diversidade de significados parciais para um único objeto matemático (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 99) [tradução nossa].

Pode-se observar que o conhecimento relacionado a essa *faceta* deve possibilitar, aos professores, fazer escolhas de modelos ou exemplos úteis, bem como fazer analogias com o que está sendo discutido. Para os autores, realizar estas atividades requer percepção e entendimento matemáticos adicionais, que vão além de apenas conhecer o conteúdo que irão ensinar.

A *faceta afetiva* refere-se aos aspectos emocionais e comportamentais dos estudantes em sala de aula. Assim, diz respeito a um conhecimento importante e necessário para que os professores compreendam as formas de lidar com as possíveis mudanças de humor de seus estudantes, assim como identificar quais são os aspectos individuais que os motivam a se envolverem em determinadas atividades ou não.

Godino (2011) ressalta que a *faceta afetiva* está baseada no nível de envolvimento, interesse, motivação e atitudes dos estudantes em sala de aula. O autor entende que o componente interesse apresenta dois indicadores, sendo: (i) se as tarefas são de interesses para os estudantes; (ii) se são propostas situações que permitem avaliar a utilidade na vida cotidiana e profissional. Já o componente atitudes tem como indicadores: (i) promover as participações nas atividades, a presença, e responsabilidades; (ii) favorecer a argumentação em situação de igualdade.

A *faceta interacional* destaca a importância de se considerar as interações como um componente essencial para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Pino-Fan e Godino (2015) descrevem essa *faceta* como sendo a que se refere ao conhecimento das interações que acontecem, por exemplo, no interior de uma sala de aula.

Essas interações dizem respeito não somente àquelas que ocorrem entre os professores e os estudantes, mas também àquelas que podem ocorrer entre os próprios estudantes, entre os estudantes e os recursos didáticos, bem como às interações professores-recursos-estudantes. Pino Fan, Assis e Castro (2015) ressaltam que os conhecimentos relacionados à essa *faceta* compõem, assim, o campo de relações que sustentam o processo de aprendizagem.

A *faceta mediacional* está relacionada com os conhecimentos que os professores necessitam para avaliar a pertinência do tipo de materiais e de recursos tecnológicos, assim

como avaliar a pertinência do seu uso, para promover a aprendizagem dos estudantes sobre um objeto matemático específico. Para Pino-Fan e Godino (2015), o conhecimento sobre os recursos didáticos desempenha um importante papel na organização e gestão da aprendizagem dos estudantes.

A *faceta cognitiva* refere-se ao conhecimento dos aspectos cognitivos dos estudantes. Nesse sentido, por meio dos conhecimentos relacionados a essa *faceta*, os professores devem ser capazes de prever respostas possíveis dos estudantes a um determinado problema, antever equívocos esperados, conflitos ou erros que podem surgir a partir do processo de resolução das atividades matemáticas. (PINO-FAN; GODINO, 2015)

Por meio dos conhecimentos relacionados à essa *faceta*, os professores devem ser capazes, ainda, de compreender as relações matemáticas, corretas ou incorretas, que os estudantes realizam entre o objeto matemático que está sendo estudado e os demais objetos matemáticos que se apresentam como necessários para que eles resolvam o problema.

A *faceta ecológica* diz respeito ao conhecimento dos professores acerca do currículo de matemática do nível de ensino que considera o estudo dos objetos matemáticos com os quais ele está trabalhando, assim como as relações que podem ser percebidas com os currículos de outros níveis, bem como as relações que esses currículos têm com os aspectos sociais, políticos e econômicos que, por vezes, apoiam e condicionam o processo de ensino e aprendizagem. (PINO-FAN; GODINO, 2015)

Ao se observar as seis *facetas* da dimensão didática, propostas por Pino-Fan e Godino (2015), deve-se ressaltar que esses autores sublinham que essas *facetas* são apresentadas para se poder analisar, descrever e desenvolver o conhecimento dos professores em diferentes ciclos do processo de ensino e aprendizagem de conteúdos de matemática.

### 3. PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo está organizado em 4 seções. Nas seções 3.1 e 3.2 delimita-se o tipo de pesquisa que está sendo realizada; em seguida, na seção 3.3, apresenta-se as informações contextuais sobre o cenário e o ambiente de investigação e, por fim, na seção 3.4, é feita a exposição dos instrumentos que serão utilizados para a produção dos dados.

#### 3.1 Caracterização da pesquisa

Ao se considerar os objetivos desta investigação, pode-se categorizá-la como uma pesquisa de natureza qualitativa. A opção por esta natureza de pesquisa se justifica por se admitir que ela é a que melhor se aproxima da realidade que se propõe investigar, tendo em conta que ela oportuniza alcançar dados descritivos que serão produzidos no contato direto da pesquisadora-professora com a situação investigada.

Sendo assim, considerando que a investigação realizada tematiza aspectos do campo da Educação Matemática, adota-se, para esta investigação, a afirmação de Sandín Esteban (2010, p. 127), quando ela destaca que “a pesquisa qualitativa é uma atividade sistemática orientada [...] à transformação de práticas e cenários socioeducativos, à tomada de decisões e também ao descobrimento e desenvolvimento de um corpo organizado de conhecimentos”.

A afirmação dessa autora possibilita concluir que a pesquisa qualitativa prioriza a investigação de fenômenos sociais e culturais, levando em conta o preceito de que um comportamento ou evento só é possível ser investigado se considerada, também, a compreensão das interrelações que permeiam o contexto investigado. Para além dessas características, considera-se, ainda, as discussões de Garnica (2006) acerca das pesquisas qualitativas. Para esse autor,

o adjetivo “qualitativa” estará adequado às pesquisas que reconhecem: (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas uma trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re) configurados; (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas [...]” (GARNICA, 2006, p. 88).

Preocupando-se, também, em buscar compreender alguns dos métodos de pesquisa comumente utilizados em pesquisas do tipo qualitativo e, a partir de uma classificação das



pesquisas qualitativas propostas por Sandín Esteban (2010), conclui-se que o tipo de pesquisa chamada de pesquisa-ação foi considerado a mais indicada para esta investigação.

### 3.2 A pesquisa-ação

A pesquisa-ação tem como objetivo permitir aos professores e pesquisadores desenvolver, transformar e aperfeiçoar seu método de lecionar. Barbier (2004) ressalta que a pesquisa-ação não objetiva produzir mais saber, e sim possibilitar conhecer a realidade do mundo “tal qual a percebemos nas nossas interações” (BARBIER, 2004, p. 155).

O pensamento de Barbier (2004) contribui para a percepção da necessidade de reconhecimento de que o ato de ensinar é fundamentado na relação entre pessoas. Portanto, deve-se considerar seus sentimentos, emoções e desejos. Esses aspectos, na perspectiva de Franco e Lisita (2004), devem ser vistos como basilares no compromisso pessoal dos professores com um trabalho de natureza moral e ética, como é o de ensinar.

A utilização da pesquisa-ação, enquanto aporte metodológico, possibilitou à professora pesquisadora condições para que ela investigasse sua própria prática de uma forma crítica e reflexiva, contribuindo, ainda, para que tanto ela quanto os estudantes envolvidos no desenvolvimento da THA e na busca de soluções e estratégias para as situações-problemas, compartilhassem a necessária flexibilização na aceitação dos pontos de vistas dos participantes, estimulando a expressão individual na tomada de decisões.

Dá-se importância, ainda, ao fato de a pesquisa-ação ter contribuído para que a professora pesquisadora tomasse para si a percepção de que as discussões, no âmbito escolar, deviam se dar de maneira interativa com os estudantes, considerando a necessária relação entre teoria e prática.

Formosinho (2014), indo ao encontro das discussões aqui propostas, salienta a importância de novos modos de ensinar, uma vez que, para ela, o ensino se faz no aqui e agora cultural, social e histórico, e não numa sala de aula livre dos problemas externos sociais. Essa autora ressalta que a realidade social e educacional está repulsiva, e a forma de apresentar mudanças positivas é possibilitar que os professores investiguem sua própria prática docente.

Assim, pode-se dizer que a pesquisa-ação, na área educacional, é também destacada como uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores, de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar sua prática docente e, conseqüentemente,

contribuir com a aprendizagem de seus estudantes, e é com esse viés que se desenvolveu esta pesquisa, haja vista que as atividades foram desenvolvidas pela própria professora pesquisadora, em sua prática docente.

Ademais, no que se refere a esse método de pesquisa, Fiorentini e Lorenzato (2009) ensejam uma conceitualização esclarecedora quando declaram que:

a pesquisa-ação é um tipo especial de pesquisa participante, em que o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas sobretudo para mudá-lo em direções que permitem a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes. Ou seja, é uma modalidade de atuação e observação centrada na reflexão-ação. Apresenta-se como transformadora, libertadora, provocando mudança de significados (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 112).

Esses autores destacam, ainda, que a pesquisa-ação é um processo investigativo de intervenção em que caminham juntas a prática investigativa, a prática reflexiva e a prática educativa.

Fundamentados por esses autores, complementa-se que a pesquisa-ação se preocupa tanto com o processo quanto com o produto, ou seja, a preocupação da pesquisa não deve estar somente em melhorar a prática por meio do processo, mas, essencialmente, considerar que o caminho a ser trilhado para alcançá-lo é tão ou mais importante do que o resultado. (SANDÍN ESTEBAN, 2010)

Considerando as discussões aqui realizadas, acerca da pesquisa-ação, entende-se que a construção de uma THA representa um modelo para o ensino de matemática que pode ser visto como um modelo capaz de oferecer à professora-pesquisadora o ambiente propício para o desenvolvimento de uma pesquisa-ação.

Tendo em conta os diversos estudos sobre a pesquisa-ação, destaca-se o realizado por Franco e Lisita (2014), o qual apresenta assertivas importantes para esta investigação, haja vista a concordância com as referências ali sugeridas quanto aos tipos de pesquisa-ação indicados e suas características.

Dessa forma, tendo em conta as afirmativas de Franco e Lisita (2014), que destacam a importância de se definir o sentido epistemológico que é assumido quando se desenvolve uma pesquisa-ação, julga-se pertinente explicitar que assume-se, para esta investigação, o desenvolvimento de uma pesquisa-ação crítica, que de acordo com as autoras, deve "ser uma forma de pesquisa que induza motive e potencialize os mecanismos cognitivos e afetivos dos



sujeitos, na direção de irem assumindo, com autonomia, seu processo de autoformação" (FRANCO; LISITA, 2014, p. 53).

Para essas autoras, a pesquisa-ação crítica contribui para o olhar da teoria na prática, e para que isso ocorra elas indicam a existência de condições básicas para o desenvolvimento da pesquisa-ação, que são:

- a) ser uma pesquisa que integre, formativamente, os pesquisadores e os participantes, comprometida com processos de emancipação de todos os sujeitos que dela participaram e vinculada a compromissos sociais com o coletivo, ou seja, ela deve emergir da complexidade da práxis;
- b) ser uma forma de pesquisa que induza, motive e potencialize os mecanismos cognitivos e afetivos dos sujeitos, na direção de irem assumindo, com autonomia, seu processo de autoformação;
- c) ser uma pesquisa que trabalhe com a complexidade dialética do processo formativo: implique uma flexibilidade criativa e que evolua de acordo com a imprevisibilidade do contexto; que ofereça espaço ao não previsto, ao não novo e emergente, ao mesmo tempo em que vão emergindo no processo;
- d) ser uma pesquisa que permite aos professores, em processo de formação: aprender a dialogar consigo próprios, dando direção e sentido a seu desenvolvimento pessoal; aprender, também, a dialogar com o contexto de sua prática, os condicionantes de sua profissão. (FRANCO; LISITA, 2014, p.53)

Ressalta-se, ainda, que para Carr e Kemmis (1988 *apud* FRANCO; LISITA, 2014) pesquisa-ação crítica é uma forma de indagação autorreflexiva que empreende os participantes de situações sociais com o intuito de melhorar a realidade e a justiça de suas próprias práticas, seu entendimento das mesmas e as situações dentro das quais têm lugar.

Enfatiza-se, assim, que esse método de pesquisa adotado se justifica pelo fato de a investigação acontecer numa escola técnica da cidade de São Paulo, na qual a pesquisadora é a própria professora da turma pesquisada, e ela tinha a intencionalidade de refletir e promover mudanças em sua prática, considerando o desenvolvimento de uma THA.

### **3.3 Contexto da Investigação**

Considera-se que as discussões que envolvem a Alfabetização Financeira precisam estar presentes na escola e, de forma mais particular, nas turmas do Ensino Médio, haja vista que boa parte dos jovens estudantes desse nível de ensino logo deverão estar no mercado de trabalho e, conseqüentemente, terão acesso a abertura de conta bancária, bem como a diversos produtos bancários, por exemplo, dando início à sua vida financeira.

Esta reflexão mostra a importância de o estudante estar Alfabetizado para a tomada de decisão, e considerando o Ensino Médio como um nível do ensino no qual essas discussões



precisam estar presentes, destaca-se que a pesquisa foi desenvolvida com estudantes do Ensino Médio Técnico Integrado à Administração.

Ressalta-se que esse curso reúne duas condições favoráveis para a realização da investigação: (i) os estudantes são adolescentes e, por se tratar de um curso técnico, são maiores as chances de que eles logo estejam inseridos no mercado de trabalho; (ii) por ser um Curso Técnico Integrado à Administração, considera-se ser maior a necessidade de se ter presente discussões que envolvem a Matemática Financeira, haja vista sua natureza.

Dessa forma, destaca-se que a pesquisa<sup>9</sup> foi desenvolvida em uma das escolas técnicas estaduais administradas pelo Centro Paula Souza (CPS), que é uma autarquia do Governo do estado de São Paulo, associada à Secretaria de Desenvolvimento Econômico. O Centro Paula Souza administra 223 Escolas Técnicas (Etecs) e 73 Faculdades de Tecnologia (Fatecs) estaduais, estando presente em 368 municípios do estado de São Paulo congregando mais de 322 mil estudantes distribuídos entre os cursos técnicos de nível médio e superior tecnológicos.

Dentre estas unidades, a escolhida para a realização da pesquisa foi a Etec Abdias do Nascimento, conhecida também como Etec Paraisópolis, por estar localizada dentro da comunidade Paraisópolis no Bairro do Morumbi, na cidade de São Paulo. A Etec Abdias do Nascimento oferece os seguintes cursos: Administração EAD semipresencial; Ensino Médio Técnico com Habilitação Profissional de Técnico em Administração; Ensino Médio Técnico com Habilitação Profissional de Técnico em Desenvolvimento de Sistemas; Ensino Médio Técnico com Habilitação Profissional de Técnico em Recursos Humanos; Técnico em Segurança do Trabalho e Técnico em Contabilidade.

Dentre os citados, a professora pesquisadora atua nos cursos de Administração, Contabilidade e Recursos Humanos. Para realização desta investigação foi escolhida uma turma de 40 estudantes do 2º ano do Ensino Médio Técnico Integrado à Administração, pois entre os conceitos a serem discutidos na disciplina de Matemática, consta a Matemática Financeira.

### **3.4 Instrumentos para a produção de dados**

Tendo em mente que numa pesquisa qualitativa o pesquisador tem como papel principal ser um investigador, ressalta-se a importância de se elaborar instrumentos para a produção de

---

<sup>9</sup> Projeto de Pesquisa aprovado no comitê de ética pelo CAAE número 40192820.7.0000.5473. O termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE encontrasse-se no apêndice B. O apêndice C apresenta o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido - TALE.



dados que possibilite:

descrições detalhadas de situações, eventos, pessoas, interações e comportamentos observados: citações literais do que as pessoas falam sobre suas experiências, atitudes, crenças e pensamentos; trechos ou íntegras de documentos, correspondências, atas ou relatórios de casos (PATTON, 1986, p. 22).

Para a produção desses elementos, e considerando as características da pesquisa, elegeu-se a observação participante como um importante instrumento, uma vez que a professora pesquisadora atuou diretamente com o grupo de estudantes. Considera-se, em acordo com as afirmações de Lüdke e André (1986), que a observação participante promoveu um grande envolvimento da professora pesquisadora com a situação investigada.

Com o desenvolvimento da THA buscou-se, também, observar o desenvolvimento das ações da professora pesquisadora, durante o planejamento e desenvolvimento das atividades para a sala de aula, considerando, por exemplo: (i) o desenvolvimento deste planejamento a partir das observações dos estudantes; (ii) as adaptações e modificações percebidas como necessárias durante o desenvolvimento da THA, a partir das hipóteses levantadas sobre como o estudante se apropria dos novos conhecimentos.

## **4. REFLEXÕES E ANÁLISES SOBRE AS AULAS MINISTRADAS**

Neste capítulo, são apresentadas as reflexões e análises realizadas sobre as aulas ministradas durante o desenvolvimento da pesquisa. Destaca-se que, além da seção de Introdução, este capítulo contempla mais duas seções, a saber: (i) *Descrevendo e Analisando a Aula*; (ii) *Analisando os Conhecimentos Didático-Matemáticos Mobilizados*, as quais contemplam as análises dos dados produzidos por meio da investigação realizada.

### **4.1 Introdução**

Compreende-se que a produção e análise dos dados é um processo que vai se construindo aos poucos, e, por meio dessas ações, tem-se que “o processo de análise dos dados é como um funil: as coisas são abertas de início e vão se tornando mais fechadas e específicas no extremo” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 50). Considerando este processo como norteador é que este capítulo de descrição e análise sobre as aulas ministradas na turma do Ensino Médio foi construído.

Para esta construção, optou-se por um movimento de apresentação que está dividido em duas seções: na primeira seção, “*Descrevendo e Analisando a Aula*”, realiza-se a descrição da

aula ministrada, juntamente com as análises preliminares dos dados produzidos, em cada uma delas, a partir do referencial teórico adotado para a pesquisa.

Destaca-se, assim, que as falas, ações e atitudes, tanto da professora pesquisadora quanto das interações entre ela e os estudantes, e entre os estudantes, dentre outros elementos, foram tomadas como unidades de significados para a análise, o que implicou em escolhas e decisões que foram baseadas nos objetivos e no referencial teórico escolhidos.

Na segunda seção, “*Analisando os Conhecimentos Didático-Matemáticos Mobilizados*”, realiza-se uma síntese da aula ministrada. Nessa síntese, retoma-se algumas discussões e análises feitas durante as descrições na seção anterior.

Ressalta-se, entretanto, que nessa seção são apresentadas justificativas, argumentações e articulações teóricas, considerando, em particular, o modelo do CDM para o ensino e os pressupostos da THA, com a intencionalidade de melhor posicionar o leitor sobre as escolhas feitas pela professora pesquisadora durante sua prática pedagógica e o processo de descrição e análise das aulas ministradas.

As descrições e análises apresentadas ao longo deste capítulo não retratam, de modo nenhum, todos os momentos ocorridos e observados durante a atuação da professora pesquisadora com os estudantes. Sendo assim, julga-se importante destacar que a opção foi pela escolha das situações consideradas serem mais significativas para os objetivos da investigação realizada.

A intencionalidade em optar por essa dinâmica de apresentação e comunicação das reflexões e análises sobre a atuação da professora pesquisadora, ao ministrar suas aulas, é justificada pelo interesse em construir este capítulo baseado em uma abordagem indutiva, que, para Alves-Mazzotti (2002, p. 131), significa que “o pesquisador parte de observações mais livres, deixando que dimensões e facetas de interesse emergam progressivamente durante o processo de coleta e análise de dados”.

A partir da apresentação e justificativas para a construção deste capítulo, a seguir são descritas as seções referenciadas acima, considerando algumas das aulas ministradas pela professora pesquisadora.



## 4.2 Descrevendo e analisando a aula 01<sup>10</sup>

A aula 01 foi a primeira aula dedicada para a introdução das discussões que envolviam Matemática Financeira. Assim, essa aula foi considerada como sendo o primeiro momento adequado para apresentar, aos estudantes, problematizações acerca da importância da Alfabetização Financeira.

Sendo assim, nessa aula, foi proposta uma atividade caracterizada como um debate, o qual teve início com a pergunta “O que são Juros?”, com o objetivo de propor reflexões sobre Juros, Juros simples e Juros Compostos, os quais são tópicos trabalhados na disciplina de matemática e fazem parte do conteúdo de Matemática Financeira. A professora<sup>11</sup> iniciou o diálogo com os estudantes por meio dessa pergunta por se tratar de um conteúdo familiar, haja vista que esse conteúdo é sempre discutido na Matemática Financeira.

O interesse da professora era o de problematizar as ideias dos estudantes sobre os conceitos matemáticos para depois promover uma discussão envolvendo a Educação Financeira, com a intencionalidade de, por meio do desenvolvimento de suas práticas pedagógicas, pautadas também nas habilidades presentes na BNCC, contribuir para que os estudantes trilhassem o caminho da Alfabetização Financeira.

Por ser uma turma muito dispersa, a aplicação dessa atividade tornou-se também um desafio para a professora, pois os estudantes realizavam conversas paralelas que, mesmo sendo sobre o tema do debate, dificultavam a comunicação e o respeito à vez de fala dos colegas.

A conversa paralela entre os estudantes foi modificando com relação à pergunta inicial, em vários períodos do debate. Por exemplo, quando alcançou um determinado ponto onde os estudantes discutiram as consequências de não concretizar o pagamento de um produto adquirido, como pode ser observado na fala da estudante AL02<sup>12</sup>.

*AL02: “Se a pessoa não paga o que compra o banco pode tirar os bens. Casa, carro”.*

Na perspectiva da professora, a inquietação da sala em relação a não honrar o pagamento, independente do número de parcelas determinadas, tornava-se superior à apreensão

<sup>10</sup> A notação "Aula 01", "Aula 02" [...] é utilizada para indicar a ordem cronológica de desenvolvimento da aula.

<sup>11</sup> Para melhor caracterizar o momento de observação e descrição das aulas, passa-se a utilizar apenas o termo *professora* para se referir à professora pesquisadora.

<sup>12</sup> Para manter o anonimato dos estudantes participantes da pesquisa serão utilizados códigos alfanuméricos (AL01; AL02; AL03...) para se referir a eles.

sobre o valor principal correspondente ao produto ou serviço adquirido. De acordo com Skovsmose:

Nessa linha, o consumo funcional, entendido como uma preparação para o consumo (cego), é apoiado pelo desenvolvimento de aspectos funcionais da matemacia. Isso quer dizer, por exemplo, que as pessoas tornam-se aptas a desempenhar todo tipo de transação econômica: de compra e venda; de remuneração salarial; de pagamento de impostos etc. Se adotássemos uma concepção mais ampla de consumo, que incluísse as práticas de ler e trabalhar informações expressas em números, então uma matemacia<sup>13</sup> do consumidor poderiam ser pensada em termos de uma cidadania funcional, isto é, as pessoas estariam aptas a receber informações de diversas fontes construídas e proceder de maneira esperada. (SKOVSMOSE, 2014, p.111)

Baseada na concepção de Skovsmose (2014), sobre a relevância em pensar na matemacia do consumidor a fim de transcender para uma cidadania funcional, compreende-se a pertinência da Educação Financeira em sala de aula, haja vista a ausência de atenção ao valor principal do produto ou serviço adquirido, bem como total indiferença à existência de uma referência.

Observando a mudança no enfoque da pergunta, a professora realizou uma intervenção, retomando a questão inicial.

Assim, em relação às respostas dadas à pergunta “O que são Juros?”, selecionou-se alguns episódios, os quais são apresentados a seguir, que retratam momentos da professora durante suas aulas.

*AL01: “Por exemplo, você tem uma dívida. É um percentual que vai acrescentando até que você paga”.*<sup>14</sup>

O estudante AL01 reagiu com rapidez ao apresentar seu entendimento sobre a pergunta. Na perspectiva da professora, esse posicionamento advém por duas situações distintas: (i) a vivência do estudante no que diz respeito às atividades desenvolvidas no seu ambiente de trabalho, uma vez que ele exerce a função de assistente administrativo, sendo contratado como jovem aprendiz; (ii) a experiência como membro da família que, após a pandemia, precisou ingressar no mercado de trabalho com a finalidade de contribuir com o sustento familiar.

Segundo Skovsmose (2014) “diferentes discursos revelam diferentes preocupações”. Pode-se perceber, por meio do discurso do estudante AL01, que sua angústia está relacionada

---

<sup>13</sup> Para Skovsmose Matemacia nas práticas de consumo, vem a ser a compra ou aquisição de todo tipo de bens, seja frequentando lojas, assistindo TV, viajando etc. (SKOVSMOSE, 2014, p. 107)

<sup>14</sup> Por questões éticas, as falas dos estudantes estão sendo reproduzidas sem qualquer alteração ou correção gramatical.



a prestações pagas em atraso, pois, o estudante finaliza a frase dizendo: “...*acrescentando até que você pague*”.

Desta forma, o fato de o estudante AL01 estar inserido no mercado de trabalho e, assim, dedicar-se às atribuições pela qual foi contratado, contribuiu para que ele desenvolvesse uma referência negativa sobre juros, e, com esse cenário, observa-se a fragilidade do seu entendimento sobre juros.

Ainda em relação ao questionamento feito pela professora, o estudante AL02 deu a seguinte resposta:

*AL02: “Sei o que é juros quando vai parcelar no cartão. Se você pagar mais tempo tem que dar um dinheiro a mais”.*

A partir dessa fala, considera-se que AL02 compreende o juros como parcela de cartão de crédito, tendo essa impressão como uma referência negativa, por ser um hábito familiar. Essa rotina doméstica pode ocorrer de tal forma onde o limite do cartão de crédito acaba compondo a renda familiar.

As respostas dadas pelos estudantes AL01 e AL02 indicam que ambos possuem uma noção intuitiva sobre juros, a qual relacionam à ideia de acréscimo, e tendo referência negativa em ambos os casos.

Dando continuidade ao Debate, e a partir do momento que a professora percebeu que os estudantes tinham uma noção intuitiva sobre juros, os estudantes foram instigados a refletir se o juros é algo bom ou ruim, a partir da seguinte pergunta: “*O Juro é bom ou é ruim?* [fala da professora] A seguir, são apresentados outros episódios com as respostas dos estudantes:

*AL02: “Se quiser pagar mensalmente um preço menor com juros vale a pena”.*

De acordo com a fala da estudante AL02, observou-se uma visão um tanto quanto distorcida que ela apresentava sobre juros. Pode-se observar a mudança de comportamento entre a resposta à primeira e à segunda questão. A estudante tomou uma postura mais reflexiva e, percebendo essa alteração no comportamento da estudante, a professora foi até a mesa onde ela estava.

Em conversa com a professora a estudante expôs que estava um pouco confusa, pois no seu entendimento o cartão de crédito servia para parcelamento, além de compor a remuneração

da responsável legal da família. Assim, de forma particular, a professora explicou para a estudante a funcionalidade do cartão de crédito e a importância da compra parcelada consciente.

Observa-se, nesse episódio a importância de se considerar, assim como preconiza a Skovsmose (2014), que as discussões sejam realizadas com base na realidade na qual os estudantes estão inseridos.

A proposta de discussão em relação ao juros ser bom ou ser ruim surgiu devido à noção intuitiva, expressada pelos estudantes, e que a professora pôde constatar ao realizar a pergunta “O que são Juros”? Desta forma, a pergunta: “O juro é bom ou é ruim?” contribuiu com o propósito de investigar o quanto de fato os estudantes tinham noção intuitiva sobre juros, haja vista que era necessária a adoção de uma referência para responder à questão.

Pode-se observar que os estudantes referenciados nos episódios utilizam referências negativas em relação aos juros. Na perspectiva deles, os juros estavam sendo associados sempre a algo ruim, o que levou a professora a realizar uma intervenção e explicar a necessidade de uma referência para responder esta questão.

Ressalta-se, ainda, que essa discussão teve como intencionalidade trazer a ideia da criticidade dos estudantes ao identificar se o juro é bom ou ruim, a partir das discussões em sala. Em outra circunstância, mas até então interligado ao tema juros, existiu uma nova discussão que levou os estudantes a problematizar os juros compostos, a qual é exposta no episódio a seguir.

A estudante AL06, ao participar da discussão, e logo após a fala da estudante AL03, apresentou como exemplo uma situação particular, a qual pode ser percebida na seguinte fala:

*AL06: “Muitas vezes a pessoa vai pedir um empréstimo está trabalhando tá contando com aquele dinheiro, às vezes acaba de ela ser demitida e ela fica sem recurso. Ai fica uma bola de neve, só conta acumulando”.*

A partir dessa fala, a professora solicitou que a estudante explicasse melhor o trecho “fica uma bola de neve”, pois a professora tinha como objetivo explorar melhor o raciocínio da estudante, mas, novamente, um outro estudante fez uma intervenção, e agora a estudante AL02 foi quem respondeu antes, dizendo: “Um monte de dívida acumulada” (AL02). Em seguida, a estudante AL06 concluiu: “Juros em cima de juros”.

Aproveitando a fala da estudante AL06, a professora apresentou o nome "juros compostos" ao grupo, ressaltando que a utilização de juros compostos faz parte do cotidiano das pessoas, e enfatizou que a fala da estudante AL06 explicita, justamente, a característica de juros compostos.

### **4.3 Analisando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 01**

A partir das anotações realizadas no diário de campo pela professora pesquisadora, foi possível perceber que essa aula se configurou como um desafio para ela, quando se leva em conta que a dinâmica proposta, a partir da realização do debate, exigiu que ela mobilizasse ações com as quais não estava acostumada a lidar.

Particularmente, destaca-se a importância da ação de interação praticada por ela durante a aula, pois, por se tratar de uma atividade que favorecia a discussão e o posicionamento dos estudantes, essa ação se mostrou presente de forma muito evidente.

As interações promovidas por meio da atividade desenvolvida, quer sejam entre a professora e os estudantes quer sejam entre os estudantes, está articulada com a *faceta interacional* proposta pelo CDM (GODINO, 2009). Esse autor destaca que os conhecimentos envolvidos com a *faceta interacional* contribuem para o reconhecimento das interações como um componente essencial para o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Para Pino-Fan e Godino (2015), por exemplo, essa *faceta* é a que se refere ao conhecimento das interações que acontecem, por exemplo, no interior de uma sala de aula, e, complementando a afirmativa desses autores, encontra-se, em Pino Fan, Assis e Castro (2015), o argumento de que esses conhecimentos compõem, assim, o campo de relações que sustentam o processo de aprendizagem.

Considera-se que a promoção do debate impactou na formação da professora, visto que alterou a referência de debate compreendido por ela. Pela sua prática, ela entendia que não era possível fugir do tema proposto, mas cercear a discussão poderia comprometer a intencionalidade do encontro. Assim, a professora atentou para a observação feita por Arrigo, Assai, Broetti e Lorencini Júnior (2018), ao se referir à ação de professores em atividades como a proposta pela professora. Para eles, geralmente, o professor não fornece:

o tempo de resposta necessário e suficiente aos alunos, levando-nos a classificar a maioria das perguntas por ele elaborada como sendo retórica. Podemos constatar que nessas situações nem sempre o professor guardava o tempo necessário para que algum aluno se manifestasse, esse tipo de comportamento na ação docente pode ser



considerado como um fator que influencia diretamente no diálogo professor-aluno, podendo causar efeitos negativos para a construção do discurso reflexivo, pois a tendência, nesse caso, é o professor responder à pergunta por ele formulada o que caracteriza uma pergunta sem valor cognitivo para o raciocínio do aluno. (ARRIGO; BROETTI; LORENCINI JR., 2018, p. 58)

As interações professora-estudante-estudante foram acontecendo e a professora teve que estar atenta a toda essa movimentação, observando os estudantes compartilhando opiniões. Pino-Fan e Godino (2015) salientam que essas interações dizem respeito não somente ao professor e o estudante, mas também entre os próprios estudantes e os recursos didáticos, bem como às interações professor-recursos-estudantes.

#### **4.4 Descrevendo e analisando a aula 02**

A Aula 02 foi destinada à apresentação de um questionário aos estudantes, composto de sete perguntas. Apesar da sala contar, neste dia, com quarenta estudantes presentes, não foram considerados sete estudantes como participantes da pesquisa, haja vista que os pais destes não autorizaram a participação deles.

A professora orientou os estudantes a lerem e responderem as questões individualmente, de acordo com suas ideias e percepções. Buscando minimizar a expectativa dos estudantes sobre uma possível exposição das respostas deles, a professora ressaltou que ela seria a única a ler as respostas, e, além disso, não haveria a necessidade de se identificarem no questionário.

Apesar dessa orientação, foi observado que os estudantes apresentavam uma certa inquietação e insegurança na sala, que podem ser entendidas como o indício de uma falta de confiança em si mesmos. Assim, a professora decidiu mudar a orientação inicialmente, e passou a ler as questões em voz alta, explicando e exemplificando uma a uma.

Após a leitura realizada em conjunto, a professora observou que os estudantes, embora estivessem serenos em relação à autonomia para responderem às questões de acordo com seu entendimento, apresentavam uma dependência em relação ao consentimento da professora, ou seja, durante o processo de resolução das questões alguns estudantes solicitavam a correção da questão pela professora.

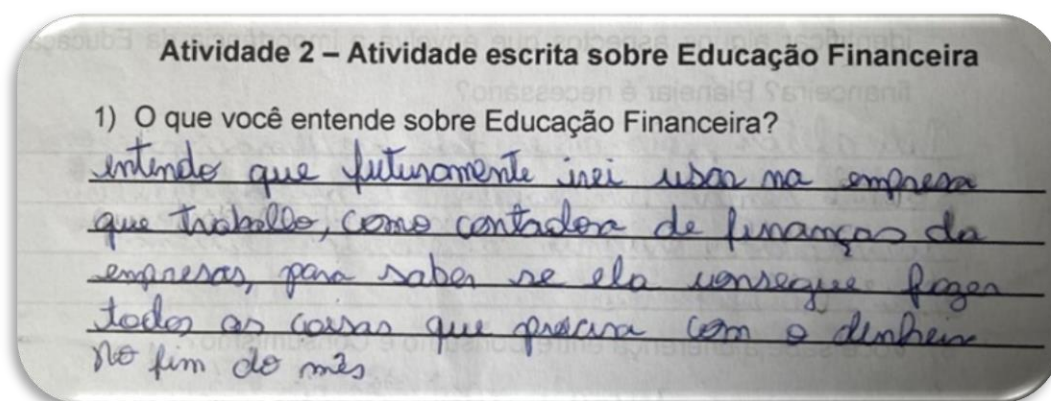
Buscando minimizar essa sensação, por parte dos estudantes, a professora realizou uma intervenção para lembrá-los de que a resposta explícita o entendimento individual, portanto, não existiria certo ou errado, mas a tomada de decisão do ponto de vista do estudante.

O questionário aplicado é apresentado no Apêndice I. No entanto, a seguir são apresentadas algumas imagens dos protocolos produzidos, os quais são utilizados como ilustrativos para a descrição e análises dessa segunda aula.

Sendo assim, apresenta-se a seguir a Figura 1. A resposta apresentada é um exemplo de respostas que foram semelhantes a um grupo de treze estudantes que, em suas respostas, relacionam a educação financeira com dinheiro e o meio empresarial, ou seja, como uma ferramenta de trabalho.

Observa-se, em particular, que não existiu por parte dos estudantes preocupação em relação a educação financeira auxiliar no desenvolvimento da sua vida pessoal. Com relação a questão um, a professora orientou os estudantes a pensarem na palavra educação financeira, e então escreverem o sentido ou significado que essa palavra passava para cada um deles.

**Figura 1.** Resposta à pergunta 1 do questionário



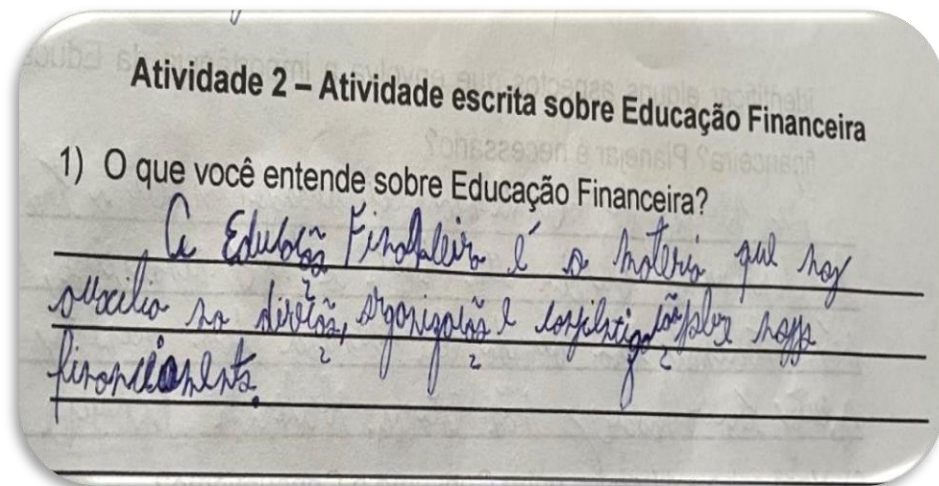
**Fonte:** Protocolo produzido pela pesquisa (2022)

Ao se observar essa resposta, nota-se que esse grupo respondeu à questão a partir de uma compreensão da educação financeira como uma técnica a ser implementada no ambiente de trabalho. Na opinião da professora, os estudantes dessa turma estavam esperando um passo a passo para executar no trabalho.

As figuras 2 e 3 representam um grupo de quatro de 4 estudantes que relacionaram a educação financeira de acordo com o estudo de gastos e financiamentos. Destaca-se que na segunda questão foi explicado aos estudantes que a educação financeira pode abordar diversos assuntos e quais os assuntos eles imaginavam serem abordados na educação financeira.

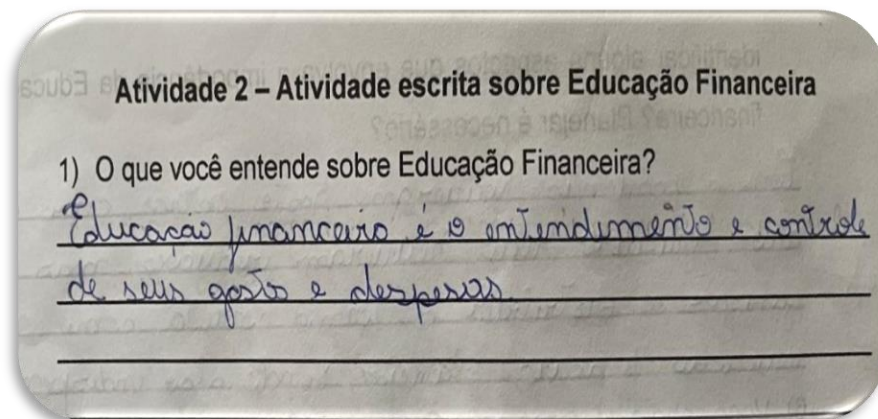
Na terceira questão foi explicado que existe uma diferença entre as questões 2 e 3 e, por isso, a professora solicitou a eles muita atenção.

**Figura 2.** Resposta à pergunta 1 do questionário



Fonte: Protocolo produzido pela pesquisa (2022)

**Figura 3.** Resposta à pergunta 1 do questionário



Fonte: Protocolo produzido pela pesquisa (2022)

Para a professora essas respostas indicam que os estudantes não possuem entendimento sobre juros e precisam compreender como controlar seus gastos mensais. Ao analisar essas respostas a professora destacou ser possível identificá-los como consumidores funcionais.

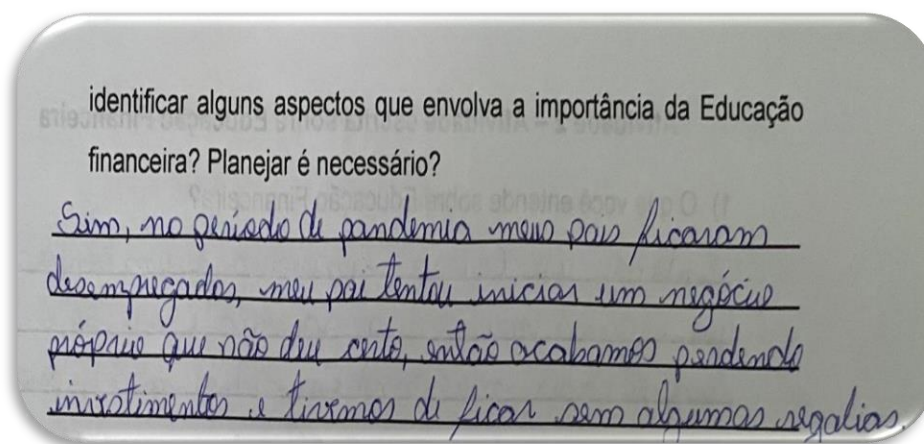
De acordo com Skovsmose (2014), consumo funcional é entendido como uma preparação para o consumo (cego), e é apoiado pelo desenvolvimento de aspectos funcionais

da matemacia. Isso quer dizer, por exemplo, que as pessoas se tornam aptas a desempenhar todo tipo de transação econômica: de compra e venda; de remuneração salarial; de pagamento de impostos, etc.

Se fosse adotada uma concepção mais ampla de consumo, que incluísse as práticas de ler e trabalhar informações expressas em números, então uma “matemacia do consumidor poderia ser pensada em termos de uma cidadania funcional, isto é, as pessoas estariam aptas a receber informações de diversas fontes construídas e proceder de maneira esperada” (SKOVSMOSE, 2014, p. 111).

A seguir é apresentada uma resposta dada à pergunta 5 do questionário. A estudante da figura 4 responde diretamente uma parte da pergunta feita na questão 5, ignorando a outra parte da questão.

**Figura 4.** Resposta à pergunta 5 do questionário<sup>15</sup>



**Fonte:** Protocolo produzido pela pesquisa (2022)

Para a professora, a estudante desconsidera a parte da questão que se refere à pesquisa, devido ao seu conflito interno familiar, visto que um dos genitores é caracterizado pela estudante como um católico devoto incondicional.

Percebe-se que na sua resposta é mencionada a perda de emprego dos pais no período pandêmico e, como solução, o pai optou por investir seu recurso em um negócio próprio, mas

<sup>15</sup>Início da questão 5: “Nós passamos por um período pandêmico onde afetou a vida de todos mundialmente. Como o período pandêmico afetou o seu ambiente familiar financeiramente? Você teve que lidar com algum tipo de redução enquanto membro da família como por exemplo redução da tv acabo, mudança do plano de celular? Nesse período você consegue identificar alguns aspectos que envolva a importância da Educação financeira?”

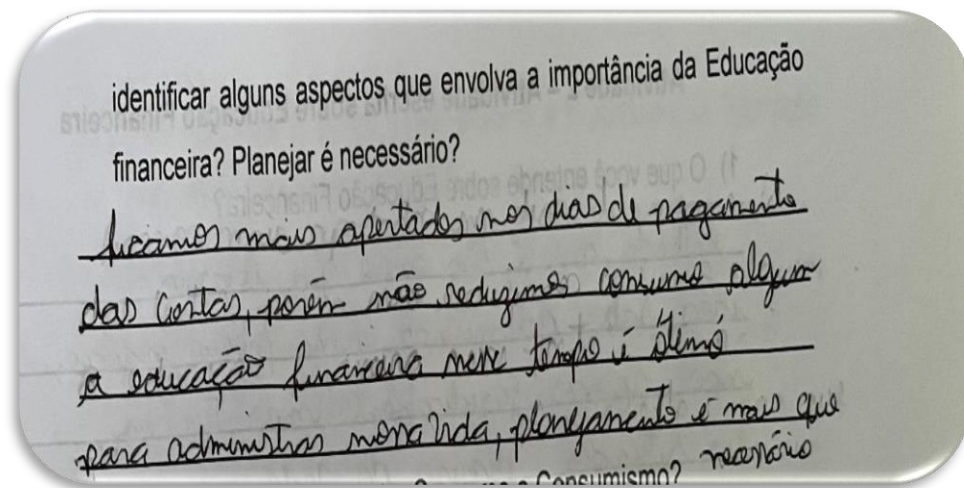
não obteve sucesso. Apesar dessa situação, observa-se que a estudante não refletiu sobre o que poderia ter acarretado a falta de êxito no comércio da família.

A professora entende que a estudante transmite uma sensação de incredulidade nas técnicas ou conteúdos aprendidos em sala de aula e, desta forma, a professora compreende como essa estudante deve vivenciar um conflito, visto que, pela cultura familiar, o ensino esperado é o tradicional, conhecido pelas listas de exercícios.

Para Skovsmose (2014), há outros aspectos a considerar além da “condição” das pessoas propriamente, tais como a “cultura”. No entanto, os estudantes são de uma turma do Ensino Médio Técnico, onde as próprias disciplinas estão voltadas para o comércio, o que possibilitaria que a estudante solicitasse auxílio dos docentes para dúvidas em relação ao comércio da família, mas não existiu essa interação por parte da estudante.

Na Figura 5, a seguir, pode-se observar que a estudante comenta sobre a relevância do planejamento financeiro na atualidade.

**Figura 5.** Resposta à pergunta 5 do questionário



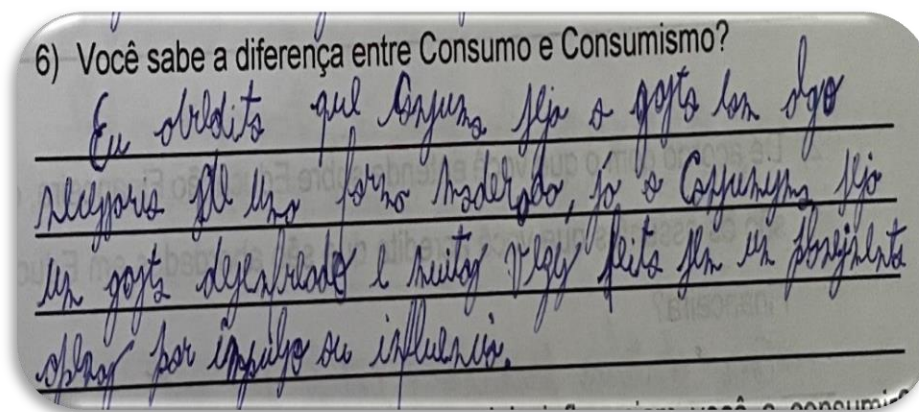
**Fonte:** Protocolo produzido pela pesquisa (2022)

Para a professora, a estudante demonstra preocupação com o planejamento financeiro e, de acordo com sua resposta, pode-se inferir que ela aparentou vincular o uso da educação financeira ao período pandêmico, com a finalidade de administrar a sua vida, não fazendo distinção, em sua resposta, entre a vida pessoal e a profissional.



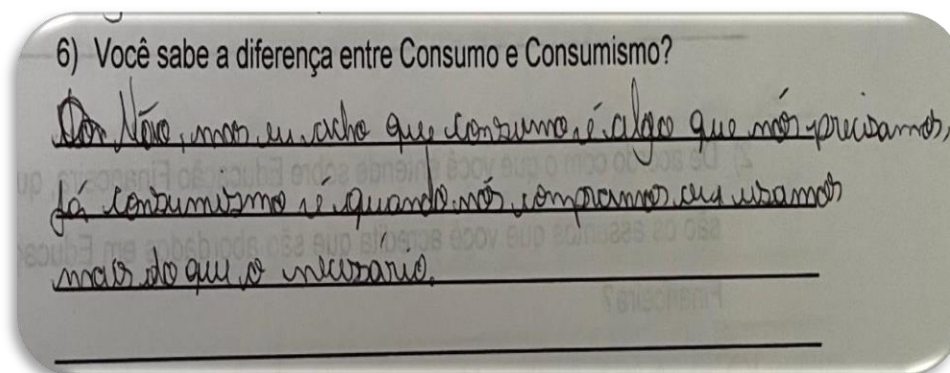
As figuras 6 e 7 representam um grupo de dezoito estudantes que apresentaram compreensão sobre a diferença entre consumo e consumismo.

**Figura 6.** Resposta à pergunta 6 do questionário



Fonte: Protocolo produzido pela pesquisa (2022)

**Figura 7.** Resposta à pergunta 6 do questionário



Fonte: Protocolo produzido pela pesquisa (2022)

O grupo de estudantes demonstrou interesse nesta questão, e se apresentavam comprometidos com as respostas.

Considera-se que esta atividade foi relevante para a professora, principalmente em relação à observação da compreensão dos estudantes em relação à importância das discussões e, assim, terem respondido à atividade com seriedade e, revelarem apresentar uma falta de preparo para tomar decisões próprias sobre suas percepções e entendimentos.

Ressalta, assim, que houve um empenho dos estudantes em responder às questões, mas, também, uma certa dependência de alguns deles em relação à aprovação da professora quanto

às respostas, uma vez que alguns estudantes a chamavam o tempo todo para analisar as respostas dadas.

A professora, ao observar a falta de clareza no entendimento de estudantes sobre o assunto, e considerando o desenvolvimento da THA, elaborou duas atividades complementares com base em dois textos que abordaram o tema Consumo.

#### **4.5 Analisando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 02**

Para a elaboração da atividade houve vários recomeços em relação ao grupo de estudantes. Um longo processo, com vários caminhos percorridos; porém, foi durante a aplicação do questionário que a professora pode mobilizar conhecimentos que estão articulados com a faceta afetiva, proposta pelo CDM (GODINO, 2009).

No início da atividade os estudantes foram orientados pela professora que se tratava de uma atividade composta por sete questões para serem respondidas de forma individual com respostas totalmente pessoais, onde só ela teria acesso às respostas. Ela optou por fazer uma intervenção junto aos estudantes, devido à insegurança apresentada por eles.

Assim, após a leitura de cada questão, os estudantes iniciaram a resolução enquanto a professora caminhava entre as carteiras a fim de observar as discussões. Porém, ressalta-se que ela não interferiu nas estratégias ou no raciocínio dos estudantes, mas reforçava sobre a autonomia deles para que respondessem a partir de seus pontos de vistas, pois acreditava no potencial deles.

Faz-se importante ressaltar que durante o desenvolvimento das atividades nessa aula, diferentes conhecimentos foram mobilizados pela professora, pertencentes, também, a diferentes *facetas*. No entanto, para esta análise, está sendo considerado aqueles conhecimentos que mais se sobressaíram.

A *faceta afetiva*, como caracterizada anteriormente, se refere aos aspectos emocionais e comportamentais dos estudantes em sala de aula. Godino (2011), ao expressar que está baseada em elementos que se referem ao envolvimento, ao interesse e à motivação dos estudantes em sala de aula, organizou componentes e indicadores para cada um desses aspectos.

Assim, o autor evidencia que os componentes *interesses* e *necessidades* apresentam dois indicadores, sendo: (i) se as tarefas são de interesses para os estudantes; (ii) se são propostas situações que permitem avaliar a utilidade na vida cotidiana e profissional. O componente de



*atitudes* tem como indicadores: (i) se promovem as participações nas atividades, a presença, responsabilidade, etc. (ii) se favorece a argumentação em situação de igualdade, o argumento e valores em si e não para quem o diz.

Já o componente das *emoções* apresenta como indicadores: (i) se promove a autoestima, evitando a rejeição, fobia ou medo da Matemática; (ii) se as qualidades estéticas e precisão da matemática são destacadas.

Para a professora, a atividade desenvolvida foi relevante para seu desenvolvimento em sala de aula, uma vez que ela pouco trabalha com questões abertas, e por meio dessa atividade pôde perceber que esse modelo de atividade permite ao estudante desenvolver sua análise crítica. Entretanto, a professora julga ser uma atividade complexa, visto que os estudantes em tempo algum mostraram-se convictos de possuírem autonomia para responderem as questões.

A professora destaca, ainda, sua percepção de que questões abertas permitem que os estudantes aprendam a desenvolver argumentos sobre os seus pontos de vista.

#### **4.6 Descrevendo e analisando a aula 03**

A aula 03 é caracterizada pelo oferecimento de uma atividade complementar, a qual foi elaborada após o levantamento de dados com as respostas da atividade 2, com a finalidade de sanar as dúvidas dos estudantes em relação ao tópico discutido. Para a elaboração dessa atividade a professora pautou-se nas orientações de Simon (1995), ao descrever o processo de construção de uma THA.

Assim, a professora voltou sua atenção para os seguintes componentes: (i) o seu objetivo, com a definição de direções para a aprendizagem dos estudantes; (ii) sua preocupação com a atividade de ensino que estava sendo elaborada; (iii) as definições do processamento hipotético de aprendizagem dos estudantes.

Com esse pensamento e diretrizes, a professora planejou as atividades, aplicou-as em sala de aula, verificou se houve compreensão por parte dos estudantes e, caso precisasse, planejava uma nova atividade para sanar possíveis dúvidas ainda existentes.

A atividade proposta é composta por dois textos, conforme figuras 1 e 2, os quais abordam consumo, mídia, forma de pagamento, sociedade e a influência dos jovens. Optou-se por utilizar as mesmas etapas em ambos os textos, visto que os conceitos e os textos compõem uma análise crítica para o estudante.



## Texto 1

### Especial Consumo 2 - Aumento do consumo e influência dos jovens (05'15")

*O Segundo Programa Da Série De Reportagens Especiais Sobre o Consumo Entre os Jovens vai Mostrar Como Eles Influenciam Nas Compras Da família E Como Movimentam Uma Parte Importante Do Mercado De Consumo. Vamos Falar Também Do Aumento No Consumo E Do Acesso De Uma Nova Parcela Da população ao Financiamento.*

*Com roupas despojadas, tênis descolados e mochila nas costas, eles já representam cerca de 36 milhões de pessoas dos nove aos 19 anos, segundo as últimas projeções do IBGE. São quase 20 por cento da população brasileira e respondem também por essa mesma fatia de tudo o que é vendido no comércio nacional. Considerando as previsões de que o Produto Interno Bruto do Brasil chegue aos 2 trilhões de reais este ano, dos quais o comércio deve ser responsável por 200 bilhões de reais. A expectativa é de que os adolescentes comprem o equivalente a 40 bilhões de reais. Isso, sem contar a influência que exercem sobre o consumo dos próprios pais. Afinal, eles têm opinião, personalidade e sabem das coisas.*

*Ludimila Guedes de 19 anos vai ao shopping uma vez por semana e diz que agora é uma pessoa controlada, mas que ao fazer o cartão de uma loja de departamentos comprou mais do que podia pagar e ficou endividada. A jovem gasta atualmente metade do seu salário em roupas, bolsas e acessórios. Sapatos também são sua paixão. São 60 pares em seu guarda-roupa.*

*"Toda vez eu compro... Aí eu compro alguma coisinha mesmo que seja uma calcinhazinha, um creme, alguma coisa, um chapeuzinho, uma bolsinha, mas eu compro."*

*Já Rafael Alécio de 18 anos frequenta o shopping três vezes por semana e se considera um consumista, mas não de roupas ou sapatos e sim de fast food.*

*"Ir no fast food já é consumismo, só por comprar lanche pronto já é consumismo, e também vir aqui pra ficar andando gastando o dinheiro do ônibus já é um consumismo."*

*Ele também admite que influencia a família fazendo pressão para a compra de determinado produto, como ele mesmo diz, "enchendo o saco do pai."*

*Para o chefe do Departamento de Economia da Confederação Nacional do Comércio e ex-diretor do Banco Central, Carlos Thadeu de Freitas Gomes, o mercado voltado para adolescentes é o que tem maior potencial de vendas, na comparação com segmentos destinados a outras faixas etárias.*

*Os principais objetos de consumo dos jovens são as roupas, bolsas, sapatos e artigos eletrônicos. O número de opções é cada vez maior com o acesso a produtos de todas as partes do mundo, através da Internet.*

*Segundo pesquisa realizada pela Editora Abril em 2005, com 750 jovens nas cidades de São Paulo, Rio de Janeiro e Ribeirão Preto, o jovem vivencia a compra muito antes de acontecer, o que significa que a posse do objeto é menos importante que o desejo despertado. Por exemplo, antes mesmo do Playstation3 ser lançado, um entrevistado dizia que o seu Playstation 2 já estava superado. Outro queria um iPod com capacidade para 15 mil músicas, embora não use a capacidade de 6 mil músicas do que tem.*

*Segundo o pesquisador da YTrends, Rafael Kenski, o que diferencia essa geração das outras é o fato de que nunca houve tantas opções de consumo como agora. Para se inteirar sobre um produto, os jovens continuam recorrendo às informações dos grupos, mas procuram também dados disponíveis na Internet.*



*"Um das primeiras necessidades é você conseguir filtrar isso é você conseguir saber quais são os produtos mais legais onde estão as coisas mais bacanas e com isso eles precisam de ferramentas que façam essa seleção pra eles. Uma das tendências de consumo é justamente a seleção, as pessoas que sejam curadores e que digam: isso aqui é o mais legal, isso aqui é o menos legal. Olha que bacana esse produto ou essa informação, ou esse estilo... Você tem por exemplo também a necessidade de produtos exclusivos, produtos que pareçam que foram feitos só pra aquela pessoa, que pareçam únicos."*

*A pesquisa detectou dez tendências dos jovens atualmente. Eles querem soluções rápidas para suas necessidades; confiam nas informações dadas por seus amigos; valorizam produtos diferenciados; procuram design em suas compras; utilizam a internet como espaço para expressar suas opiniões e ouvir os outros; não tem fidelidade a uma determinada marca, usando várias ao mesmo tempo e misturando tendências.*

*Os jovens estão buscando cada vez mais produtos nacionais, com alma brasileira. Apesar de antenados com o mundo, os jovens brasileiros estão procurando equilíbrio em atividades junto à natureza.*

*Consumir não é mais um privilégio das pessoas de classes mais abastadas. O publicitário Rafael Porto, do Instituto de Pesquisa Consuma da Universidade de Brasília, diz que o aumento no consumo se verificou nos últimos anos porque está havendo mais acesso à linhas de crédito para as classes de menor poder aquisitivo.*

*"O que recentemente tem ocorrido é que uma classe que normalmente não consumia tanto passou a consumir, o que no caso é a classe C e essa classe C ela aumentou o número de pessoas que estão dentro dela e essas pessoas passaram a consumir mais principalmente devido ao acesso ao crédito."*

*De qualquer forma é preciso estar atento para que as compras não se tornem um problema.*

*De Brasília, Karla Alessandra*

Fonte: <https://www.camara.leg.br/radio/programas/306432-especial-consumo-2-aumento-do-consumo-e-influencia-dos-jovens-0515/>. Acesso: 10/05/2022

A atividade foi realizada em trio ou em dupla, e o primeiro texto “Especial Consumo 2 - Aumento do Consumo e Influência dos Jovens”, foi separado por etapas para discussão, a saber:

- ⇒ (i) os estudantes e seus pares deveriam discutir sobre a influência dos jovens no ambiente familiar;
- ⇒ (ii) após a leitura e discussão entre os pares, deveriam colaborar com a construção de um Mapa Mental, o qual seria feito na lousa com a colaboração de todos os grupos;
- ⇒ (iii) o grupo de estudantes deveria, por meio de uma análise do Mapa Mental construído, chegar a uma conclusão sobre o “consumo” e a influência dos jovens, baseado no texto.

Ao percorrer a sala de aula, a professora foi identificando as discussões entre os grupos sobre as posturas adotadas pelos jovens retratados no texto, bem como as questões sobre

consumo e consumismo que estavam sendo discutidas. Um grupo de estudantes riu bastante com o texto, e a todo o momento uma das estudantes comentava ter feito algo semelhante.

Um outro estudante, de outro grupo, comentou que não tinha condição para fazer essas coisas, e, no mesmo momento, um dos colegas do grupo (se tratava de um trio) perguntou se ele nunca tinha pedido nem uma bala, e então o primeiro estudante disse que sim. Houve alguns momentos que a presença da professora foi solicitada para esclarecer se o raciocínio de um dos membros do grupo estava coerente em relação ao consumo. O raciocínio do estudante estava coerente com situação apresentada, e não houve nenhuma intervenção por parte da professora.

Após todos concluírem as discussões com seus pares, iniciou-se a construção de um Mapa Mental na lousa, onde a professora anotava as palavras enquanto a representante de classe conferia se todos os grupos já haviam tido sua vez de fala. As palavras eram anotadas uma por vez, a fim de que não houvesse divergência.

O Mapa Mental, de início com a palavra Consumo, levou os estudantes a apresentarem ideias como: por meio do minimalismo é possível contribuir com o meio ambiente; consumo descontrolado influência no aumento do lixo; consumismo é compra sem necessidade; jovem influência os adultos e jovem consome sem necessidade.

Para a professora, ocorreu o maior desenvolvimento dos estudantes na criação do Mapa Mental, uma vez que os estudantes discutiam os entendimentos em grupo, até chegarem a um consenso para incluir na lousa. Após a conclusão do Mapa Mental, os estudantes estavam fazendo reflexões sobre como seria a próxima geração em relação ao consumo. A reflexão dos estudantes chamou a atenção da professora por apresentar uma análise futura sobre a sociedade, baseada em um texto discutido em sala de aula.

A segunda atividade foi composta por um recorte de jornal com três pequenos textos, a saber: (i) *“Tik Tok alcança a marca de 1 bilhão de usuários ativos por mês”*; (ii) *“Recurso do Facebook integram mensagens entre Instagram e WhatsApp”*; (iii) *“80% dos consumidores desistem da compra por falta de opções de pagamento”*. Os textos são apresentados na Figura 8 a seguir.



**Figura 8.** Recorte do Jornal do Negócio

### **TIKTOK ALCANÇA A MARCA DE 1 BILHÃO DE USUÁRIOS ATIVOS POR MÊS**

O aplicativo TikTok alcançou a marca de 1 bilhão de usuários ativos por mês no mundo neste ano. O número representa um crescimento de 45% desde julho de 2020. Segundo a empresa, Estados Unidos, Europa, Brasil e Sudeste Asiático são os maiores mercados da plataforma. O TikTok tinha cerca de 55 milhões de usuários globais até janeiro de 2018. O número subiu para mais de 271 milhões em dezembro do mesmo ano, foi a 508 milhões em dezembro de 2019 e atingiu 689 milhões em julho do ano passado. Em seu último balanço trimestral, o Facebook, principal rival do TikTok, divulgou ter 2,9 bilhões de usuários mensais ativos até o final do primeiro semestre.



### **RECURSO DO FACEBOOK INTEGRA MENSAGENS ENTRE INSTAGRAM E WHATSAPP**

O Facebook lançou novas ferramentas para as empresas encontrarem e conversarem com potenciais clientes em seus aplicativos. A ideia é se tornar o principal local para compras online, utilizando as redes sociais da empresa (controladora também do Instagram e WhatsApp) para expandir o público. Com isso, as empresas poderão adicionar um botão em seus perfis do Instagram para permitir que as pessoas enviem uma mensagem por WhatsApp para a empresa com um clique. Integrar o WhatsApp é importante para clientes em países como Índia e Brasil, onde o aplicativo de mensagens é amplamente usado.



### **80% DOS CONSUMIDORES DESISTEM DA COMPRA POR FALTA DE OPÇÕES DE PAGAMENTO**

Pesquisa feita com 500 pessoas em todo o País revelou que a falta de opções de formas de pagamento leva grande parte dos consumidores a não concluir suas compras online. O levantamento é da Nuvemshop, unicórnio do setor de comércio eletrônico, com o apoio das empresas lugu e Pagar.me. O estudo mostrou que apesar de considerarem as compras digitais seguras (87% dos consumidores confiam no e-commerce), uma das razões para abandonarem seus carrinhos está na falta de flexibilidade na hora de fazer os pagamentos. Aproximadamente 80% dos participantes da pesquisa deixaram de concluir um pedido por não poder realizar o pagamento do jeito que gostariam, seja boleto, cartão de crédito ou Pix, que aparece como método preferido de metade dos compradores.



Durante a leitura do primeiro texto, intitulado “*Tik Tok alcança a marca de 1 bilhão de usuários ativos por mês*”, observou-se que os estudantes apresentaram um certo desinteresse sobre o assunto abordado. Ao percorrer dois dos grupos de estudantes, a professora percebeu que: (i) eles compreendiam que o crescimento se tratava de algo natural, sem novidades, uma vez que o indivíduo tem várias oportunidades; (ii) eles entendiam que na rede social podiam desabafar, fazer amigos, ficar famoso.

Na leitura do segundo texto, intitulado “*Recurso do Facebook integram mensagens entre Instagram e WhatsApp*”, chamou atenção um grupo onde um dos componentes mencionou que o WhatsApp já possui muitas contas comerciais, mas não tinha pensado na ferramenta como uma oportunidade de negócio e, lendo o texto, percebeu que a rede social também se trata de uma oportunidade de negócio.

Quanto ao terceiro texto, intitulado “*80% dos consumidores desistem da compra por falta de opções de pagamento*”, pegou todos os grupos de surpresa, pois nenhum estudante imaginou que houvesse uma taxa tão alta na hora de concluir a compra pela internet, por falta de opções na forma de pagamento. Em um dos grupos, um dos componentes trouxe como reflexão o fato de que existem lojas que aceitam um determinado cartão, mas não aceitam outro, e tem loja que aceita boleto só à vista, e os colegas concordaram.

Após a discussão entre os estudantes, a professora iniciou a construção de um segundo Mapa Mental no quadro negro com os estudantes, novamente tendo auxílio da representante de sala. Este mapa mental foi iniciado com a palavra “Mídias sociais”, e começaram a surgir ideias dos estudantes, como: a sociedade é influenciada pela mídia em todos os aspectos; a mídia passa a influenciar os indivíduos em vários aspectos, inclusive na política; as pessoas procuram fama e aceitação por meio das mídias sociais; os jovens são os mais influenciáveis pela mídia.

Após a construção desse Mapa Mental, o qual foi construído pelos estudantes, sem interferência da professora, os estudantes foram convidados a elaborar um terceiro Mapa Mental, tendo como palavra inicial “Educação Financeira”. Assim, os estudantes receberam como orientação procurar lembrar as discussões feitas no decorrer das atividades, durante o desenvolvimento das aulas, desde o primeiro encontro.

As contribuições dos estudantes iniciaram com a lembrança da discussão sobre o cartão de crédito sendo usado para a compra a prazo, e essa compra podendo ser parcelada. Outro grupo explicou que existem vários os tipos de cartão de crédito, e, nesse momento, a professora

fez uma intervenção, lembrando-os que são três tipos de cartão de crédito: (i) cartão corporativo, que apesar de ser um cartão de crédito é administrado pela empresa na qual o indivíduo trabalha; (ii) cartão de débito, o qual é vinculado à uma conta bancária, e, dessa forma, no ato da compra, o valor é descontado automaticamente da conta corrente; (iii) por último, o cartão pré-pago, no qual só é possível efetuar compra no cartão se o proprietário colocar crédito.

A partir da intervenção da professora, um estudante lembrou que os juros podem ser usados para remunerar o dinheiro em uma aplicação. As próximas contribuições dos estudantes decorreram sobre as receitas que podem ser geradas a partir de produtos e serviços.

Sobre despesas, um grupo explicou com detalhes que devem ser levados em consideração os imprevistos, como consertos, presentes e festas, que fazem parte da despesa sazonal, enquanto as despesas fixas não têm impacto direto nos gastos, pois são gastos necessários para que tudo funcione corretamente.

#### **4.7 Analisando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 03**

As atividades propostas na aula 3, por serem um complemento das discussões ocorridas na aula 02, exigiram uma maior cautela da professora, pois sua finalidade era de sanar possíveis dúvidas dos estudantes. Considerando esse panorama, a professora mobilizou diferentes conhecimentos que se referem ao currículo de matemática do nível de ensino que considera o estudo dos objetos matemáticos com os quais ela estava trabalhando.

A partir dos textos, a professora procurou conduzir os estudantes a uma análise crítica sobre sua importância na qualidade de parte de uma entidade que constrói a futura sociedade. Percebeu-se que no momento da intervenção da professora houve uma pequena alteração na fala dos estudantes, pois até então eles não tinham mencionado aspectos da educação financeira ou do juros como investimento.

Destaca-se que a professora teve uma postura de mediadora, levando em conta o comportamento dos estudantes, suas personalidades e dificuldades, e sempre adotou uma atitude de provocar os estudantes para se envolverem nas discussões, fazendo perguntas e revelando seus pontos de vista. Ressalta-se, ainda, que, por vezes, a professora teve que trabalhar duro para gerenciar os estudantes sem parecer ser autoritária.

A proposta do Mapa Mental agradou os estudantes. No entanto, durante a aplicação da atividade, a professora sentiu necessidade de fazer alguns ajustes por conta da dinâmica e

participação dos estudantes. Assim, no início, a representante de sala marcava o grupo que estava fazendo a reflexão e todos contribuíam e chegavam a um senso comum, e então a professora incluía a frase na lousa.

A partir do ajuste feito pela professora, a representante de sala anotava o grupo, porém, os integrantes do grupo se levantavam e compartilhavam suas ideias com os demais da sala. Dessa forma, os colegas conseguiam identificar com mais clareza o grupo da vez, e isso reduziu o número de perguntas desnecessárias, permitindo um foco melhor no diálogo.



## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para as considerações finais, tomo a liberdade de escrever na primeira pessoa, com a finalidade de ressaltar a importância da realização da pesquisa para minha prática docente, a partir da necessária mudança de postura, ao me entender enquanto uma professora pesquisadora.

Assim, inicio destacando que a realização de uma pesquisa-ação contribuiu para o desenvolvimento de minha autonomia docente, pois me possibilitou uma percepção crítica sobre a construção do conhecimento.

Em relação à observação do que acontece na sala de aula, considero que esse momento se revelou como sendo muito complexo, pois, ao me portar como professora e pesquisadora durante todo o tempo, e ter a necessidade de separar as duas ações, tive que entender essa postura como um exercício que foi sendo aprimorado a cada momento de sala de aula.

Para a produção de dados utilizei recursos como a filmagem, gravação de áudio e anotações em um diário de campo, com a finalidade de não perder informações relevantes para a pesquisa, e sempre estive preocupada com o rigor ético, e por isso tive muita atenção em separar aquilo que era anotação minha, enquanto pesquisadora, ou seja, sobre o que estava sendo feito por mim, enquanto professora.

Considero, também, que o desenvolvimento da THA contribuiu para a articulação da Alfabetização Financeira com a Educação Matemática Crítica. No entanto, ressalto que há espaço para se continuar desenvolvendo e aprofundando os estudos no âmbito dessa aproximação, e julgo importante destacar que o desenvolvimento da THA contribuiu para sanar as possíveis dúvidas deixadas pelas atividades desenvolvidas na aula 2. Assim, as atividades auxiliaram no esclarecimento das dúvidas, bem como possibilitam ampliar as discussões sobre os assuntos referentes à atividade 1, contribuindo para a discussão de outros temas, como orçamento familiar, cartão de crédito e investimentos.

Ressalta-se, ainda, que o período de elaboração das atividades foi bem relevante para o meu desenvolvimento profissional, pois, por estar habituada ao método tradicional de ensino, elaborar atividades dentro dos preceitos da Educação Matemática Crítica, de Skovsmose (2014) e do CDM, de Godino (2009), se configurou como um grande desafio para mim.



Devo evidenciar, ainda, que, ao considerar minha prática como objeto de pesquisa, esta investigação possibilitou que fosse analisado minhas potencialidades, minhas dificuldades e meus limites, considerando o CDM, de Godino (2009), ao elaborar a sequência de atividades e aplicando-as, a fim de gerar o desenvolvimento da criticidade dos estudantes em relação à Educação Financeira.

Apesar dessa possibilidade, julgo importante evidenciar que tive muita dificuldade para identificar, nas análises, possíveis construções articuladas com as dimensões propostas pelo CDM (GODINO, 2009), com vistas a identificar e analisar os conhecimentos mobilizados, articulados com as facetas propostas por esse autor. Considerando essa dificuldade, foi possível identificar algumas dessas construções, como a articulação dos meus conhecimentos com a *faceta interacional*, que contribuiu para a troca de conhecimento entre estudantes-estudantes-professora, permitindo que ao final do debate os estudantes compreendessem que os juros podem ser usados a favor deles, caso poupem dinheiro por meio de uma aplicação, por exemplo. Pino-Fan e Godino (2015) salientam que as interações podem ocorrer entre os próprios estudantes, entre os estudantes e os recursos didáticos e não somente entre os estudantes e os professores.

Considerando a *faceta afetiva*, destaco que foi possível compreender as formas de lidar com as mudanças de humor dos estudantes em sala de aula, em particular quando do desenvolvimento das atividades que envolviam debates. Para Pino-Fan e Godino (2015), é muito importante que os professores tenham foco no grau de envolvimento, de interesse e de motivação dos estudantes.

Por fim, destaco três aspectos marcantes para o meu desenvolvimento profissional, percebido durante a realização desta pesquisa: (i) a contribuição da THA para minimizar dúvidas dos estudantes; (ii) o período de desenvolvimento das atividades foi relevante e desafiante para mim, pois estava habituada a um método de ensino tradicional; (iii) a dificuldade encontrada na análise de possíveis questões articuladas com as dimensões propostas por Godino (2009).



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. 2 ed. São Paulo: Pioneira, 1998.

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. 2ª Edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

ARRIGO, V.; *et al.* Análise das interações verbais professor-aluno: implicações para a construção de um discurso reflexivo. **Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 14, n. 32, p. 48-60, jul.- dez. 2018.

ASSIS, S. A. **Diálogos entre Educação Financeira e Educação Matemática Crítica: uma pesquisa bibliográfica analisando dissertações defendidas em mestrados profissionais em Minas Gerais**. 2020. 105 fls. Dissertação (Mestrado do programa de pós-graduação em educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto). Ouro Preto - MG, 2020.

ATKINSON, A.; MESSY, F. Assessing Financial Literacy in 12 Countries: an OECD/ INFE international pilot exercise. **Journal of Pension Economics and Finance**. Cambridge University Press, vol. 10, n. 4, p. 657-665, Out/2011.

BARONI, A. K. C.; HARTMANN, A. L. B.; CARVALHO, C. C. S. (org) **Uma Abordagem Crítica da educação Financeira na Formação do Professor de Matemática**. Curitiba: Appris, 2021.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; ARAUJO, J. C. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. São Paulo: Autêntica, 2006.

BRITTO, R. R. **Educação Financeira: Uma pesquisa documental crítica**. 2012. 263 fls. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) Juiz de Fora – MG, 2012.

BUGARIN, R. J. A. **O Nível de Educação Financeira Traz um comportamento e Resultados Diferentes?** 2013. 56 fls. Dissertação (Mestrado Profissional em Economia). Insper, São Paulo, 2013.

CAMPOS, C. R.; TEIXEIRA, J.; COUTINHO C. Q. S. Reflexões sobre a Educação Financeira e suas Interfaces com a Educação Matemática e a Educação Crítica. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 17, n. 3, p. 556 – 577, 2015.

CUNHA, P. M. O Mercado Financeiro Chega a Sala de Aula. Educação Financeira chega como Política Pública no Brasil. Scielo. **Educ. Soc. Campinas**, v. 41, e218463, 2020. Acesso em: 16 jul. 2021.

DANTE, L. R. **Matemática Contextos e Aplicações 3**. São Paulo: Ática, 2005.

ESCUADERO, J.M. La investigación-acción em el panorama actual de la investigación educativa: algunas tendencias. **Revista de Innovación e Investigación Educativa**, n.3, 1987. p. 5-39.

FRANCO, M. A. S.; LISITA, V. M. S. S. Pesquisa-Ação: limites e possibilidades na formação docente. In: PIMENTA, S. G.; FRANCO, M. A. S. (org.). **Possibilidades investigativas/formativas da pesquisa-ação**. 2ª ed. São Paulo: Loyola, 2014.

FRIGOTTO, G. Inovação Curricular no Ensino Médio: a politécnica em questão. In: ciclo de estudos em educação, contemporaneidade e interdisciplinaridade, **Anais**, URI: Frederico Westphalen, n. 1, p. 13-17, 2013.

GARNICA, M. V. A. História Oral e Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. São Paulo: Autêntica. P. 79-98, 2006.

GODINO, J.D. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. n. 20, p. 13-31, dez./2009. Disponível em: <[http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20Union\\_020%202009.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20Union_020%202009.pdf)>. Acesso em: 20/jan./2020.

GODINO, J. D. Indicadores de Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME)**, Recife, Brasil, 2011.

KISTEMANN JR.; M. A. Por uma educação Matemática para além do Capital. In: LESTÓN, P. (org.). **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**. 5ª ed. México. DF: Comitê Latinoamericano de Matemática Educativa, p. 145-152, 2014.

KISTEMANN JR.; M. A. **Sobre a Produção de Significados e a Tomada de Decisão de Indivíduos-consumidores**. 2011. 540 fls. Teses (Doutorado no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática), UNESP – Rio Claro, São Paulo, 2011.

LDB (Lei de diretrizes e Bases da Educação). **BNCC (Base Nacional comum curricular)**. MEC (Ministério da Educação). Secretaria de Educação Básica e Tecnologia. (BRASIL) Acesso em: 22 jul. 2020.

LOPES, M. A. C.; TYMINSKI JR, J. A Importância da Educação financeira no Ensino Escolar.: revisão Integrativa. **Revista Episteme Transversalis**, Volta Redonda-RJ, v. 12, n. 3, p. 130-148, 2021.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **A pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MELO, D. P.; PESSOA, C. A. S. Educação Financeira no Ensino Médio: Possibilidades. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, v. 3, n. 2, 2019. Acesso em: 19 ago. 2021.

MENDONÇA, L. **Trajétória Hipotética de aprendizagem: análise combinatória**. 2011. 241 fls. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) PUC-SP, São Paulo, 2011.

MIZUKAMI, M. G. N. **Aprendizagem da Docência: algumas contribuições de L. S. Schulman**. Educação. V. 29, n. 2, p. 33-50, 2004.

OECD Measuring Financial Literacy: Core questionnaire measuring financial literacy: questionnaire and guidance notes for conducting na internationally comparable survey of financial literacy. Technical report OECD. Acesso em: 05 ago. 2021.



OECD Organização de Cooperação e desenvolvimento Econômico – **Recommendation on principles and good practices for Financial Education Awareness**. OECD 2005. Acesso 05 ago. 2021.

PAIVA, M. A. V. O professor de matemática e sua formação: a busca da identidade profissional. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (orgs.). **A formação do professor de matemática e sua formação: a busca da identidade profissional**. Belo Horizonte: Autêntica, p. 89-111, 2006.

PÉREZ SERRANO, G. **Investigación cualitativa. Retos e interrogantes**. I. Métodos. Madrid: Editorial La Muralla, S. A. 1994.

PÉREZ GÓMEZ, A. I. **A cultura escolar na sociedade neoliberal**. Poro Alegre: Artmed, 2001.

PINO-FAN, L.; GODINO, J. D. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. **Paradigma**. v. xxxvi, n.1. p. 87-109, jun./2015. Disponível em: <<http://revistas.upel.edu.ve/index.php/paradigma/article/view/2662>>. Acesso em: 10/jan./2020.

PINO-FAN, L. R.; ASSIS, A.; CASTRO, W. F. Towards a methodology for the characterization of teachers 'Didactic-Mathematical Knowledge. **Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education**. v. 11, n. 6. p. 1429-1456, 2015. <Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/279914902>>. Acesso em: 12/jan./2020.

PIRES, C. M. C. Perspectivas construtivistas e organizações curriculares: um encontro com as formulações de Martim Simon. **Educação Matemática Pesquisa**. V. 11, n. 1, p. 145-166, 2009.

RAMOS, M. N. **A pedagogia das competências: autonomia ou adaptação**. São Paulo: Cortez, 2001.

RIBEIRO, R. M. **Modelagem matemática e mobilização de conhecimento didático-matemáticos na formação continuada de professores dos anos iniciais**. 2016. 263 fls. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade São Carlos, São Carlos, 2016.

SANDÍN ESTEBAN, M. P. S. **Pesquisa qualitativa em educação: fundamentos e tradições**. Porto Alegre: Artmed: 2010.

SANTOS, E. A. **Matemática Financeira: uma abordagem contextual**. Paraná UEL, 2007.

SARAIVA, E. G. **Alfabetização Financeira nos Ensinos Fundamental e Médio**. 2018. 105 fls. Dissertação (Mestrado profissional – PROFMAT) – Universidade Federal da Bahia, Salvador/ Bahia, jul.2018.

SILVA *et al.* Alfabetização Financeira versus Educação Financeira: um estudo do comportamento de variáveis socioeconômicas e demográficas. **Revista de Gestão, Finanças e contabilidade**, UNEB, v. 7, n. 3, p. 279- 298, Salvador, set./dez., 2017.

SIMON, M. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. **Journal for Research in mathematics education**, 26, 1995.

SIMON, M. A.; TZUR, R. **Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: na elaboration of the hypothetical learning trajectory**, Mathematical thinking and learning, 2004

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**. Rio Claro. V. 13, n. 14, p. 66-91, ago. 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica**: a questão da democracia. 1ªed. Campinas: Papirus, 2013.

SKOVSMOSE, O. **Um convite a Educação Matemática Crítica**. 1ª ed. Campinas: Papirus, 2014.

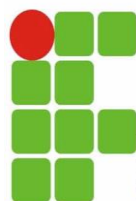
TRALDI JR.; ROSEMBAUM, L.S. Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções trigonométricas numa perspectiva construtivista. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 12, n. 2, p. 369-393, 2010.

TEIXEIRA, W. C.; KISEMMAN JR; M. A. Uma investigação sobre a inserção da Educação Financeira em um curso de serviços de Matemática Financeira para graduandos de um curso de Administração. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 1, p. 223-249, 2017.

VAZ, R. F. N.; KISTEMANN JR, M. A. Uma avaliação Investigativa feita por licenciandos sobre atividades investigativas-exploratórias de matemática financeira. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, v. 3, n. 2, p. 316-332, 2019. Acesso em: 03 jun. 2022.



## **APÊNDICE A: PRODUTO EDUCACIONAL**



INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
SÃO PAULO



CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS EM AÇÃO:  
Relato de uma professora pesquisadora e o desenvolvimento  
de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

GLAUCIA MARINS MOREIRA  
ROGÉRIO MARQUES RIBEIRO



**Catálogo na fonte**  
**Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo**  
**Dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

m835t      Moreira, Glaucia Marins  
Trajetórias hipotéticas de aprendizagem e sua interlocução com os conhecimentos didático-matemáticos para o ensino da matemática: desafios e possibilidades vivenciadas por uma professora pesquisadora / Glaucia Marins Moreira. São Paulo: [s.n.], 2022.  
113 f.

Orientador: Rogério Marques Ribeiro

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2022.

1. Formação de Professores. 2. Educação Matemática Crítica. 3. Prática Reflexiva. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.

CDD 510

**Licença Creative Commons**  
**Dados fornecidos pela Autora**

CONHECIMENTOS DIDÁTICOS-MATEMÁTICOS EM AÇÃO: Relação de uma professora pesquisadora e o desenvolvimento de uma trajetória hipotética de aprendizagem. está licenciado sob CC BY-NC 4.0© 2 por Gláucia Marins Moreira





Produto Educacional apresentado como requisito à obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, campus São Paulo. Aprovado em banca de defesa de mestrado no dia 24/jun./2022.

## AUTORES

Gláucia Marins Moreira: Licenciada em Matemática pela UNIP, licenciada em Pedagogia pela FACON, graduada Administradora pela Universidade São Marcos. Lato Sensu pela FMU em Administração e Gestão de Pessoas; Lato Sensu pela UNASP em Educação Matemática e Docência no Ensino Superior; Lato-Sensu pela Universidade Anhanguera em Didática e Metodologia do Ensino Superior - Área de conhecimento: Ciências Humanas, Ensino e Aprendizagem, e Lato Sensu pela FAI em Atendimento Educacional Especializado na área da Educação. Mestre em Ensino de Ciência e Matemática do Instituto Federal - Campus São Paulo.

Rogério Marques Ribeiro: Professor no curso de Licenciatura em Matemática e no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo-IFSP, e coordenador do Programa de Residência Pedagógica - área de Matemática do IFSP/Campus Guarulhos. Membro do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Profissional - IFSP/Campus São Paulo e líder do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores - GEPEMFOP - IFSP/Campus Guarulhos. Atua como Diretor Regional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional São Paulo, e é membro pesquisador do Grupo de Trabalho - GT 07 - SBEM - Formação de Professores que ensinam matemática. Atua como editor-chefe da Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Remat - Regional São Paulo.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	73
1. REFLEXÕES SOBRE O DESENVOLVIMENTO DE UMA PESQUISA-AÇÃO.....	76
2. REFLEXÕES ACERCA DA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM.....	78
3. REFLEXÕES SOBRE OS CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS MOBILIZADO PELA PROFESSORA PESQUISADOR.....	83
Dimensão Matemática.....	85
Dimensão Didática.....	86
Analisando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 01... .....	89
Analisando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 02.....	91
Analisando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 03.....	93
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	95
Referências Bibliográficas .....	98



## INTRODUÇÃO

Este material, considerado como Produto Educacional, foi elaborado a partir dos estudos realizados durante o desenvolvimento da dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP/Câmpus São Paulo, intitulada "*Trajétórias hipotéticas de aprendizagem e sua interlocução com os conhecimentos didático-matemáticos para o ensino da matemática: desafios e possibilidades vivenciadas por uma professora pesquisadora*", sob a orientação do Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro.

Considerando os pressupostos teóricos presentes na dissertação, este material tem como objetivo apresentar as reflexões de uma professora pesquisadora durante o desenvolvimento de uma trajetória hipotética de aprendizagem, com a intencionalidade de promover discussões e problematizações que contribuam para o desenvolvimento da criticidade de estudantes de uma turma do Ensino Médio Integrado ao Técnico, considerando a importância de uma alfabetização financeira.

Atuando na docência desde 2004, e ministrando aulas de matemática para turmas do Ensino Médio Técnico em uma escola pública localizada na cidade de São Paulo desde 2014, a professora pesquisadora pôde constatar o desinteresse dos estudantes em estudar conteúdos que estão articulados com as discussões acerca da alfabetização financeira. A percepção desse desinteresse, associada à necessária e importante discussão que contribua com a alfabetização financeira dos estudantes, instigou o interesse em desenvolver a investigação que gerou este material.



Tem-se a expectativa de que este material possa contribuir para reflexões no campo da formação de professores, a partir das reflexões realizadas pela professora pesquisadora acerca dos caminhos trilhados durante a realização de uma pesquisa-ação para a construção da dissertação elaborada no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do IFSP/Câmpus São Paulo.

Ressalta-se que as reflexões aqui apresentadas consideram o contexto do desenvolvimento da investigação, e indicam apenas uma possibilidade de percurso, tendo por objetivo fornecer algumas pistas ou indicações de caminhos que podem ser trilhados. Caberá ao leitor, a partir de suas demandas e das necessidades que lhes são pertinentes, ressignificar as discussões e reflexões e, mais ainda, construir seus próprios percursos.

Sendo assim, a proposição deste material tem como objetivo contribuir com professores e demais profissionais da educação, ampliando suas possibilidades de reflexão sobre a prática, assim como a elaboração de outras trajetórias hipotéticas de aprendizagem.

A estrutura organizativa deste Produto Educacional compreende as seguintes seções: (1) Reflexões sobre o desenvolvimento de uma pesquisa-ação; (2) Reflexões acerca da Trajetória Hipotética de Aprendizagem; (3) Reflexões sobre os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados pela professora pesquisadora.

Salienta-se que este Produto Educacional não tem por objetivo trazer propostas de ensino para serem trabalhadas por professores que ensinam matemática na atualidade. No entanto, os professores podem usufruir desse

material, podendo, sim, elaborar atividades a partir dele, caso avaliem como pertinentes as discussões e reflexões aqui propostas.

Boa Leitura!



## 1. REFLEXÕES SOBRE O DESENVOLVIMENTO DE UMA PESQUISA-AÇÃO



Pode-se dizer que a pesquisa-ação, na área educacional, é também destacada como uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores, de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar sua prática docente e, conseqüentemente, contribuir com a aprendizagem de seus estudantes.

Assim, destaca-se, que é com esse viés que a investigação proposta foi realizada, haja vista que as atividades desenvolvidas foram executadas pela própria pesquisadora, em sua prática docente, o que possibilitou à professora pesquisadora trilhar um processo investigativo de intervenção privilegiando o caminhar lado a lado da prática investigativa com a prática reflexiva e a prática educativa.

Pode-se evidenciar que o desenvolvimento de uma pesquisa-ação contribuiu para que a professora pesquisadora:

- Transformasse a sua prática em objeto de pesquisa, possibilitando promover uma articulação entre a atividade reflexiva e a ação transformadora, esta caracterizada pelas mudanças de postura ao

longo do desenvolvimento das aulas utilizadas para a produção de dados para a pesquisa.

- Iniciasse suas discussões com os estudantes, com a intencionalidade de contribuir para a criticidade deles, a partir da realidade situacional, social, educacional e prática dos estudantes considerando suas preocupações, percepções e contextos que fazem parte de suas experiências cotidianas.
- Melhorasse sua prática pedagógica, a partir de uma melhor compreensão da necessidade de se superar o binômio teoria-prática, uma vez que, sob a perspectiva proposta pela pesquisa-ação, a prática e a teoria alcançam um espaço de diálogo comum.

Ressalta-se, ainda, que a professora pesquisadora, ao se orientar pelos pressupostos da pesquisa-ação, observou que esse tipo de pesquisa se preocupa tanto com o processo quanto com o produto, como destaca Sandín Esteban (2010), haja vista sua percepção de que o envolvimento/desenvolvimento de uma pesquisa-ação não contribui apenas para a melhoria da prática, por meio do processo, mas, essencialmente, revela que o caminho a ser trilhado para alcançá-lo é tão ou mais importante do que o resultado.



## 2. REFLEXÕES ACERCA DA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM



Simon (1995) ressalta que numa Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) os objetivos necessitam estar claros e declarados aos estudantes, pois, assim, será possível definir quais conceitos deverão ser apreendidos. Para esse autor, a partir da definição dos objetivos, estabelece-se uma sequência de aprendizagens pela qual os estudantes deverão ser desafiados e ser capazes de novas formulações.

Tem-se, assim, que uma THA é constituída tanto pelos objetivos para a aprendizagem quanto pelas tarefas matemáticas que serão utilizadas para promover a aprendizagem dos alunos (SIMON, 1995). Ademais, no trabalho produzido por Simon e Tzur (2004), os autores ressaltam a compreensão de tarefas como um processo de construção de um novo conceito na perspectiva da reflexão sobre a atividade-efeito, a qual é realizada numa trajetória hipotética de aprendizagem.

Em relação ao desenvolvimento da THA, a professora pesquisadora pôde perceber a necessidade de mudança de sua postura durante as aulas. Agora, a dinâmica proposta, e os objetivos definidos, exigiam que sua postura fosse de uma mediadora ao longo de todo processo de ensino e aprendizagem.

A professora pesquisadora reconhece que as atividades desenvolvidas foram relevantes para seu desenvolvimento em sala de aula, particularmente porque ela pouco trabalha com questões abertas em suas aulas, e destaca que por meio dessas atividades pôde perceber o quanto esse modelo permite ao estudante desenvolver sua análise crítica.

Durante o desenvolvimento da THA, a apropriação das discussões teóricas sobre esse modelo, proposto por Simom (1995), foi necessário para que ela construísse a THA de forma a considerar premissas propostas por esse autor. Assim, a professora pesquisadora destaca que ao longo do processo de construção da THA foram respeitados os seguintes princípios:

- A elaboração da THA foi baseada na compreensão do conhecimento atual dos estudantes envolvidos.
  - Em relação a esse elemento, a professora pesquisadora destaca a importância de ter desenvolvido as atividades com uma turma que ela já conhecia desde o ano anterior.
  
- A THA foi pensada e elaborada com a intencionalidade de se promover um veículo para planejar a aprendizagem de conceitos matemáticos específicos.
  - Em relação a esse item, destaca-se que as tarefas foram elaboradas para se problematizar alguns conceitos matemáticos presentes na Matemática Financeira, com a intencionalidade de contribuir para o desenvolvimento da criticidade dos estudantes em relação à alfabetização financeira.



- Devido à natureza hipotética e inerentemente incerta deste processo, a professora pesquisadora estava regularmente envolvida na modificação de todos os aspectos da THA, quando necessário.
  - Em relação a esse elemento, a professora pesquisadora revela que esse é um aspecto muito presente durante o desenvolvimento da THA, pois, por se tratar de um processo muito dinâmico, e que deve considerar o “como” os estudantes vão reagindo e interagindo com a proposta pedagógica, a todo momento um ou outro aspecto da THA precisa ser repensado e readequado.

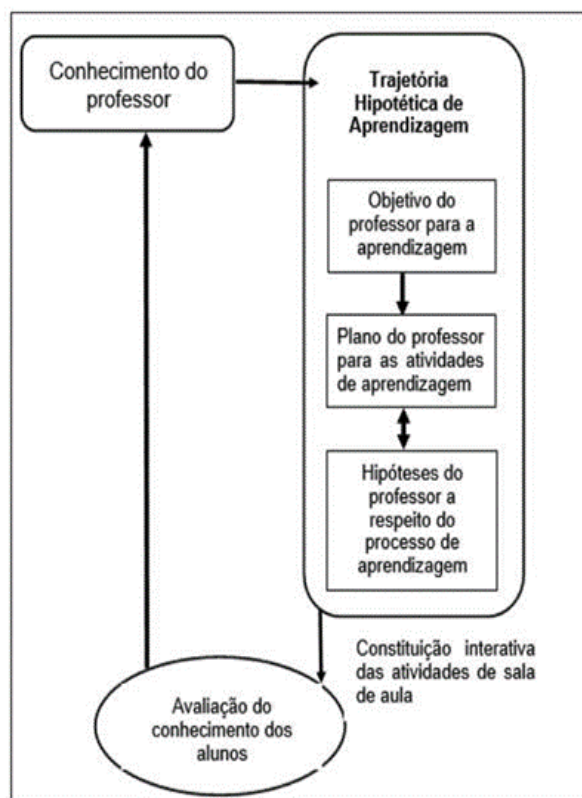
Para a professora pesquisadora, a consideração desses princípios contribuiu sobremaneira para que ela compreendesse cinco aspectos essenciais para o desenvolvimento de um trabalho envolvendo a construção de uma THA, que são:

- Os objetivos dos professores precisam ter direções definidas para a aprendizagem de seus estudantes.
- Durante o desenvolvimento de uma THA com os estudantes, os objetivos iniciais planejados podem ser modificados.
- As atividades de ensino precisam ser bem elaboradas e adequadas para os objetivos definidos.
- É necessário que seja considerado o processamento hipotético de aprendizagem dos estudantes.
- Quando os estudantes se engajam nas atividades planejadas, é necessário estar atento às considerações deles, pois essas considerações

contribuirão para a análise da percepção dos estudantes sobre o conceito em estudo.

A professora pesquisadora ressalta sua vivência com esses aspectos durante o desenvolvimento da THA com os seus estudantes, e enfatiza o destaque que Simon (1995) dá em seus estudos, ao afirmar que a consideração do objetivo da aprendizagem, as atividades de aprendizagem e o conhecimento dos estudantes são elementos essenciais na construção de uma THA, constituindo-se em parte chave do que ele chama de Ciclo de Ensino de Matemática, o qual é apresentado no Quadro 1 a seguir.

Quadro 1. Ciclo de Ensino de Matemática



Fonte: Simon (1995)

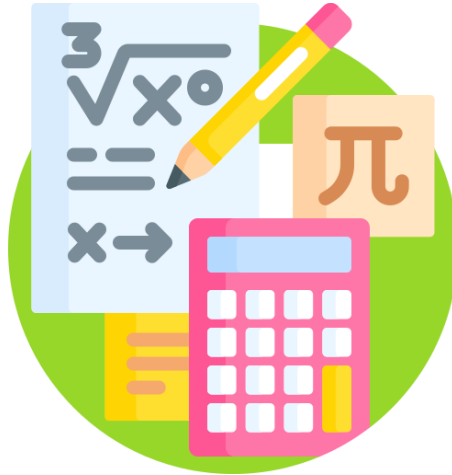
A professora pesquisadora considera que o desenvolvimento da THA teve um impacto relevante para sua prática docente, e ressalta sua concordância



com Simon (1995), quando este enfatiza, em seus estudos, que a construção de uma THA oferece aos professores a perspectiva de construir seu projeto de decisões, baseado em suas melhores inferências sobre como o conhecimento poderia ser processado.

Diante das reflexões aqui apresentadas, é possível concluir que os estudos sobre os aspectos teóricos e o próprio desenvolvimento de uma THA possibilitam uma melhor compreensão do seu uso nos processos de ensino e aprendizagem da matemática, no que se refere às estratégias de resolução de situações-problemas que contribuam para a criticidade do estudante.

### **3. REFLEXÕES SOBRE OS CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS MOBILIZADOS PELA PROFESSORA PESQUISADORA**



Pérez Gómez (2001) entende que o ensino deve ser visto como uma atividade complexa, que se desenvolve em diferentes cenários, os quais são influenciados e, por vezes, determinados, pelo contexto, com resultados na maioria das vezes imprevisíveis e carregados de conflitos.

A concordância da professora pesquisadora sobre essa complexidade, apontada pelo autor, levou-a a investigar e se apropriar de discussões teóricas que vêm ocorrendo no âmbito da área de Educação Matemática, com a finalidade de conhecer e se aprofundar nos estudos sobre a formação de professores.

Durante seus estudos, a professora pesquisadora foi observando, cada vez mais, que os referenciais estudados reiteravam que a complexidade do processo de ensino exige que os professores tenham conhecimentos acerca de alguns componentes da base para o ensino, ou seja, que tenham um “corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições que são necessários



para que [...] possa propiciar processos de ensinar e aprender". (MIZUKAMI, 2004, p. 290)

Essa autora destaca, então, que os professores precisam ter o domínio do conhecimento específico da disciplina, por exemplo, da matemática, mas também ressalta que esse conhecimento por si só não garante que seu ensino e aprendizado tenham sucesso, ou seja, esse é um conhecimento necessário, porém, não é suficiente.

Por essa razão, ela salienta outros dois tipos de conhecimentos que também são necessários aos professores, que se constituem nos demais componentes da base para o ensino, e se referem:

- a um conhecimento que vai além do domínio de uma disciplina em particular, e aqui pode-se incluir, por exemplo: (i) a necessidade de se compreender as metas e objetivos em sala de aula; (ii) as intencionalidades para o ensino; (iii) a condução da sala de aula e a interação com/entre os estudantes; (iv) as estratégias educacionais;
- a um conhecimento que é apreendido no exercício profissional, ou seja, os professores constroem este conhecimento continuamente, ao passo que ensinam determinado conteúdo.

Pode-se afirmar que esses diferentes conhecimentos, necessários à prática profissional, levam à uma necessária ação dos professores de reflexão sobre suas práticas. Para Pérez Gómez (2001), os professores devem se utilizar da reflexão sobre suas práticas como:

um processo de reconstrução da própria experiência e do próprio pensamento ao indagar as condições materiais, sociais, políticas e pessoais que configuram o desenvolvimento da concreta situação educativa da qual participa [...] (PÉREZ GÓMEZ, 2001, p. 190).



Sendo assim, procurando se enveredar pelas discussões acerca desses componentes da base para o ensino, a professora pesquisadora passou a focar seus estudos nas discussões propostas por Godino (2009) e Pino-Fan e Godino (2015), ao apresentarem o modelo do Conhecimento Didático-Matemático para o Ensino (CDM). Para esses autores, esse modelo problematiza o conjunto de conhecimentos que os professores devem conhecer, saber aplicar e avaliar.

Ressalta-se, também, que, para esses autores, o CDM pode ser utilizado para interpretar e caracterizar os conhecimentos dos professores a partir de três dimensões, a saber: a Dimensão Matemática; a Dimensão Didática; a Dimensão Meta Didático-matemática.

De forma mais pontual, são descritas, a seguir, as dimensões matemática e didática, haja vista que essas dimensões são referenciadas nessa seção durante a descrição das reflexões da professora pesquisadora a partir do desenvolvimento de suas aulas com os estudantes.

### **Dimensão Matemática**

Pino-Fan e Godino (2015) apresentam a Dimensão Matemática composta por duas subdimensões, e que se refere ao conhecimento do conteúdo: a do conhecimento comum do conteúdo e a do conhecimento ampliado do conteúdo. Para esses autores, essa dimensão estabelece os conhecimentos dos professores que ensinam matemática em conteúdos específicos de matemática.

O conhecimento comum do conteúdo refere-se ao conhecimento de um objeto matemático específico e que se apresenta como suficiente para se resolver problemas ou atividades matemáticas, por exemplo. Já o conhecimento ampliado do conteúdo é entendido como aquele que os

professores precisam ter a respeito dos conteúdos matemáticos e de como eles estão relacionados, por exemplo, com o currículo do próximo nível de ensino. (PINO-FAN; GODINO, 2015)

### **Dimensão Didática**

A Dimensão Matemática, descrita anteriormente, ressalta a necessidade de os professores possuírem conhecimentos matemáticos específicos. No entanto, compreende-se que o conhecimento matemático não é suficiente para os professores na sua prática docente, sendo necessário que eles tenham conhecimento de outras naturezas que também influenciam no planejamento e desenvolvimento de um determinado conteúdo matemático.

Considerando essa necessidade, Pino-Fan e Godino (2015) apresentam a Dimensão Didática, que se refere ao conhecimento pedagógico do conteúdo. Para descrever a natureza dos conhecimentos dessa dimensão os autores a dividem no que eles chamam de *facetras*. Sendo assim, essa dimensão é dividida em seis *facetras*, as quais são descritas a seguir.

A *faceta epistêmica* é referenciada por Pino-Fan e Godino (2015) como sendo a que se ocupa do conhecimento especializado da Dimensão Matemática. Assim, essa *faceta* envolve o conhecimento matemático que os professores necessitam ter para o ensino. Nesse sentido, os professores devem ser capazes, por exemplo,

de mobilizar várias representações de um objeto matemático para resolver uma tarefa por meio de procedimentos diferentes; para relacionar objetos matemáticos com outros objetos matemáticos ensinados em um determinado nível de ensino ou de níveis anteriores ou futuros; de compreender e mobilizar a diversidade de significados parciais para um único objeto matemático (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 99) [tradução nossa].

Pode-se observar que o conhecimento relacionado a essa faceta deve possibilitar, aos professores, fazer escolhas de modelos ou exemplos úteis, bem como fazer analogias com o que está sendo discutido. Para os autores, realizar estas atividades requer percepção e entendimento matemáticos adicionais, que vão além de apenas conhecer o conteúdo que irão ensinar.

A *faceta afetiva* refere-se aos aspectos emocionais e comportamentais dos estudantes em sala de aula. Assim, diz respeito a um conhecimento importante e necessário para que os professores compreendam as formas de lidar com as possíveis mudanças de humor de seus estudantes, assim como identificar quais são os aspectos individuais que os motivam a se envolverem em determinadas atividades ou não.

Godino (2011) ressalta que a *faceta afetiva* está baseada no nível de envolvimento, interesse, motivação e atitudes dos estudantes em sala de aula. O autor entende que o componente interesse apresenta dois indicadores, sendo: (i) se as tarefas são de interesses para os estudantes; (ii) se são propostas situações que permitem avaliar a utilidade na vida cotidiana e profissional. Já o componente atitudes tem como indicadores: (i) promover as participações nas atividades, a presença, e responsabilidades; (ii) favorecer a argumentação em situação de igualdade.

A *faceta interacional* destaca a importância de se considerar as interações como um componente essencial para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Pino-Fan e Godino (2015) descrevem essa faceta como sendo a que se refere ao conhecimento das interações que acontecem, por exemplo, no interior de uma sala de aula.

Essas interações dizem respeito não somente àquelas que ocorrem entre os professores e os estudantes, mas também àquelas que podem ocorrer entre os próprios estudantes, entre os estudantes e os recursos didáticos, bem como às interações professores-recursos-estudantes. Pino Fan, Assis e Castro (2015) ressaltam que os conhecimentos relacionados à essa faceta compõem, assim, o campo de relações que sustentam o processo de aprendizagem.

A *faceta mediacional* está relacionada com os conhecimentos que os professores necessitam para avaliar a pertinência do tipo de materiais e de recursos tecnológicos, assim como avaliar a pertinência do seu uso, para promover a aprendizagem dos estudantes sobre um objeto matemático específico. Para Pino-Fan e Godino (2015), o conhecimento sobre os recursos didáticos desempenha um importante papel na organização e gestão da aprendizagem dos estudantes.

A *faceta cognitiva* refere-se ao conhecimento dos aspectos cognitivos dos estudantes. Nesse sentido, por meio dos conhecimentos relacionados a essa faceta, os professores devem ser capazes de prever respostas possíveis dos estudantes a um determinado problema, antever equívocos esperados, conflitos ou erros que podem surgir a partir do processo de resolução das atividades matemáticas. (PINO-FAN; GODINO, 2015)

Por meio dos conhecimentos relacionados à essa faceta, os professores devem ser capazes, ainda, de compreender as relações matemáticas, corretas ou incorretas, que os estudantes realizam entre o objeto matemático que está sendo estudado e os demais objetos matemáticos que se apresentam como necessários para que eles resolvam o problema.

A *faceta ecológica* diz respeito ao conhecimento dos professores acerca do currículo de matemática do nível de ensino que considera o estudo dos objetos matemáticos com os quais ele está trabalhando, assim como as relações que podem ser percebidas com os currículos de outros níveis, bem como as relações que esses currículos têm com os aspectos sociais, políticos e econômicos que, por vezes, apoiam e condicionam o processo de ensino e aprendizagem. (PINO-FAN; GODINO, 2015)

Ao se observar as seis *facetras* da dimensão didática, propostas por Pino-Fan e Godino (2015), deve-se ressaltar que esses autores sublinham que essas *facetras* são apresentadas para se poder analisar, descrever e desenvolver o conhecimento dos professores em diferentes ciclos do processo de ensino e aprendizagem de conteúdos de matemática.

A partir das descrições dessas duas dimensões, apresenta-se, a seguir, as reflexões realizadas pela professora pesquisadora durante o desenvolvimento das tarefas da THA com os estudantes, momento no qual foi possível observar quais conhecimentos didático-matemáticos eram mobilizados por ela durante o processo de ensino e aprendizagem.

Para tanto, são apresentadas as seções *"Analisando os Conhecimentos Didático-Matemáticos Mobilizados"*, na qual realiza-se, também, uma síntese da aula ministrada.

### **Analisando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 01**

A atividade proposta para a primeira aula se configurou como um desafio para a professora, quando se leva em conta que a dinâmica proposta,



a partir da realização do debate, exigiu que ela mobilizasse ações com as quais ela não estava acostumada a lidar.

Particularmente, destaca-se a importância da ação de interação praticada por ela durante a aula, pois, por se tratar de uma atividade que favorece a discussão e o posicionamento dos estudantes, essa ação se mostrou de forma muito evidente.

As interações promovidas por meio da atividade desenvolvida, quer sejam entre a professora e os estudantes quer sejam entre os estudantes-estudantes, está articulada com a *faceta interacional* proposta pelo CDM (GODINO, 2009). A *faceta interacional* destaca a importância de se considerar as interações como um componente essencial para o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Para Pino-Fan e Godino (2015), por exemplo, essa *faceta* é a que se refere ao conhecimento das interações que acontecem, por exemplo, no interior de uma sala de aula, e, complementando a afirmativa desses autores, encontra-se, em Pino Fan, Assis e Castro (2015), o argumento de que esses conhecimentos compõem, assim, o campo de relações que sustentam o processo de aprendizagem.

Considera-se que a promoção do debate impactou na formação da professora, visto que alterou a referência de debate compreendido por ela. Pela sua prática, ela entendia que não era possível fugir do tema proposto, mas cercear a discussão poderia comprometer a intencionalidade do encontro. Assim, a professora atentou para a observação feita por Arrigo et al. (2018), ao se referir à ação de professores em atividades como a proposta pela professora. Para eles, geralmente, o professor não fornece:

o tempo de resposta necessário e suficiente aos alunos, levando-nos a classificar a maioria das perguntas por ele elaborada como sendo retórica. Podemos constatar que nessas situações nem sempre o professor guardava o tempo necessário para que algum aluno se manifestasse, esse tipo de comportamento na ação docente pode ser considerado como um fator que influencia diretamente no diálogo professor-aluno, podendo causar efeitos negativos para a construção do discurso reflexivo, pois a tendência, nesse caso, é o professor responder à pergunta por ele formulada o que caracteriza uma pergunta sem valor cognitivo para o raciocínio do aluno. (ARRIGO et al., 2018, p. 58)

As interações professora-estudante-estudante foram acontecendo e a professora teve que estar atenta a toda essa movimentação, observando os estudantes compartilhando opiniões. Pino-Fan e Godino (2015) salientam que essas interações dizem respeito não somente ao professor e o estudante, mas também entre os próprios estudantes e os recursos didáticos, bem como às interações professor-recursos-estudantes.

### **Analisando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 02**

Para a elaboração da atividade houve vários recomeços em relação ao grupo de estudantes. Um longo processo, com vários caminhos percorridos; porém, foi durante a aplicação do questionário que a professora pode mobilizar conhecimentos que estão articulados com a *faceta afetiva*, proposta pelo CDM (GODINO, 2009).

No início da atividade os estudantes foram orientados pela professora que se tratava de uma atividade composta por sete questões para serem respondidas de forma individual com respostas totalmente pessoais, onde só ela teria acesso às respostas. Ela optou por fazer uma intervenção junto aos estudantes, devido à insegurança apresentada por eles.

Assim, após a leitura de cada questão, os estudantes iniciaram a resolução enquanto a professora caminhava entre as carteiras a fim de



observar as discussões. Porém, ressalta-se que ela não interferiu nas estratégias ou no raciocínio dos estudantes, mas reforçava sobre a autonomia deles para que respondessem a partir de seus pontos de vistas, pois acreditava no potencial deles.

Faz-se importante ressaltar que durante o desenvolvimento das atividades nessa aula, diferentes conhecimentos foram mobilizados pela professora, pertencentes, também, a diferentes *facetas*. No entanto, para esta análise, está sendo considerado aqueles conhecimentos que mais se sobressaíram.

A *faceta afetiva*, como caracterizada anteriormente, se refere aos aspectos emocionais e comportamentais dos estudantes em sala de aula. Godino (2011), ao expressar que está baseada em elementos que se referem ao envolvimento, ao interesse e à motivação dos estudantes em sala de aula, organizou componentes e indicadores para cada um desses aspectos.

Assim, o autor evidencia que os componentes *interesses e necessidades* apresentam dois indicadores, sendo: (i) se as tarefas são de interesses para os estudantes; (ii) se são propostas situações que permitem avaliar a utilidade na vida cotidiana e profissional. O componente de *atitudes* tem como indicadores: (i) se promovem as participações nas atividades, a presença, responsabilidade, etc. (ii) se favorece a argumentação em situação de igualdade, o argumento e valores em si e não para quem o diz.

Já o componente das *emoções* apresenta como indicadores: (i) se promove a autoestima, evitando a rejeição, fobia ou medo da Matemática; (ii) se as qualidades estéticas e precisão da matemática são destacadas.

Para a professora, a atividade desenvolvida foi relevante para seu desenvolvimento em sala de aula, uma vez que ela pouco trabalha com questões abertas, e por meio dessa atividade pôde perceber que esse modelo de atividade permite ao estudante desenvolver sua análise crítica. Entretanto, a professora julga ser uma atividade complexa, visto que os estudantes em tempo algum mostraram-se convictos de possuírem autonomia para responderem as questões.

A professora destaca, ainda, sua percepção de que questões abertas permitem que os estudantes aprendam a desenvolver argumentos sobre os seus pontos de vista.

### **Analisando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 03**

As atividades propostas na aula 3, por serem um complemento das discussões ocorridas na aula 02, exigiram uma maior cautela da professora, pois sua finalidade era de sanar possíveis dúvidas dos estudantes. Considerando esse panorama, a professora mobilizou diferentes conhecimentos que se referem ao currículo de matemática do nível de ensino que considera o estudo dos objetos matemáticos com os quais ela estava trabalhando.

A partir dos textos, a professora procurou conduzir os estudantes a uma análise crítica sobre sua importância na qualidade de parte de uma entidade que constrói a futura sociedade. Percebeu-se que no momento da intervenção da professora houve uma pequena alteração na fala dos estudantes, pois até então eles não tinham mencionado aspectos da educação financeira ou dos juros como investimento.



Destaca-se que a professora teve uma postura de mediadora, levando em conta o comportamento dos estudantes, suas personalidades e dificuldades, e sempre adotou uma atitude de provocar os estudantes para se envolverem nas discussões, fazendo perguntas e revelando seus pontos de vista. Ressalta-se, ainda, que, por vezes, a professora teve que trabalhar duro para gerenciar os estudantes sem parecer ser autoritária.

A proposta do Mapa Mental agradou os estudantes. No entanto, durante a aplicação da atividade, a professora sentiu necessidade de fazer alguns ajustes por conta da dinâmica e participação dos estudantes. Assim, no início, a representante de sala marcava o grupo que estava fazendo a reflexão e todos contribuía e chegavam a um senso comum, e então a professora incluía a frase na lousa.

A partir do ajuste feito pela professora, a representante de sala anotava o grupo, porém, os integrantes do grupo se levantavam e compartilhavam suas ideias com os demais da sala. Dessa forma, os colegas conseguiam identificar com mais clareza o grupo da vez, e isso reduziu o número de perguntas desnecessárias, permitindo um foco melhor no diálogo.

## 7. CONSIDERAÇÕES FINAIS



No entendimento da professora pesquisadora, a realização de uma pesquisa-ação contribuiu para o desenvolvimento de sua autonomia docente, pois possibilitou sua percepção crítica sobre a construção do conhecimento. A observação do que acontece na sala de aula se revelou como um momento muito complexo, pois ela atuou como professora e pesquisadora durante todo o tempo, e separar as duas ações se transformou em um exercício que foi sendo aprimorado a cada momento de sala de aula.

Para a produção de dados, a professora pesquisadora usou recursos como a filmagem, gravação de áudio e anotações em um diário de campo, com a finalidade de não perder informações relevantes para a pesquisa. Sua preocupação, a todo momento, também foi com o rigor ético, e por isso teve muita atenção em separar aquilo que era anotação da pesquisadora sobre o que estava sendo feito pela professora.

A professora pesquisadora vivenciou a dificuldade de identificar, nas análises, possíveis construções articuladas com as dimensões propostas pelo CDM (GODINO, 2009), com vistas a identificar e analisar seus conhecimentos mobilizados, articulados com as facetas propostas por esse autor.

O desenvolvimento da THA, realizado por ela, contribuiu para que ela sanasse as possíveis dúvidas deixadas pelas atividades desenvolvidas na aula 2. Assim, as atividades auxiliaram no esclarecimento das dúvidas, bem como ampliou assuntos referentes à atividade 1 e contribuiu para a discussão de outros temas, como orçamento familiar, cartão de crédito, investimentos, etc.

Na percepção da professora pesquisadora, o desenvolvimento da THA contribuiu para a articulação da Alfabetização Financeira com a Educação Matemática Crítica. No entanto, ressalta-se existir espaço para continuar desenvolvendo e aprofundando os estudos no âmbito dessa aproximação.

Ressalta-se, ainda, que o período de elaboração das atividades foi bem relevante para o desenvolvimento da professora pesquisadora. Por ela estar habituada ao método tradicional de ensino, elaborar atividades dentro dos preceitos da Educação Matemática Crítica, de Skovsmose (2014) e do CDM, de Godino (2009), se configurou como um grande desafio para ela.

A professora pesquisadora sendo o objeto de pesquisa, analisou suas potencialidades, suas dificuldades e seus limites, considerando o CDM, de Godino (2009) ao elaborar a sequência de atividades, e aplicando-as, a fim de gerar o desenvolvimento da criticidade dos estudantes em relação à Educação Financeira.

Em relação ao CDM pode-se afirmar que a professora pesquisadora articulou seus conhecimentos com a *faceta interacional*, na qual Pino-Fan e Godino (2015) salientam que as interações podem ocorrer entre os próprios estudantes, entre os estudantes e os recursos didáticos e não somente entre os estudantes e os professores.

Considerando a *faceta afetiva*, a professora pesquisadora destacou que foi possível compreender as formas de lidar com as mudanças de humor dos estudantes em sala de aula, em particular quando do desenvolvimento das atividades que envolviam debates. Para Pino-Fan e Godino (2015), é muito importante que os professores tenham foco no grau de envolvimento, de interesse e de motivação dos estudantes.

Assim, a professora pesquisadora pôde vivenciar o debate em sala de aula, o qual apresentou relevante contribuição em sua prática. Considerando o CDM (GODINO, 2009), pode-se perceber a importância da *faceta interacional*, que contribuiu com a troca de conhecimento entre os estudantes-estudantes-professora, permitindo que ao final do debate os estudantes compreendessem que os juros podem ser usado a favor deles, caso poupem dinheiro.

Considera-se importante destacar que o processo de formação vivenciado, promovido durante a realização do mestrado profissional, além das oportunidades vivenciadas, as quais parte estão explicitadas neste material, contribuíram para a construção de conhecimentos que estão articulados com as dimensões propostas pelo CDM, os quais foram fundamentais para as ações da professora pesquisadora.

Dessa forma, ressalta-se que a elaboração deste Produto Educacional não se configura apenas como um material para disseminar conhecimentos, mas sua construção foi de uma importância ímpar para a própria prática pedagógica da professora pesquisadora.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS



ARRIGO, V.; et al. Análise das interações verbais professor-aluno: implicações para a construção de um discurso reflexivo. *Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, v. 14, n. 32, p. 48-60, jul.- dez. 2018. GODINO, J.D. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. n. 20, p. 13-31, dez./2009. Disponível em: <[http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20Union\\_020%202009.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20Union_020%202009.pdf)>. Acesso em: 20/jan./2020.

GODINO, J. D. Indicadores de Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME), Recife, Brasil, 2011.

MIZUKAMI, M. G. N. Aprendizagem da Docência: algumas contribuições de L. S. Shulman. *Educação*. V. 29, n. 2, p. 33-50, 2004.

PÉREZ GÓMEZ, A. I. *A cultura escolar na sociedade neoliberal*. Poro Alegre: Artmed, 2001.

PINO-FAN, L.; GODINO, J. D. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*. v. xxxvi, n.1. p. 87-109, jun./2015. Disponível em: <<http://revistas.upel.edu.ve/index.php/paradigma/article/view/2662>>. Acesso em: 10/jan./2020.

PINO-FAN, L. R.; ASSIS, A.; CASTRO, W. F. Towards a methodology for the characterization of teachers' Didactic-Mathematical Knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*. v. 11, n. 6. p. 1429-1456, 2015. <Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/279914902>>. Acesso em: 12/jan./2020.

SANDÍN ESTEBAN, M. P. S. *Pesquisa qualitativa em educação: fundamentos e tradições*. Porto Alegre: Artmed: 2010.

SIMON, M. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in mathematics education*, 26, 1995.



SIMON, M. A.; TZUR, R. **Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: na elaboration of the hypothetical learning trajectory**, Mathematical thinking and learning, 2004

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**. Rio Claro. V. 13, n. 14, p. 66-91, ago. 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. 1ªed. Campinas: Papirus, 2013.

SKOVSMOSE, O. **Um convite a Educação Matemática Crítica**. 1ª ed. Campinas: Papirus, 2014.



## APÊNDICE B: TCLE



**Ministério da Educação**  
**Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica**  
**Instituto Federal Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo**  
**Comitê de Ética em Pesquisa**

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Venho, por meio deste, convidar o menor pelo qual o(a) senhor(a) é responsável, a participar da pesquisa intitulada “Trajetória Hipotética De Aprendizagem E Alfabetização Financeira”, a ser realizada por mim, Glauca Marins Moreira, na ETEC Abdias do Nascimento, como parte dos estudos do curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática em desenvolvimento junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, sob orientação do professor Dr. Rogério Marques Ribeiro. O projeto de pesquisa foi aprovado pelo CEP-IFSP pelo CAAE número 40192820.7.0000.5473.

Os objetivos do projeto de pesquisa são: investigar a possível contribuição da Trajetória Hipotética de Aprendizagem para a matemática financeira. Você está sendo convidado(a) por ser aluno(a) do Ensino Médio e frequentar as aulas na turma na qual estou lecionando. Tenho como interesse observar as suas estratégias para resolução de situações problema, e essa observação será feita durante o desenvolvimento de atividades em sala de aula.

Você tem plena liberdade de recusar-se a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma para o tratamento que recebe neste serviço. Sua participação não é obrigatória e nem remunerada, e essa participação consiste em realizar as atividades que serão propostas ao longo do desenvolvimento da pesquisa. É importante destacar que as atividades serão realizadas no horário regular das aulas já previstas pelo calendário escolar, ou seja, não haverá nenhuma atividade para ser realizada extraclasse.

Quanto ao sigilo da pesquisa informo que nenhuma outra pessoa, além de mim e de meu orientador, terá qualquer informação que for obtida durante a pesquisa sobre os(as) alunos(as) sem a autorização dos(as) mesmos(as) e de seus responsáveis. O nome da escola, bem como as identidades pessoais dos(as) alunos(as), será mantido em sigilo, não sendo revelada em momento algum, nem mesmo nos documentos de divulgação dos resultados da pesquisa.

A pesquisa poderá implicar em benefícios aos(as) alunos(as) participantes, pois estes(estas) serão inseridos(as) em novas situações de ensino e aprendizagem, por meio do desenvolvimento de trajetórias hipotéticas de aprendizagem, contribuindo para o desenvolvimento de estratégias na resolução de problemas do campo aditivo. As atividades que serão propostas terão, ainda, como uma de suas características, ênfase na interpretação de textos e o desenvolvimento de raciocínio lógico, os quais poderão contribuir, significativamente, para o desenvolvimento da competência leitora e escritora.

Toda pesquisa com seres humanos também está sujeita a riscos. A fim de se explicitar os riscos que envolvem a realização desta pesquisa, bem como orientar a forma de minimizá-los, descrevo, a seguir, os elementos identificados:

(1) Um risco para os(as) alunos(as) participantes está no possível uso de gravações em áudio e vídeo das aulas durante a realização das atividades, haja vista que essas gravações podem gerar um fator de incômodo e/ou constrangimento nos participantes. Para minimizar esse risco pretendo, por meio da abordagem SUTIL e o uso do Círculo da Sabedoria, que fornecem a base instrucional da pesquisa, garantir que o respeito seja um ponto central na relação entre o professor e os(as) alunos(as). Sendo assim, ressalto que ao longo da pesquisa não será feito nenhum tipo de julgamento ou de avaliação dos(as) alunos(as) participantes, e que as filmagens servirão apenas para que as situações vivenciadas ao longo das aulas possam ser, posteriormente, mais bem descritas e analisadas. Entretanto, julgo importante destacar que caso o constrangimento e/ou o incômodo de fato aconteça, e os(as) alunos(as) participantes não se sintam à vontade com as gravações, os aparelhos poderão ser desligados e os registros do desenvolvimento das aulas passarão a ser realizados apenas com o uso do Diário de Campo;

(2) Um outro tipo de risco reside no temor de que o acesso do pesquisador às gravações comprometa a avaliação dos(as) alunos (as) ou a relação entre professora e alunos(as). Buscando minimizar esse risco, de forma que os(as) alunos(as) não se sintam vigiados(as) ou incomodados(as) com a presença de câmeras e/ou gravadores durante as aulas, os equipamentos serão instalados e operados de modo discreto. Caso haja perturbação no ambiente, comprometendo o desenvolvimento do trabalho e a sala de aula, ou mesmo seja percebido que os(as) alunos(as) estejam em situação de constrangimento, a pesquisa ou alguns dos procedimentos metodológicos serão interrompidos. Isso inclui, até mesmo, desligar os equipamentos e apagar gravações já realizadas;

(3) Um terceiro tipo de risco, para essa pesquisa, refere-se ao risco de exposição dos dados dos(as) alunos(as) participantes sem o consentimento dos(as) mesmos(as). Como forma de minimizar esse risco serão adotados pseudônimos para todos os(as) participantes da pesquisa, sendo que seus dados verdadeiros, como nomes, deverão ser de conhecimento apenas da pesquisadora e de seu orientador. Ainda, buscando evitar que qualquer tipo de dado do(a) participante seja divulgado sem o seu consentimento, há uma menção explícita neste termo de que o nome da escola, bem como as identidades pessoais dos sujeitos, será mantido em sigilo, não sendo reveladas em momento algum, nem mesmo nos documentos de divulgação dos resultados da pesquisa.



Considerando o interesse em poder gravar em áudio ou vídeo algumas das aulas, solicito a autorização para que os registros de imagem e áudio dos participantes possam ser feitos por meio de gravação. Ressalto que os materiais coletados serão mantidos sob guarda por um período mínimo de cinco anos após o término da pesquisa, sendo posteriormente descartado por meio de incineração.

Você poderá entrar em contato a qualquer momento tanto com o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos do Instituto Federal de São Paulo (CEP/IFSP) quanto com a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), quando julgar pertinente. O CEP/IFSP fica na Rua Pedro Vicente, 625, Canindé – São Paulo - SP, Telefone: (11) 3775-4569, e-mail: cep\_ifsp@ifsp.edu.br Se preferir também poderá entrar em contato comigo ou com meu orientador por meio dos contatos que constam junto ao campo das assinaturas. Este documento (TCLE) está elaborado em duas VIAS, que devem ser rubricadas em todas as suas páginas, exceto a com as assinaturas, e assinadas ao seu término por você, ou por seu representante legal, pela pesquisadora responsável e pelo seu orientador, ficando uma via com cada um.

---

Dr. Rogério Marques Ribeiro  
Orientador  
e-mail: rmarques@ifsp.edu.br  
Av. Celso Garcia, 5754 – apto. 23 – bl 02 – São  
Paulo – SP  
Telefone: (11) 3775

---

Glauca Marins Moreira  
Mestranda no Programa de Pós-Graduação –  
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática  
do IFSP/Campus São Paulo  
e-mail: glamarins@gmail.com  
Rua: Alexandre Benois, 620 – apto 13 B – Vila  
Andrade – São Paulo - SP  
Telefone: (11) 97369-3385

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA Rua Pedro Vicente, 625 Canindé – São Paulo/SP Telefone: (11) 3775-4665 E-mail: cep_ifsp@ifsp.edu.br
--

Declaro que entendi os objetivos, riscos e benefícios de minha participação na pesquisa e concordo em participar.

---

Participante da Pesquisa  
Assinatura e nome

## APÊNDICE C: TALE



**Ministério da Educação**  
**Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica**  
**Instituto Federal Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo**  
**Comitê de Ética em Pesquisa**

### **Termo de Assentimento Livre e Esclarecido - TALE**

Venho, por meio deste, convidá-lo(a) a participar da pesquisa intitulada “Trajetória Hipotética de Aprendizagem e Alfabetização Financeira”, a ser realizada por mim, Gláucia Marins Moreira, na ETEC Abdias do Nascimento, como parte dos estudos do curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática em desenvolvimento junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, sob orientação do Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro. O projeto de pesquisa foi aprovado pelo CEP-IFSP pelo CAAE número 40192820.7.0000.5473. O objetivo do projeto de pesquisa se refere a investigar a possível contribuição da Trajetória Hipotética de Aprendizagem para a alfabetização financeira. Você está sendo convidado(a) por ser aluno(a) do Ensino Médio e frequentar as aulas na turma na qual estou lecionando. Tenho como interesse observar as suas estratégias para resolução de situações problemas, e essa observação será feita durante o desenvolvimento de atividades em sala de aula. Você tem plena liberdade de recusar-se a participar, ou retirar seu consentimento em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma. A sua participação não é obrigatória e nem remunerada, e essa participação consiste em realizar as atividades que serão propostas ao longo do desenvolvimento da pesquisa. É importante destacar que as atividades serão realizadas no horário regular das aulas já previstas pelo calendário escolar, ou seja, não haverá nenhuma atividade para ser realizada extraclasse. Quanto ao sigilo da pesquisa, informo que nenhuma outra pessoa, além de mim e de meu orientador, terá qualquer informação que for obtida durante a pesquisa sobre os(as) alunos(as) sem a autorização dos(as) mesmos(as) e de seus responsáveis. O nome da escola, bem como as identidades pessoais dos(as) alunos(as), será mantido em sigilo, não sendo revelada em momento algum, nem mesmo nos documentos de divulgação dos resultados da pesquisa. A pesquisa poderá implicar em benefícios aos(as) alunos(as) participantes, pois estes(estas) serão inseridos(as) em novas situações de ensino e de aprendizagem, por meio do desenvolvimento de trajetórias hipotéticas de aprendizagem. Toda pesquisa com seres humanos também está sujeita a riscos. A fim de se explicitar os riscos que envolvem a realização desta pesquisa, bem como orientar a forma de minimizá-los, descrevo, a seguir, os elementos identificados:

(1) Um risco para os(as) alunos(as) participantes está no possível uso de gravações em áudio e vídeo das aulas durante a realização das atividades, haja vista que essas gravações podem gerar um fator de incômodo e/ou constrangimento nos participantes. Para minimizar esse risco pretendo, por meio da abordagem SUTIL e o uso do Círculo da Sabedoria, que fornecem a base instrucional da pesquisa, garantir que o respeito seja um ponto central na relação entre a professora e os(as) alunos(as). Sendo assim, ressalto que ao longo da pesquisa não será feito nenhum tipo de julgamento ou de avaliação dos(as) alunos(as) participantes, e que as filmagens servirão apenas para que as situações vivenciadas ao longo das aulas possam ser, posteriormente, mais bem descritas e analisadas. Entretanto, julgo importante destacar que caso o constrangimento e/ou o incômodo de fato aconteça, e os(as) alunos(as) participantes não se sintam à vontade com as gravações, os aparelhos poderão ser desligados e os registros do desenvolvimento das aulas passarão a ser realizados apenas com o uso do Diário de Campo;

(2) Um outro tipo de risco reside no temor de que o acesso da professora-pesquisadora às gravações comprometa a avaliação dos(as) alunos(as) ou a relação entre professora e alunos(as).



Buscando minimizar esse risco, de forma que os(as) alunos(as) não se sintam vigiados(as) ou incomodados(as) com a presença de câmeras e/ou gravadores durante as aulas, os equipamentos serão instalados e operados de modo discreto. Caso haja perturbação no ambiente, comprometendo o desenvolvimento do trabalho e a sala de aula, ou mesmo seja percebido que os(as) alunos(as) estejam em situação de constrangimento, a pesquisa ou alguns dos procedimentos metodológicos serão interrompidos. Isso inclui, até mesmo, desligar os equipamentos e apagar gravações já realizadas;

(3) Um terceiro tipo de risco, para essa pesquisa, refere-se ao risco de exposição dos dados dos(as) alunos(as) participantes sem o consentimento dos(as) mesmos(as). Como forma de minimizar esse risco serão adotados pseudônimos para todos os(as) participantes da pesquisa, sendo que seus dados verdadeiros, como nomes, deverão ser de conhecimento apenas da professora-pesquisadora e de seu orientador. Ainda, buscando evitar que qualquer tipo de dado do(a) participante seja divulgado sem o seu consentimento, há uma menção explícita neste termo de que o nome da escola, bem como as identidades pessoais dos sujeitos, será mantido em sigilo, não sendo reveladas em momento algum, nem mesmo nos documentos de divulgação dos resultados da pesquisa.

Considerando o interesse em poder gravar em áudio ou vídeo algumas das aulas, solicito a autorização para que os registros de imagem e áudio dos participantes possam ser feitos por meio de gravação. Ressalto que os materiais coletados serão mantidos sob guarda por um período mínimo de cinco anos após o término da pesquisa, sendo posteriormente descartado por meio de incineração. Você poderá entrar em contato a qualquer momento tanto com o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos do Instituto Federal de São Paulo (CEP/IFSP) quanto com a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), quando julgar pertinente. O CEP/IFSP fica na Rua Pedro Vicente, 625, Canindé – São Paulo - SP, Telefone: (11) 3775-4569, e-mail: cep\_ifsp@ifsp.edu.br. Se preferir também poderá entrar em contato comigo ou com meu orientador por meio dos contatos que constam junto ao campo das assinaturas. Este documento (TCLE) está elaborado em duas VIAS, que devem ser rubricadas em todas as suas páginas, exceto a com as assinaturas, e assinadas ao seu término por você, pela pesquisadora responsável e pelo seu orientador, ficando uma via com cada um.

---

Dr. Rogério Marques Ribeiro  
Orientador  
e-mail: rmarques@ifsp.edu.br  
Av. Celso Garcia, 5754 – apto. 23 – bl 02 – São  
Paulo – SP  
Telefone: (11) 3775

---

Glucia Marins Moreira  
Mestranda no Programa de Pós-Graduação –  
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática  
do IFSP/Campus São Paulo  
e-mail: glamarins@gmail.com  
Rua: Alexandre Benois, 620 – apto 13 B – Vila  
Andrade – São Paulo - SP  
Telefone: (11) 97369-3385

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA  
Rua Pedro Vicente, 625 Canindé – São Paulo/SP  
Telefone: (11) 3775-4665  
E-mail: cep\_ifsp@ifsp.edu.br

Declaro que entendi os objetivos, riscos e benefícios de minha participação na pesquisa e concordo em participar.

---

Participante da Pesquisa  
Assinatura e nome do menor

## APÊNDICE D: QUESTIONÁRIO

### Atividade escrita sobre Educação Financeira

1) O que você entende sobre Educação Financeira?

---

---

2) De acordo com o que você entende sobre Educação Financeira, quais são os assuntos que você acredita que são abordados em Educação Financeira?

---

---

3) Agora que você respondeu as duas questões anteriores como você entende a Educação Financeira na escola; ou seja, quais assuntos da Educação Financeira você entende que são ensinados na escola?

---

---

4) Você tem R\$ 60,00 para passar o final de semana. Como você deveria proceder tendo apenas essa quantia?

---

---

5) Nós passamos por um período pandêmico onde afetou a vida de todos mundialmente. Como o período pandêmico afetou o seu ambiente familiar financeiramente? Você teve que lidar com algum tipo de redução enquanto membro da família como por exemplo redução da tv acabo, mudança do plano de celular? Nesse período você consegue identificar alguns aspectos que envolva a importância da Educação financeira? Planejar é necessário?

---

---

6) Você sabe a diferença entre Consumo e Consumismo?

---

---

7) Você acredita que as redes sociais influenciam você a consumir? Justifique sua resposta.

---

---