Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo

Carlos Eduardo Ribeiro

O ensino de Probabilidade na Educação de Jovens e Adultos através de jogos

SÃO PAULO

2012

Carlos Eduardo Ribeiro

O ensino de Probabilidade na Educação de Jovens e Adultos através de jogos

Monografia apresentada no curso Pós-Graduação Lato Sensu em Educação Profissional Integrada à Educação Básica na Modalidade de Jovens e Adultos, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, sob a orientação do Prof. Ms. Amari Goulart.

SÃO PAULO

2012

Dedico este trabalho, primeiramente, a minha mãe Maria do Carmo Ribeiro e a meus irmãos Cristian, Wellington, Natalia e Joyce. Também a minhas cunhadas, tios, tias, primas e primos.

A meus sobrinhos, com muito amor e carinho, que em muitos finais de semana me proporcionaram carinhos e belos sorrisos, fazendo-me até esquecer das minhas ansiedades e angústias.

A minha esposa Miriam Soares J. Ribeiro, além de todo meu amor, por toda paciência, compreensão, carinho e dedicação, por me ajudar, muitas vezes, a encontrar soluções quando elas pareciam. Foi quem compartilhou comigo os momentos de tristeza e alegria.

Aos meus amigos, entre eles Cássio Makino, Roberto Santiago, Paulo A. Neri, Paulo F. Novaes que me apoiaram e que sempre estiveram ao meu lado durante esta longa caminhada, da qual compartilhamos momentos bons e ruins.

A estes dedico o meu trabalho, pois sem seu apoio, este sonho não teria realizado.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao Pai Celestial, pois sem ele eu não teria traçado o meu caminho.

À minha mãe por ter cuidado de mim, ter dedicado a sua vida, seu amor e carinho nesta jornada. A pessoa mais importante da minha vida, independentemente do momento ou lugar em que esteja, meus pensamentos sempre serão destinados a você. Agradeço principalmente à minha família e amigos de fé por terem me apoiado e ficado ao meu lado nas horas em que mais precisei.

Aos professores, Lurdes, Patrícia, Daniel, Ana Paula, Laerte e Marcelo e, em especial, ao meu orientador Ms. Amari Goulart, por exigir de mim muito mais do que eu pensei ser capaz de fazer. Agradeço por transmitir seus conhecimentos, por fazer de minha monografia uma experiência positiva e por ter confiado em mim, sempre estando presente, me orientando e dedicando parte do seu tempo. Muito Obrigado por tudo, pela paciência, pela amizade e pelos ensinamentos que levarei para sempre.

Aos professores da banca avaliadora Henrique Marins de Carvalho e Lia Corrêa da Costa Sousa.

Aos alunos que participaram da pesquisa, pois, graças a eles concluímos este trabalho, também à escola por ceder o espaço para a realização das atividades e aos funcionários que auxiliaram na preparação do pátio. À minha amiga Jéssica por me ajudar na revisão do texto, à minha irmã Joyce, minha esposa Miriam e minha cunhada Therezinha, que me auxiliaram na apresentação, fotografando e filmando.

A meus familiares, que tanto sofreram com minha ausência durante a elaboração desta monografia e dos diversos trabalhos nos três anos do curso.

“Algumas pessoas marcam a nossa vida para sempre, umas porque nos vão ajudando na construção, outras porque nos apresentam projetos de sonho e outras ainda porque nos desafiam a construí-los.” (Autor desconhecido)

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo introduzir os conceitos básicos de probabilidade na Educação de Jovens e Adultos (EJA) através de jogos. Propomos uma sequência de ensino que foi aplicada para 40 estudantes da EJA que cursavam o oitavo e o nono ano do Ensino Fundamental na rede municipal de ensino da cidade de São Paulo. A sequência de ensino intitulada “Os passeios aleatórios da Mônica” foi baseada nos artigos de Fernandes e Fernandes (1999) e Cazorla e Santana (2006). Além disso, tomamos como referencial teórico a Teoria das Situações Didáticas (TSD) proposta por Guy Brosseau. Depois da aplicação da sequência, analisamos os resultados obtidos e concluímos que os alunos, ao fornecerem as suas respostas sobre conceitos básicos de probabilidade, baseavam-se nos resultados obtidos durante a execução do jogo.

Palavras-chave: ensino-aprendizagem, probabilidade, jogos.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Os jogos que envolvem os conceitos matemáticos são instrumentos que favorecem o interesse dos alunos pela matemática. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

> O jogo é um tipo de atividade que alia raciocínio, estratégia e reflexão com desafio e competição de uma forma lúdica muito rica. Os jogos de equipe podem ainda favorecer o trabalho cooperativo. A prática de jogos, em particular dos jogos de estratégia, de observação e de memorização, contribui de forma articulada para o desenvolvimento de capacidades matemáticas e para o desenvolvimento pessoal e social. Há jogos em todas as culturas e a matemática desenvolveu muito conhecimento a partir deles. Além disso, um jogo pode ser um ponto de partida para uma atividade de investigação ou de um projeto (PCN,1997, pg.47).

Por este motivo, o nosso trabalho tem por objetivo introduzir os conceitos básicos de probabilidade na Educação de Jovens e Adultos (EJA) através de jogos. Portanto, nos parágrafos abaixo segue uma aproximação dos jogos com a Teoria das Probabilidades.

A Teoria das Probabilidades é o ramo da Matemática que tem por objetivo a formulação de modelos teóricos para o tratamento matemático da ocorrência (ou não ocorrência) de fenômenos aleatórios, em outros termos, podemos caracterizá-la como a Matemática do acaso ou da incerteza.

Para falarmos sobre a Teoria das Probabilidades, necessitaremos de algumas definições: experimentos aleatórios, espaço amostral e evento. Estas definições serão formuladas no capítulo 1 do presente trabalho.

A Teoria das Probabilidades tem as suas origens no século XVII através de matemáticos como Pierre de Fermat (1601-1665) e Blaise Pascal (1623-1662), mas anteriormente a eles, o matemático italiano Jerónimo Cardano (1501-1576) escreveu um trabalho notável sobre probabilidades em seu livro **Liber de ludo alae** (Sobre jogos de azar), todavia este livro só foi impresso em 1663. O avanço definitivo de fato aconteceu com Fermat e Pascal.

Outro importante colaborador foi o matemático francês Pierre Simon de Laplace (1749-1827). Ele enunciou pela primeira vez a definição clássica de probabilidade. Foi, porém, com Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855) que as aplicações do cálculo de probabilidade voltaram-se decisivamente para a ciência

Gauss criou a Teoria dos Erros de Observação (**Theoria combinationis observatorium erroriluns minimis obnoxia, 1809**), estabelecendo o método dos mínimos quadrados e justificando o emprego na teoria dos erros da lei que designou por "normal", hoje conhecida também por lei de Gauss ou lei de Laplace-Gauss.

Entretanto, foi somente no século XX, com os trabalhos de Kolmogorov, que propôs uma axiomática completa e consistente do cálculo de probabilidades, que se desenvolveu uma teoria matemática rigorosa e consistente da Teoria das Probabilidades.

O conhecimento do cálculo das probabilidades é de extrema importância para inúmeras áreas científicas, por exemplo, no estudo da Estatística. Conhecendo o cálculo de probabilidades o aluno terá oportunidade de relacioná-lo com dados da experiência cotidiana, como, por exemplo, os jogos da mega-sena.

Em relação aos jogos de azar, pode-se dizer que a possibilidades de ganhar ou perder não dependem exclusivamente da habilidade do jogador, mas também da sorte ou do azar do apostador, isto é, do acaso. Um exemplo de jogo de azar é o jogo de roleta.

CAPÍTULO 1: O NASCIMENTO DA TEORIA DAS PROBABILIDADES

Uma moeda tem duas faces: cara e coroa. Agora vamos imaginar a seguinte situação, se jogarmos esta moeda e observarmos a face voltada para cima, qual é o resultado?

Agora, ao tomar um dado de seis faces numeradas de 1 a 6, consideramos as três faces pares (2, 4, 6) e as três faces ímpares (1, 3, 5), lançamos o dado, a face voltada para cima será par ou ímpar?

Pensando nos dois problemas acima, como poderíamos analisar os resultados para estas situações?

Na matemática existe um campo que desenvolve e explicam os dois problemas, este campo de conhecimento é denominado Teoria das Probabilidades. Esta teoria nos ajuda a responder e esclarecer as ideias e soluções dos problemas que foram colocados acima.

Neste capítulo iremos apresentar a história da Teoria das Probabilidades, seu surgimento, alguns estudiosos que contribuíram para o seu desenvolvimento e algumas definições matemáticas relacionadas ao tema.

1.1 Onde tudo começou

As primeiras definições de probabilidade têm a sua origem mais remota, referida não só à prática de jogos ditos "de azar", mas também, à instituição dos seguros que foram usados pelas civilizações mais antigas, designadamente pelos fenícios, a fim de protegerem a sua atividade comercial marítima.

O Cálculo das Probabilidades, de acordo com Boyer (1996), nasceu na Idade Média, com as primeiras tentativas de matematização dos jogos de azar, muito difundido na época. É sabido, que desde sempre os jogos de azar eram atividades praticadas por diversas civilizações. Eles envolviam apostas, mas também eram utilizados para prever o futuro, decidir conflitos e dividir heranças.

Devem-se aos algebristas italianos Luca Bartolomeo de Pacioli**,** Girolamo Cardano e Niccolò Fontana (séc. XVI) as primeiras considerações matemáticas acerca dos jogos e das apostas, entretanto, limitaram-se a resolver alguns problemas concretos, não desenvolvendo nenhuma teoria sobre este assunto, embora já fizessem comparação de frequência, de ocorrências e de estimativas de ganhos.

De acordo com Boyer (1996) e Eves (2008) o início da Teoria das Probabilidades se deu através de correspondências trocadas entre os matemáticos franceses Blaise Pascal e Pierre de Fermat, em que ambos, por diferentes caminhos, chegaram à solução correta do célebre problema da divisão das apostas em 1654. Este problema teria sido proposto a Pascal pelo cavaleiro De Méré quando viajava em sua companhia. Sem que Pascal e Fermat o soubessem, tal problema era basicamente o mesmo que, um século antes, interessou Pacioli, Tartaglia e Cardano. O problema abaixo é uma versão simplificada do que foi proposto pelo Cavaleiro de Méré:

João e Maria apostaram cada um R$10,00 reais em um jogo de arremesso de moedas, cada jogador joga uma moeda em sua vez. Se ocorrer cara, o jogador que lançou a moeda ganha um ponto, se não, o outro jogador ganha um ponto. O primeiro jogador a obter três pontos ganha os R$ 20,00 reais. Agora supondo que o jogo tenha que ser interrompido quando Maria tem 1 ponto e João tem 2 pontos e está prestes a lançar a moeda. Qual é o modo justo de dividir os R$ 20,00 reais?

O problema proposto pelo cavaleiro de Méré fez com que Pascal e Fermat chegassem à mesma resposta para o problema, embora por caminhos diferentes. Abaixo a resposta do problema simples baseada na resolução de Pascal.

Uma moeda não viciada tem a mesma probabilidade de dar cara ou coroa. Assim, se cada jogador tivesse dois pontos, cada um teria a mesma probabilidade de ganhar o jogo na próxima jogada, portanto, seria justo que cada jogador recebesse a metade da quantia apostada a essa altura. Neste caso, João tem 2 pontos e Maria 1 ponto, se João lançar a moeda e ganhar, ele terá 3 pontos, portanto, terá os R$ 20,00 reais, se João perder, cada jogador terá 2 pontos, portanto, cada um terá o direito a R$ 10,00 reais. Assim, João tem direito a pelo menos R$ 10,00 dessa aposta. Como é igualmente provável que João ganhe ou perca o lance, os outros R$ 10,00 reais devem ser divididos igualmente entre os jogadores. Logo, João deve receber R$ 15,00 reais e Maria R$ 5,00 reais.

Além do problema proposto pelo Cavaleiro de Méré, Pascal resolveu diversos problemas de casos de jogos interrompidos. Reduzindo cada um a uma situação previamente resolvida e dividindo o dinheiro de acordo com isso. O trabalho desenvolvido por Pascal e Fermat de generalizar o problema e sua solução despertou o interesse em outros estudiosos.

1.2 As ideias de Pascal

Pascal interessou-se, especialmente, pelos problemas relacionados com a divisão correta dos prêmios no caso de um jogo ser interrompido antes do final. Percebeu que eram problemas difíceis e que equivaliam a determinar a probabilidade que cada jogador tem de ganhar, em cada momento, conforme a evolução do jogo.

Pascal decidiu expor as suas reflexões a Pierre de Fermat e propor a ele os desafios tal como lhe tinham feito. Uma das correspondências entre os matemáticos, responde à terceira dúvida de Chevalier de Méré, demonstrando que a primeira probabilidade é 0.516, enquanto que a segunda é 0.491.

A sequência de sete cartas com as reflexões conjugadas de ambos, marca o nascimento histórico da Teoria das Probabilidades como ciência. À medida que a correspondência se desenrola, vemos nascer os métodos da análise combinatória, na investigação dos diferentes modos pelos quais pode-se realizar certo acontecimento.

Como o trabalho desenvolvido não recorreu às idéias de Cardano, que permaneceram esquecidas até 1663, os fundamentos da moderna Teoria das Probabilidades, são atribuidos a Pascal e Fermat de acordo com Boyer(1996)

Tanto Pascal, como Fermat não publicaram as suas correspondências, nem os resultados a que chegaram. O impulso definitivo ao nascimento e expansão do Cálculo das Probabilidades só foi dado em 1657, por Christiaan Huygens. Estimulado pela leitura da correspondência entre os dois matemáticos, publicou um pequeno folheto, o primeiro tratado dedicado exclusivamente à Teoria das Probabilidades chamado **De rattiociniis in ludo aleae** (Sobre o raciocínio nos jogos de azar). A partir disto, a Teoria das Probabilidades, avançou rapidamente, despertando o interesse de muitos matemáticos e físicos.

Os passos seguintes foram dados por Jan de Witt (1625 – 1672), em 1671 e por Edmond Halley (1656 - 1742), em 1693, ao construírem tabelas de anuidades e, por Jacques Bernoulli, que escreveu uma obra extensa sobre a teoria das probabilidades, a **Ars conjectandi** (A arte de conjecturar), que foi publicada em 1713.

Também Abraham de Moivre escreveu sobre probabilidades, principalmente probabilidades condicionadas e publicou a sua obra **A doutrina das chances**, em 1718. Thomas Bayes (1702 – 1761), também desenvolveu o estudo sobre probabilidades condicionadas e é autor de uma obra que inclui o famoso teorema de Bayes, publicada em 1764. No entanto, à parte do nascimento, as maiores contribuições para o desenvolvimento da Teoria das Probabilidades se devem, sem dúvida, ao matemático Laplace..

1.3 Outras contribuições à Teoria da Probabilidade

Além de Pascal e Fermat, outros grandes matemáticos contribuíram para a teoria da probabilidade entre eles alguns membros da família Bernoulli. A família Bernoulli pertencia à burguesia comercial da Basiléia, onde se fixará vinda em fuga da Antuérpia no final do século XVl, após esta cidade ter sido conquistada pela Espanha católica. Os Bernoulli eram descendentes dos huguenotes.

Cerca de meio século depois, por alguma razão difícil de explicar, a família Bernoulli começa a gerar, talvez de forma inédita na história da humanidade, apenas matemáticos. Até a primeira metade do século XlX, contam-se nada menos que treze conforme podemos observar na figura abaixo baseado em Eves (p.466) mostra a árvore genealógica da família Bernoulli.

	Nicolaus (1623 – 1708)				
Jacques l (1654 – 1705)	Nicolaus l (1622 – 1716)	Jean l (1667 – 1748)			
	Nicolausll (1687 – 1759)		Nicolauslll (1695 – 1726)	Daniel l (1700 – 1782)	Jean ll (1710 – 1790)
					Jacques ll (1759 – 1789)
			Jean Gustave (1811 – 1863)	Christoph (1782 – 1863)	Daniel ll (1751 – 1834)
					Jean lll (1746 – 1807)

Um dos membros da família, Jacques Bernoulli (1659 – 1705), escreveu diversos artigos sobre alguns pontos da matemática, e, em 1793, publicou o mais antigo volume substancial sobre a teoria das probabilidades, pois o **Liber de Ludo Alae**, fora apenas uma breve introdução.

Na segunda parte de **De Ludo Alae** aparece uma contribuição importante para a teoria das probabilidades, a teoria geral de permutações e combinações, facilitada através do teorema binominal e multinominal. No entanto, os créditos do trabalho foram atribuídos a Pascal.

A publicação desses problemas com os respectivos resultados deve-se a Jacques Bernoulli em um livro publicado em edição póstuma intitulado **A Arte da Conjectura** (1713), no qual, convergeu todos os problemas conhecidos até então, acompanhados das respectivas soluções, e onde estabeleceu alguns resultados novos entre os quais a "lei dos grandes números".

Depois de vários problemas levantados, apareceram vários outros estudiosos, entre eles, Leonhard Euler, Daniel Bernoulli, Nicolas Bernoulli e Jean le Rond d'Alembert que tinham interesse pelas loterias e as probabilidades. Euler contribuiu muito na probabilidade como fez em outros assuntos da matemática.

Outros estudos sobre a Teoria das Probabilidades foram desenvolvidos, entre eles, os estudos de D' Alembert que em seu livro **História da matemática** citou um exemplo através de uma situação colocada por ele mesmo no artigo sobre *croix* ou *pile* (cara ou coroa). Este artigo foi publicado em 1754 na *Encyclipedie*, e o problema de probabilidade foi o seguinte:

Se lançarmos uma moeda, a probabilidade de cair cara em dois lances, deveria ser 2 / 3 e não 3 / 4, como é usualmente aceita, pois o jogo termina se cara aparece no primeiro lance.

D'Alembert considerou que as bases da Teoria das Probabilidades eram pouco firmes. Também observou que, quando possível, as probabilidades deveriam ser determinadas experimentalmente, essa ideia teve a aprovação de um amigo, o Conde de Buffon (1701 – 1788), conhecido por algumas contribuições, entre elas, uma tradução para o francês do "método dos fluxos de Newton" e o problema da "agulha de Buffon".

Existiram importantes contribuições ao desenvolvimento da teoria de Probabilidade, em especial, as do matemático Laplace. Ele dedicou seu tempo desenvolvendo e estudando o assunto profundamente, até que em 1774, divulgou seus artigos para a sociedade, suas contribuições são de grande valor para a matemática.

1.4 As ideias de Laplace

A propósito do Cálculo das Probabilidades de Pascal, Laplace *apud* Boyer (1996) afirmava que:

> A teoria das probabilidades, no fundo, não é mais do que o bom senso traduzido em cálculo; permite calcular com exatidão aquilo que as pessoas sentem por uma espécie de instinto. É notável que tal ciência, que começou com estudos sobre jogos de azar, tenha alcançado os mais altos níveis do conhecimento humano. (BOYER 1996, pg.250)

Em 1812, Laplace publicou uma importante obra de teoria analítica das probabilidades, no qual sistematizou os conhecimentos da época e onde se encontra a lei de Laplace.

No séc. XX, o Cálculo das Probabilidades deu lugar, como veremos mais adiante, a uma teoria matemática dotada de uma axiomática própria, graças aos trabalhos de Andrei Kolmogorov (1903 - 1987), publicados em 1933. Este foi um dos matemáticos que adaptou um novo conceito de probabilidade baseado na experimentação e designado por "conceito frequencista de probabilidade", por esse fato, os axiomas adaptado sem sua construção são semelhantes às propriedades das frequências relativas.

1.5 Conceitos Básicos de Probabilidade

A Teoria das Probabilidades é um ramo da Matemática que tem por objetivo a formulação de modelos teóricos para o tratamento matemático da ocorrência (ou não ocorrência) de fenômenos aleatórios, em outros termos, podemos caracterizá-la como a Matemática do acaso ou da incerteza.

Para falarmos sobre a Teoria das Probabilidades, inicialmente precisamos de algumas definições, anteriormente ditas são elas: experimentos aleatórios, espaço amostral e evento.

De acordo com Dantas (2004, p.18), “experimentos que ao serem repetidos nas mesmas condições não produzem o mesmo resultado são denominados experimentos aleatórios”.

Segue-se abaixo um exemplo de um experimento aleatório.

Se lançarmos um dado sobre uma superfície plana e observarmos o número que aparece na face superior, não poderemos determinar a priori qual será esse número.

De acordo com Dantas (2004, p.19), “espaço amostral associado a um experimento aleatório é o conjunto de seus resultados possíveis”.

A seguir, temos um exemplo de um Espaço Amostral.

No exemplo citado sobre experimento aleatório que corresponde ao lançamento de um dado, o espaço amostral é o conjunto: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

De acordo com Dantas (2004, p. 21), “denominaremos de Eventos a todo resultado ou subconjuntos de resultados de um experimento”.

1.6 Definição clássica de probabilidade

Em fenômenos aleatórios tais como lançamento de uma moeda, de um dado, extração de uma carta de um baralho entre outros, todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer. Assim, por exemplo, no lançamento de uma moeda a probabilidade do evento cara ou coroa ocorrer são igualmente prováveis, ou seja, a probabilidade atribuída a cada um é 1/2.

A probabilidade de um evento A qualquer ocorrer pode ser definida por:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favoráveis ao evento A}}{\text{Número de casos possíveis}}$$

Em relação à Probabilidade, consideramos que esta pode promover a compreensão de grande parte dos acontecimentos do cotidiano que são de natureza aleatória, possibilitando a identificação de resultados possíveis desses acontecimentos. Destacamos o acaso e a incerteza que se manifestam intuitivamente, portanto cabe à escola propor situações em que se possa realizar experimentos e fazer observações dos eventos.

1.7 Definição da visão frequentista

A definição clássica de probabilidade só se aplica a espaços amostrais em que os eventos simples são igualmente possíveis. Esse é o caso da maioria das aplicações de probabilidades relacionadas aos jogos de azar, área que, precisamente, suscitou os primeiros problemas práticos resolvidos através da Teoria das Probabilidades. Esses mesmos jogos, entretanto, repetidos inúmeras vezes, levaram a considerar a probabilidade de um evento como a frequência relativa, ou seja, como a proporção de vezes que um evento ocorre em uma série suficientemente grande de realizações de um experimento, em condições idênticas. Surgiu então uma nova definição de probabilidade, a definição frequentista:

Se A é o evento de interesse, a probabilidade de A é dada por:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favoráveis ao evento A}}{\text{Número total de repetições do experimento}}$$

CAPÍTULO 2: JOGOS PROPOSTOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Quando pedimos para definir o que é jogo, as pessoas em geral, remetem-se aos jogos com os quais tenham maior convivência, são eles os jogos esportivos, eletrônicos, jogos de carta, entre outros. São vários os tipos de jogos existente no mundo de hoje.

> Tentar definir o jogo não é tarefa fácil. Quando se pronuncia a palavra jogo cada um pode entendê-la de modo diferente. Pode-se estar falando de jogos políticos, de adultos, crianças, animais ou amarelinha, xadrez,... Por exemplo, no faz-de-conta, há forte presença da situação imaginária; no jogo de xadrez, regras padronizadas permitem a movimentação das peças. (KISHIMOTO, 1997, p. 13).

Historicamente, os jogos existem há milhares de anos e cobrem praticamente o mundo inteiro, fornecendo olhares fascinantes sobre a cultura em determinadas épocas e lugares.

Todo ser humano teve, em algum estágio de sua vida, o contato com jogos. Sendo assim, podemos perceber que o jogo é uma atividade presente na vida cotidiana.

Por ser a matemática uma disciplina em que a maioria dos estudantes encontra dificuldades na assimilação dos conteúdos abordados, pode-se dizer que o uso dos jogos na matemática auxilia a aprendizagem e o desenvolvimento. Tal afirmação está baseada na prática docente. Ainda, a preparação do jogo em sala de aula auxilia os alunos trabalharem em equipe e compartilharem conhecimento e isso resulta na aprendizagem. Assim, afirmamos que:

Com esta finalidade acreditamos que os jogos, principalmente nas aulas de matemática, tornam a aprendizagem mais interessante. A utilização de jogos é um dos caminhos que ajuda no desenvolvimento para a aprendizagem em matemática.

- A utilização de jogos durante as aulas de matemática desperta mais interesse nos alunos.
- Os jogos são excelentes ferramentas que auxiliam na aprendizagem.
- Os jogos prendem a atenção dos alunos.

Através destas afirmações, muitos estudiosos desenvolveram suas ideias afirmando que, desde pequenas, as crianças se envolvem em atividades com jogos, e desta maneira elas já participam de jogos com diversos objetivos, por exemplo, jogos de regras, cartas, dominó, etc.

A utilização do jogo é comumente utilizada na educação de crianças, no entanto, nosso foco é a realização de jogos educativos no ensino de jovens e adultos.

Conforme Ribeiro (2009, p.18) “é importante destacar que as atividades lúdicas são inerentes ao ser humano, não somente no universo infantil, mas também nas vivências dos adultos”. Ou seja, os jogos entram na vida do ser humano em todas as fases da vida, seja na infância, na adolescência ou fase adulta.

Destacamos que os jogos despertam a curiosidade, seja pelas regras, pelo jogo em si, pelo ganhar ou perder no jogo, pelo material utilizado em sua realização.

As regras do jogo mostram como funciona, e o que deve ser feito durante Toda jogo.

O jogo em si, indica seu objetivo, seja ele educativo ou de outra natureza. Podem ser jogos de carta, jogos com peças ou jogos eletrônicos.

Quase todos os jogos precisam ter um vencedor e um perdedor, isto desperta interesse em aprender o jogo com a intenção de ganhar, isso se deve ao lado competitivo que cada ser humano tem.

O material do jogo, se bem preparado, por si só chama atenção, pelo seu *design*, pelo tamanho, cor, peças, etc.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> [...] a matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida e quem a sociedade utiliza, cada vez mais, de conhecimentos cientifico e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. A aprendizagem em matemática está ligada a compreensão, isto é a acontecimentos. Recursos didáticos com jogo, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino de aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados as situações que levem do exercício de análise e da reflexão em última instância, a base da atividade matemática (PCN, 1997, p.43)

Assim, constatamos que utilização de jogos na aula de matemática, tanto para as crianças quanto para os jovens e adultos proporciona a interação social que ajuda no desenvolvimento da aprendizagem e dos conteúdos em sala.

Estas atividades na vivência dos adultos faz com que eles voltem ao passado, fazendo-os lembrar das brincadeiras que viveram na infância, isto é, há o resgate do conhecimento vivido no passado. Tal resgate faz com que muitos alunos se dediquem ás atividades lúdicas propostas pelo professor.

Em sua obra, Ribeiro (2009) afirma que:

> Nessa perspectiva, a inserção dos jogos no contexto escolar aparece como uma possibilidade altamente significativa no processo de ensino – aprendizagem, por meio da qual, ao mesmo tempo em que se aplica a ideia de aprender brincando, gerando interesse e prazer, contribui-se para o desenvolvimento social dos alunos (RIBEIRO, 2009, p.23)

Desta maneira, os alunos através dos jogos desenvolvem o conhecimento brincando e, através das brincadeiras pode surgir o prazer pela disciplina de matemática. Também jogando, o aluno compartilha ideias e essa troca de informação gera o conhecimento e por sua vez, conhecimento gera aprendizagem.

Segundo os PCN (1997), os jogos são considerados como um recurso pedagógico que, se bem utilizado, contribui muito para que o aluno desenvolva competências matemáticas.

Alguns questionamentos a respeito do uso de jogos no ensino da matemática começam a surgir, segundo Grando (2000, p. 15). “ao observarmos o comportamento do aluno em situações de brincadeira e ou jogo, percebe-se o quanto ela desenvolve sua capacidade de fazer perguntas, buscar diferentes soluções, encontrar e reestruturar novas relações”.

Quando os alunos estão em processo de jogo, seu raciocínio os leva a mudanças de postura e comportamento diante das atividades propostas. Borin (1998) completa:

> Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente aos processos de aprendizagem (BORIN, 1998, p. 9)

Segundo a autora, os jogos matemáticos ajudam os alunos na disciplina, motivam auxiliando cada vez mais na aprendizagem, dentro e fora da sala de aula.

Atuais propostas dos documentos oficiais, os PCN (1997) e outras bibliografias apontam o uso dos jogos como prática pedagógica. Borin (1995, p.11) afirma que o jogo ajuda a “descentralizar, criar a possibilidade do desenvolvimento da linguagem, criatividade, raciocínio dedutivo e argumentação”.

É necessário atenção quando se propõe um jogo em sala de aula. Para que um bom trabalho possa ser desenvolvido, devemos planejar e averiguar o objetivo de cada jogo e outras atividades usadas nas aulas de matemática. Os jogos devem ter relação com a matéria proposta, além disso, o objetivo deve estar claro, cabendo ao professor ter domínio sobre o jogo e definir se a aplicação do mesmo será feita em grupos ou individualmente. Para Borin:

> a atividade de jogar, se bem orientada, tem papel importante no desenvolvimento das habilidades de raciocínio como organização, atenção e concentração, tão necessárias para o aprendizado, e especial da Matemática (BORIN, 1995, p. 8)

Os jogos não podem ser considerados apenas como passatempo ou brincadeira. Podem ser utilizados como forma de instigar os alunos a aprender matemática. Borin (1995) destaca que:

> [...] um determinado jogo é bom se permite várias explorações no sentido de promover o exercício do pensamento crítico daqueles que jogam. Caso contrário, ele se caracteriza como um passatempo e pode ser deixado para os momentos de lazer, quando os aspectos lúdicos e sociais são importantes (BORIN, 1995, p. 18)

Uma atividade bem preparada que permita várias explorações leva a vários pensamentos e atitudes; a aprendizagem se torna diferente, quando proposto bem aplicado, promove uma melhor fixação do conteúdo, facilitando, inclusive, que o aluno rememore as atividades desenvolvidas anteriormente. Macedo et al. (2005) expõe suas ideias sobre o jogo e brinca em sua obra quando fala:

> O jogar é um dos sucedâneos mais importantes do brincar. O jogar é um brincar com contexto de regras e com um objetivo predefinido. [...] O brincar é um jogar com ideias, sentimentos, pessoas, situações e objetos em que as regulações e objetivos não estão necessariamente predeterminados. No jogo ganha-se ou perde-se. [...] O jogar é uma brincadeira organizada, convencional, com papéis e posições demarcadas. (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2005, p.14)

Segundo Grando:

> é fundamental inserir os alunos em atividades que permitem um caminho que vai da imaginação a abstração, por meio de processos de levantamento de hipóteses, testagem de conjecturas, reflexão, analise, síntese e criação, pelo aluno, de estratégias diversificadas em jogos (GRANDO, 2000, p.12)

Grando (2000) resalta diversas vantagens sobre o uso de jogos no ensino da matemática. Dentre elas, observamos os três aspectos seguintes: o desenvolvimento do desafio dos jogos; o jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento; o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade do senso critico, da participação, da competição sadia da observação, das várias formas de uso da linguagem e do prazer em aprender.

> [os jogos] propiciam a simulação de situações problemas que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que a situações sucedem - se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (PCN, 1997, p. 26)

Podemos considerar, portanto, que tal trabalho possa ser desenvolvido, também com as turmas de EJA. Para tal, no baseamos nos critérios citados por Borin (1995):

a) O jogo deve ser para dois ou mais jogadores, ou seja, não pode ser um jogo “solitário”;
b) O jogo deve ter regras pré-estabelecidas que não possa ser modificadas no decorrer de uma rodada;
c) As regras devem ser formuladas de modo que, ao final, só haja um vencedor;
d) O jogo não deve ser apenas mecânico e sem significados para os alunos;
e) O jogo deve permitir que cada jogador possa fazer um papel secundário ou mesmo em nada interferir.

Os pontos citados anteriormente nos levaram a uma reflexão de como se deve elaborar atividades ou jogos para as aulas de matemática.

O jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos, mediante a articulação entre o conhecimento e a imaginação, tornam-se produtores de linguagens, criadores de convenções, para se submeter às regras e explicações.

De acordo com os PCN (1997), o ensino de matemática deve estar em consonância com as rápidas transformações que ocorrem no mundo. Para tanto, faz-se necessário preparar os alunos para a vida além da simples reprodução de dados, classificações ou identificação de símbolos. Em outras palavras, supõe-se que os alunos devem estar aptos a:

> Saber se informar, comunicar-se, argumentar, compreender e agir;
>
> Enfrentar problemas de diferentes naturezas;
>
> Participar socialmente, de forma prática e solidária;
>
> Ser capaz de elaborar críticas ou propostas, e;
>
> Especialmente, adquirir uma atitude de permanente aprendizado.
>
> (PCN, 1997, p. 26.)

Para tanto, é fundamental sempre considerar a realidade do aluno e da escola, pelas diferentes formas de abordagens, "até porque esse tipo de aprendizado não se desenvolve necessariamente em situações de aula, mas, sobretudo formas diferentes de trabalhar" (PCN, 1997, p. 12).

Em nossa sociedade, o conhecimento matemático é necessário em uma grande diversidade de situações, como, por exemplo, apoio a outras áreas do conhecimento, instrumento para lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda, como forma de desenvolver habilidades de pensamento.

Um exemplo da aplicação da matemática em outras disciplinas pode ser encontrado no uso da probabilidade (conteúdo estruturante da monografia) em Biologia, especificamente no estudo sobre hereditariedade, no qual as noções básicas de probabilidade podem ser utilizadas para prever resultados de cruzamentos.

No que diz respeito ao cotidiano, esse conteúdo pode ser aplicado, por exemplo, na análise e julgamento de cálculos efetuados sobre dados econômicos ou sociais ou ainda nas probabilidades de receber determinado prêmio em sorteios ou loterias.

Por sua vez, os jogos representam um importante instrumento para o ensino da matemática e são elementos valiosos no processo de apropriação do conhecimento, pois permitem desenvolver competências no âmbito da comunicação, das relações interpessoais, do trabalho em equipe, e na assimilação de conceitos matemáticos. Pois, de acordo com os PCN+ (2002):

> O jogo oferece o estímulo e o ambiente propícios que favorecem o desenvolvimento espontâneo e criativo dos alunos e permite ao professor ampliar seu conhecimento de técnicas ativas de ensino, desenvolver capacidades pessoais e profissionais para estimular nos alunos a capacidade de comunicação e expressão, mostrando-lhes uma nova maneira, lúdica e prazerosa e participativa, de relacionar se com o conteúdo escolar, levando a uma maior apropriação dos conhecimentos envolvidos. Utilizar jogos como instrumento pedagógico não se restringe a trabalhar com jogos prontos, nos quais as regras e os procedimentos já estão determinados; mas, principalmente, estimular a criação, pelos alunos, de jogos relacionados com os temas discutidos no contexto da sala de aula. (PCN+, 2002, p.56)

Desta forma, os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, ainda mais quando são desenvolvidos pelos próprios alunos, que interagem com sua construção e desenvolvimento. Utilizamos esta abordagem como proposta de intervenção, com um grupo de alunos, participantes de todo o processo de construção do jogo, conforme será descrito adiante.

Os jogos apresentados de forma atrativa podem favorecer a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e na busca de soluções de problemas. Podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes quando os alunos enfrentam desafios, buscam soluções ou ainda no desenvolvimento da crítica, da intuição e da criação. Conforme os PCN (1997), as atividades de jogos permitem ao professor analisar e avaliar os seguintes aspectos:

> Compreensão: facilidade para entender o processo do jogo assim como o autocontrole e o respeito a si próprio;
>
> Facilidade: possibilidade de construir uma estratégia vencedora;
>
> Possibilidade de descrição: capacidade de comunicar o procedimento seguido e da maneira de atuar (PCN, 1997, p.47)

Vários autores, entre eles Grando (2000), defendem o uso de jogos no ensino da matemática. Para esta autora, o jogo em seu aspecto pedagógico se apresenta produtivo tanto para o professor como para o aluno. Para quando busca neste um instrumento que pode provocar o aluno com vistas à aprendizagem de estruturas matemáticas, muitas vezes de difícil assimilação;

> que desenvolveria sua capacidade de pensar, refletir, analisar, compreender conceitos matemáticos, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las (investigação matemática), com autonomia e cooperação (GRANDO, 2000, p.28).

Através dos jogos, as posturas, atitudes e emoções demonstradas pelos alunos são as mesmas desejadas na aquisição do conhecimento escolar. Ou seja, espera-se um aluno participativo e envolvido na atividade de ensino, concentrado, atento e que elabore hipóteses sobre as quais interage, e estabeleça soluções alternativas e variadas que se organize segundo algumas normas e regras e, finalmente, que saiba comunicar o que pensa sobre as estratégias de solução de seus problemas.

> Por meio dos jogos, o indivíduo torna-se o dinamizador de seu próprio conhecimento e processo de aprendizagem, uma vez que as atividades lúdicas proporcionam um grande envolvimento dos alunos, e desta forma ele não é reduzido a um mero assimilador de conhecimentos transmitidos já que sua intensa participação estimula e motiva seu interesse pelos conteúdos trabalhados em sala de aula (GRANDO, 2000, p. 26).

A aprendizagem de matemática, considerada de difícil acesso e pela maioria dos alunos, pode ser simplificada e melhor assimilada através da ação no jogo.

Durante o jogo, o aluno tem a possibilidade de estabelecer uma “ponte” para a compreensão dessa linguagem, por meio de uma linguagem auxiliar, utilizada no contexto da situação de jogo, a qual pode-se proporcionar a formação de um conceito mais próximo da realidade e não como algo abstrato, distante e incompreensível.

Nesse contexto, o jogo deve ser olhado como um elemento que pode disparar o processo de construção do conhecimento e deve expressar do tópico matemático que se deseja estudar, neste caso os conceitos básicos de probabilidade.

Assim sendo, o jogo é utilizado como um ponto de partida e um meio para se ensinar matemática, permitindo que o aluno possa compreender o conteúdo proposto de forma dinâmica, possibilitando melhor interação. De acordo com Ribeiro:

> Os jogos, as brincadeiras, enfim, as atividades lúdicas exercem um papel extremamente importante para a aquisição do conhecimento, conceitos e habilidades, além disso, estimulam a imaginação, o

> raciocínio lógico, a organização, atenção e concentração dos alunos. Auxiliam também no desenvolvimento cognitivo, afetivo, social e moral dos alunos, representando um momento que precisa ser valorizado pelos professores nas atividades em sala de aula (RIBEIRO, 2008, p. 1)

Acreditamos em um ensino que considere o aluno como sujeito do processo de ensino/aprendizagem e que tenha significado para ele. A ludicidade proporciona um ambiente favorável à imaginação, à criação, à reflexão, enfim, à construção que torna o aprender uma atividade prazerosa e que instiga a investigação, ação e participação coletiva dos alunos:

> Ao observarmos o comportamento de um aluno em situações de jogo, percebe-se o quanto ela desenvolve sua capacidade de fazer perguntas, buscar diferentes soluções, repensar situações, avaliar suas atitudes, encontrar e reestruturar novas relações, ou seja, resolver problemas (GRANDO, 2000, p. 19).

Além do trabalho de Grando (2000), podemos destacar também os estudos de Lopes (2008) e Marco (2004) que envolvem o lúdico e conteúdos de matemática.

O trabalho desenvolvido por Lopes (2008) envolveu o ensino da probabilidade através do jogo de dados e o trabalho de Marco (2004) procurou analisar os processos de resolução de problemas mediante a construção de jogos computacionais.

Ambos constataram um maior envolvimento e interesse por parte dos alunos em relação aos conteúdos trabalhados, além disso, evidenciaram a cooperação e interação social entre os educandos. É importante considerar que nenhuma atividade lúdica é educativa por si só, para que ela tenha essa conotação é necessário o planejamento e a inserção do conteúdo matematico para ser usado no contexto educativo, além disso, durante a execução é importante que o professor intervenha adequadamente durante o processo a fim de orientar os educandos e aproximar os conteúdos trabalhados durante a atividade proposta.

Com relação aos jogos, os PCN (1997), comentam que constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo, e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações – problemas que exigem soluções imediatas, estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. Com relação à probabilidade, os apontam que:

> A principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos. (PCN, 1997, p. 16)

Baseados nas informações acima, propomos uma atividade em que os alunos realizem experimentos aleatórios e observem os eventos.

Iremos utilizar o jogo intitulado Passeio aleatório da Mônica (PAM) para introduzir os conceitos básicos de probabilidade na Educação de Jovens e Adultos (EJA).

O PAM é um jogo que é realizado em grupos e que o resultado depende do acaso, pois durante as jogadas teremos situações diferentes.

Este jogo já foi utilizado em uma sequência didática adaptada por Cazorla e Santana (2006) para o ensino de probabilidades na Educação Básica, a partir do trabalho de Fernandez e Fernandez (1999), que a propuseram para o ensino da distribuição Binomial no Ensino Superior.

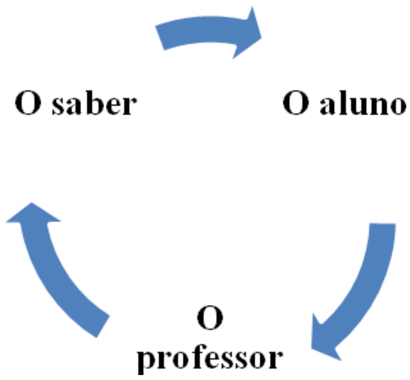
Por isso, pretendemos verificar se no ensino da EJA, o PAM adaptada por Carzola e Santana (2006) resultará em uma aprendizagem mais significativa.

CAPÍTULO 3: FUNDAMENTOS TEÓRICOS

O matemático Guy Brousseau nasceu em 4 de fevereiro de 1933, em Taza, no Marrocos, filho de um soldado francês. No fim dos anos 1960, depois de se formar em Matemática, passou a lecionar na Universidade de Bordeaux, onde hoje é diretor do Laboratório de Didática das Ciências e das Tecnologias e professor emérito. Em 1991, tornou-se docente do Instituto Normal Superior local. Recebeu o título de doutor *honoris causa* das universidades de Montreal (Canadá), Genebra (Suíça) e Córdoba (Espanha). Seus estudos têm grande influência nos parâmetros do ensino público francês. Em 2003, foi o primeiro ganhador da medalha Felix Klein, prêmio concedido pelo Comitê Internacional do Ensino da Matemática, em reconhecimento a contribuição que tem tido sobre o desenvolvimento da educação matemática como um campo de investigação científica, no campo teórico, implementando esta investigação a estudantes e professores, neste trabalho iremos nos apoiar em alguns pressupostos da Teoria das Situações Didáticas (TSD) desenvolvida por Brousseau.

Um dos pressupostos da TSD, segundo Almouloud (2007, p.9), é que "o aluno aprende adaptando-se a um meio, manifesta-se pelas respostas que são a prova da aprendizagem". Pensamos que os alunos aprimoram seu conhecimento ao lançarem mão de outros conhecimentos que já possuam, ou seja, o envolvimento em atividades e outros meios de aprendizagem que proporcionem algum tipo de interação passam a expor e trocar informações. Tal atitude leva os alunos à experiência.

Outro pressuposto é o apontado pelo triângulo didático abaixo, que fala de três pontos importantes para o desenvolvimento deste trabalho, cujo "objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática, na qual são identificadas as interações entre professor, aluno e saber". (ALMOULOUD, 2007, p.32).



Vemos essa representação gráfica acima, como um ciclo que passa pelo professor e o saber que passa para o aluno. Nisso, entra uma troca de conhecimento que permeia a vida do professor e do aluno, o que culmina no saber.

Segundo Brousseau, a teoria das situações didáticas pontua este processo em quatro partes essenciais: a ação, a formulação, a validação e a institucionalização.

A primeira parte, a ação, é o momento no qual se propõe um problema ao aluno, para que através do conhecimento, ele possa começar a agir. A formulação, é quando, na resolução do problema, o aluno passa a utilizar-se de um esquema com natureza mais teórica, um raciocínio mais elaborado e constituído, utilizando conhecimentos e informações anteriores. A terceira parte, denominada validação, é o momento em que os mecanismos de prova usados pelos alunos e os saberes por eles já elaboraram passam a ser usados com uma finalidade de justificar suas respostas. Finalmente, a institucionalização é o momento em que o professor formaliza o conhecimento a ser ensinando, fazendo a descontextualização do mesmo.

Brousseau expõe como ideia básica aproximar o trabalho do aluno ao modo como é produzida a atividade científica verdadeira, ou seja, o aluno se torna um pesquisador, testando, formulando hipóteses, provando, construindo modelos, conceitos, teorias e socializando os resultados. Cabe ao professor, assim, providenciar situações favoráveis, de modo que o aluno nessa ação sobre o saber o transforme o conhecimento.

O autor enfatiza que as situações de ensino devem ser criadas pelo professor, de modo a aproximar o aluno do saber do qual ele apropriar. Para isso, cabe ao docente fazer um duplo papel, procurar situações onde os alunos possam dar sentido ao conhecimento, através da contextualização e personalização do saber, num movimento que vivencie esse significado.

Seguindo o pensamento de Brousseau, propomos a atividade Passeio Aleatório da Monica (PAM), buscando levar os alunos de EJA a se tornarem pesquisadores, levantado hipóteses e também incentivando discussões entre eles a respeito de seu trabalho.

Ajudar os alunos no sentido inverso, ou seja, descontextualizando e despersonalizando os conhecimentos, como fazem os matemáticos, de modo a tornar as produções dos alunos fatos universais e reutilizáveis.

É justamente este ciclo contextualizar/descontextualizar que permite ao aluno avançar em conhecimentos, para o professor, é grande a tentação de pular estas duas fases e ensinar diretamente o saber como objeto cultural, evitando este duplo movimento. Neste caso, apresenta-se o saber e o aluno poderá apropriar como puder Almouloud (2007).

O aluno deve ter um papel ativo diante de uma situação, de certo modo comparado ao ato de produzir de um matemático. Ainda, nestas situações: a resposta inicial que o aluno pensa, frente à pergunta formulada não deve ser a que desejamos ensinar-lhe: se fosse necessário possuir o conhecimento a ser ensinado para poder responder, não se trataria de uma situação de aprendizagem Almouloud (2007). Assim, a resposta inicial baseada em conhecimentos anteriores permitirá ao aluno responder parcialmente a questão.

Ocorre dessa forma um desequilíbrio que impulsionará o aluno a buscar modificações na estratégia inicial através de acomodações em seu sistema de conhecimentos, onde as modificações provocadas pela situação serão o motor de sua aprendizagem. Sintetizando, o primeiro trabalho do professor será:

> Propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que aluno elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor (ALMOULOUD, 2007, p.14).

Essa é uma proposta referente do padrão e modelo de aula, onde o professor é encarregado da didática e do ato de ensinar, esperando que o aluno aprenda passivamente o objeto de estudo exposto unilateralmente pelo docente.

Na TSD o aluno se defronta com situações intencionalmente elaboradas pelo professor, a fim de promover uma ação em busca do conhecimento. Inicialmente os alunos não devem perceber os pressupostos didáticos envolvidos no objeto de estudo que está sendo ensinado, a não ser pelo êxito de uma tarefa complexa.

Assim, a situação proposta de jogos, se converte no problema do aluno. O papel do conhecimento numa situação didática é o de permitir a antecipação. Para isto, o papel do professor é possibilitar que o aluno atue sobre a situação, sem interferência explícita, nem condução. “Se uma situação leva o aluno à solução como um trem em seus trilhos, qual é a sua liberdade de construir seu conhecimento? Nenhuma” (ALMOULOUD, 2007, p.19).

Em relação ao papel da didática, esta oferecerá um conjunto de boas situações de ensino, aperfeiçoando as aulas. Entretanto, Brousseau *apud* Almouloud (2007) ressalta que nem sempre é necessária a elaboração de situações didáticas para qualquer assunto. Ressaltamos que, um dos fatores apontados por Brousseau quando evidencia a necessidade de planejamento para a situação didática é evitar que os alunos rapidamente identifiquem a situação com seu contexto matemático.

Esse papel do professor é considerado pelo autor como criatividade, onde o professor levanta várias situações-problemas e o aluno analisa e desenvolve o problema com o objetivo de encontrar soluções a partir da troca de informações com outros alunos, chegando ao *milieu;* quando o aluno adquire e fortalece seu conhecimento aproveita o assunto abordado pelo professor em sala de aula.

O termo *milieu* indica o meio a-didático, um sistema antagonista, sem intenção didática explícita e exterior ao aluno, que pode abranger, dentre outras coisas, situações-problemas, jogos e os conhecimentos dos colegas e professor.

Brousseau aponta que o *milieu* deve possibilitar a interação autônoma do aluno em relação às situações que interage e em relação ao professor. Ainda, deve ser organizado para a aprendizagem numa interação feita de desequilíbrios entre professor e alunos. Isto permite a dominação de saberes matemáticos, através da mobilização de conhecimentos como ferramentas. Deste modo,

> “o aluno aprende adaptando-se a um meio que é um fator de contradições, de dificuldades, de desequilíbrios, um pouco como faz a sociedade humana” (ALMOULOUD, 2007, p. 15).

Este saber, fruto da adaptação do aluno, manifesta-se através de respostas novas, que são a prova da aprendizagem.

O uso TSD, segundo Brousseau *apud* Almouloud (2007) está inserido dentro da metodologia de Engenharia Didática, vista como paradigma metodológico bem definido, contribui em sala de aula na medida em que é possível utilizar situações-problemas que faz o aluno pensar e jogos, que possam atribuir significado a um objeto matemático.

Uma situação de ensino apropriada é aquela onde a resposta do aluno não seja a que o professor pretende ensinar-lhe. A resposta inicial do aluno estará pautada numa estratégia de base, que é aquela que disponibiliza seus conhecimentos anteriores como ferramenta. Porém, esta estratégia deverá ser insuficiente, sendo rapidamente percebida, pelo próprio aluno, como ineficaz para ajudá-lo a responder a situação proposta.

Almouloud (2007) coloca como ideia básica aproximar o trabalho do aluno do modo como é produzida a atividade científica verdadeira, ou seja, o aluno se torna um pesquisador, testando conjecturas, formulando hipóteses, provando, construindo modelos e conceitos, sempre socializando os resultados.

O trabalho intelectual do aluno deve se, por momentos, comparável a esta atividade científica. Saber matemática não é apenas aprender definições e teoremas, a fim de reconhecer as ocasiões que eles podem ser utilizados e aplicados; sabemos perfeitamente que fazer matemática implica resolver problemas.

> Uma boa reprodução pelo aluno de uma atividade científica exige que ele aja, formule, prove, construa modelos, linguagens conceitos, teoria os troque com outros, reconheça aqueles que são conformes à cultura, retire destas aquelas que lhe são úteis (ALMOULOUD, 2007, p.22).

Cabe ao professor providenciar situações favoráveis de modo que o aluno aja efetivamente sobre o saber, transformando-o em conhecimento. Assim, o professor "tem, pois, de imaginar e propor aos alunos situações que eles possam vivenciar e nas quais os conhecimentos apareçam como a solução ótima e passível de ser descoberta para os problemas colocados" (ALMOULOUD, 2007, p.24).

A escolha de problemas que mobilizem alunos que não desejam estudar ou que não estão conscientes do motivo de estarem estudando é uma arte. Deste modo, estes problemas necessitam ser "escolhidos de forma que o aluno possa aceitá-los, devem levá-lo a agir, a falar, a refletir e a evoluir por si próprio". (ALMOULOUD, 2007, p.27).

Assim, na TSD, a aprendizagem é considerada "como uma modificação do conhecimento que o aluno deve produzir por si mesmo e que o professor só deve provocar" (ALMOULOUD, 2007, p.27). Para investigar o conhecimento, o professor busca uma situação apropriada; para que seja uma situação de aprendizagem, é necessário que a resposta inicial que o aluno pensa frente à pergunta formulada; se fosse necessário possuir o conhecimento a ser ensinado para poder responder, não se trataria de uma situação de aprendizagem.

A resposta inicial só deve permitir ao aluno utilizar uma estratégia de base com a ajuda de seus conhecimentos anteriores; porém, muito rapidamente, esta estratégia deveria se mostrar suficientemente ineficaz para que o aluno se veja obrigado a realizar acomodações, quer dizer, modificações de seu sistema de conhecimentos – para responder à situação proposta (ALMOULOUD, 2007, p.28).

Na situação a-didática o aluno é o ator principal, empreendendo a ação o mais independente possível, tendo o professor o papel da intervenção quando for necessário. Acreditamos que a utilização de jogos e situações-problema contextualizadas permite propiciar condições para a introdução de um conhecimento que o aluno ainda não dispõe, proporcionando uma ambientação aparentemente sem qualquer intenção didática, permitindo a ação e reflexão autônoma, de modo que "o aluno não distingue imediatamente, na situação que vive aquilo que é essencialmente a-didático e aquilo que é de origem didática" (ALMOULOUD, 2007, p.29).

Assim, deve-se propor ao aluno:

> Uma situação de aprendizagem para que ele elabore seus conhecimentos como uma resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não ao desejo do professor. (...) Uma situação de aprendizagem é uma situação onde o que se faz tem um caráter de necessidade em relação a obrigações que não são arbitrárias nem didáticas. No entanto, toda situação didática contém algo de intenção e desejo do professor. (ALMOULOUD, 2007, p.36).

CAPÍTULO 4: APLICAÇÃO DO PROJETO

4.1 Estrutura da escola

A atividade foi realizada em uma escola municipal, na cidade de São Paulo localizada na Zonal Sul. A escola foi escolhida pelos seguintes motivos: primeiro, por estar localizada no bairro onde vivo, segundo, porque a escola possui salas de Educação de Jovens e Adultos (EJA), e finalmente, por ser nesta instituição que desenvolvo meu trabalho como docente.

Essa escola fica em um bairro da periferia, oferece Ensino Fundamental (EF) I, II e EJA. Com relação ao quadro administrativo, possui um diretor, dois vice-diretores, sendo que um trabalha no período da manhã e parte da tarde e o outro parte da tarde e noite. Dois coordenadores pedagógicos, sendo que um é responsável pelo EF I e outro é responsável pelo EF II e EJA.

A escola possui 12 salas de aulas, biblioteca, sala de artes, laboratório de informática, 2 quadras de esportes e secretaria. Em relação ao número de alunos em 2011, o ano em que foi aplicada a atividade, estavam matriculados aproximadamente 1200 alunos divididos em três turnos, sendo 420 alunos no período matutino (EF I), 420 no período vespertino (EF II) e 360 no período noturno (EJA).

4.2 Atividade

Como o nosso foco é o ensino de EJA, aplicamos a atividade para alunos do 4° termo, que se refere aos alunos de 8° e 9° ano do Ensino Fundamental.

A atividade proposta foi realizada por 12 alunos do 4°termo A, 13 alunos do 4° termo B e 15 alunos do 4° termo C, totalizando 40 alunos.

Formamos 10 grupos de 4 componentes, os alunos foram alocados nos respectivos grupos de forma aleatória, a atividade foi realizada no pátio por ser uma área de grande espaço na escola, onde foram colocadas mesas para os alunos realizarem o trabalho.

Usamos os recursos disponíveis, como: projetor, computador, microfone, tela para projetar e os próprios materiais preparado para o desenvolvimento das atividades.

A nossa atividade foi baseada no trabalho de Fernandez e Fernandez (1999) e Cazorla e Santana (2006). O trabalho de Fernandez e Fernandez estava voltado para o ensino da distribuição binominal para alunos do Ensino Superior e no de Cazorla e Santana (2006), focamos em atividades pedagógicas para alunos do EF II.

Escolhemos a atividade Passeio Aleatório da Mônica (PAM) que envolve o conceito de probabilidade de forma lúdica.

O desenvolvimento dessa atividade se deu em 5 etapas, todas realizadas no mesmo dia.

A primeira etapa teve a duração de 20 minutos. Foi realizada a apresentação do trabalho de forma clara e objetiva aos alunos, em seguida lemos o termo de consentimento livre e esclarecimentos, houve um pequeno tempo para fazer a assinatura no termo, cada aluno recebeu o seu termo.

Na segunda etapa fizemos a leitura da história proposta por Fernandez e Fernandez (1999), também a leitura do desafio e esclarecimento de dúvidas.

Na terceira etapa os alunos realizaram o experimento aleatório que teve uma duração de 01h15min minutos onde o grupo recebeu um dado numerado de 1 a 6. O jogo consistia em lançar o dado 4 vezes, anotando a sequência da seguinte forma: se a face voltada para cima do dado fosse um número ímpar (1, 3, 5) identificaria com a letra (i) e se fosse um número par (2, 4, 6) identificaria com a letra (P). Os alunos deveriam repetir o experimento de lançar o dado quatro vezes por trinta vezes, fazendo as devidas anotações na tabela do passeio aleatório da Monica entregues aos grupos.

Na quarta etapa os alunos tiveram que responder a sete questões a partir das observações obtidas durante o jogo. Na quinta etapa foi apresentado o conceito básico de probabilidade, esta etapa teve a duração de 40 minutos e os alunos relataram o que observaram durante as etapas anteriores. Em seguida, os conceitos básicos de probabilidade foram esclarecidos do ponto de vista teórico e prático.

A estrutura da atividade foi a seguinte:

1) Materiais

Materiais

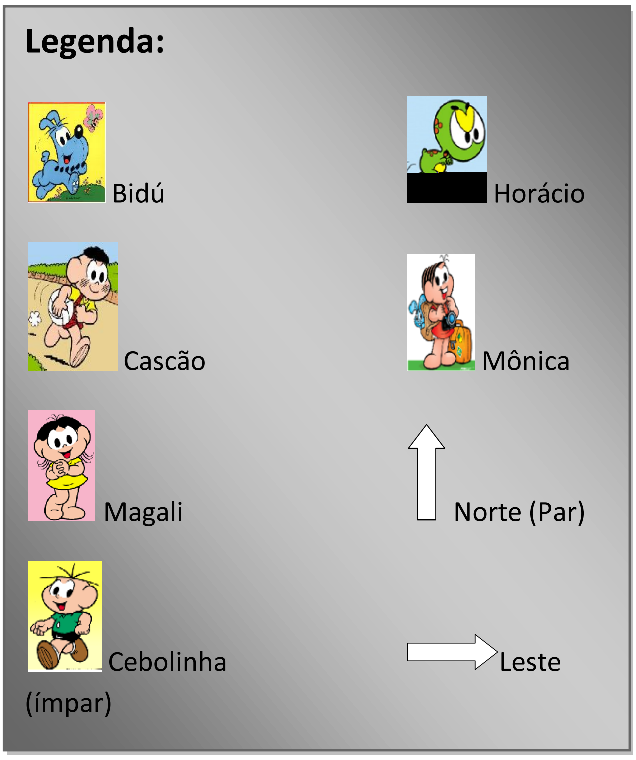
- Cada grupo com 04 pessoas estão recebendo os seguintes materiais:
- Um tabuleiro
- Ficha de instruções
- Conjuntos com os personagens; (Mônica, Magali, Cebolinha, Cascão, Horácio e Bidu)
- Um dado
- Tabela para anotar cada caso
- Legenda dos Personagens

2) Desafio

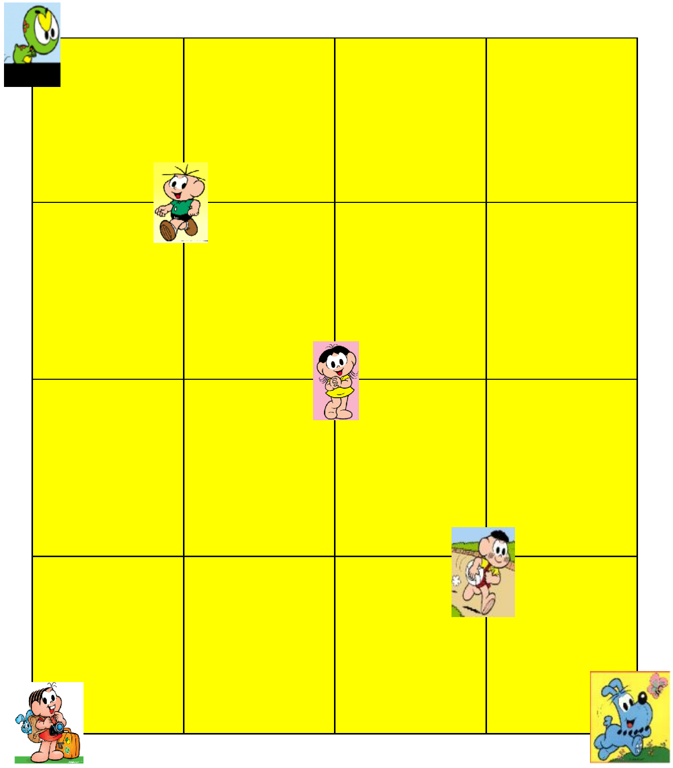
Desafio

*Para tornar mais emocionante os encontros, a turma combinou que a sorte escolhesse o amigo a ser visitado por Mônica. Para isso, na saída de casa e a cada cruzamento, Mônica deve jogar um dado; se sair números pares (2,4,6),**(p)**, andará um quarteirão para o Norte, se sair números ímpares (1,3,5),**(i)**, andará um quarteirão para o Leste. Cada jogada representa um quarteirão de percurso. Mônica deve jogar à dado quatro vezes para poder chegar a casa dos amigos.*

3) Legenda



4) tabuleiro do jogo



5) Tabela do Passeio Aleatório da Mônica

Números de jogadas	Sequências				Amigo visitado
	1°	2°	3°	4°	
1°					
2°					
3°					
4°					
5°					
6°					
7°					
8°					
9°					
10°					
11°					
12°					
13°					
14°					

	1°	2°	3°	4°	
15°					
16°					
17°					
18°					
19°					
20°					
21°					
22°					
23°					
24°					
25°					
26°					
27°					
28°					
29°					
30°					

6) Questionário utilizado para o preenchimento

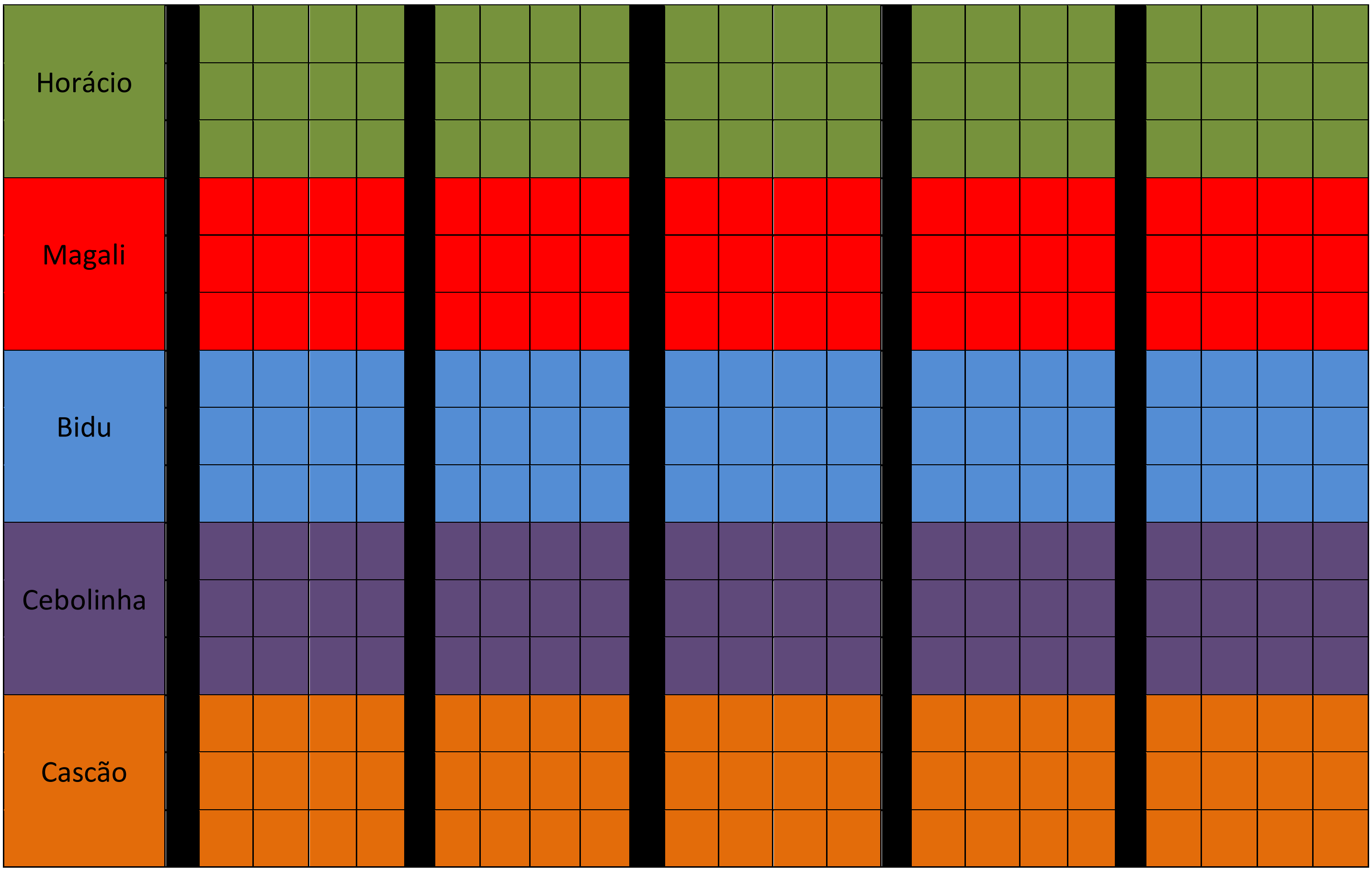
1. Qual personagem foi o mais visitado? Por quê?

____

2. Qual deles foi o menos visitado? Por quê?

____

3. Quais as maneiras Mônica pôde chegar à casa de seus amigos?



4. De acordo com a pergunta 3, de quantas formas Mônica visita a casa de:

Horácio ____________________________ Cascão _____________________________

Cebolinha ___________________________ Bidu _______________________________

Magali ______________________________

5. Quantos caminhos possíveis existem no Passeio Aleatório Mônica?

____

6. Através dos dados coletados, faça um desenho demonstrando os possíveis caminhos?

7. Relate os aspectos positivos e negativos que o grupo percebeu na realização deste trabalho. Por quê?

____

____

____

____

____

" A alegria não chega apenas o encontro do achado, mas faz parte do processo da busca. E ensinar e aprender não pode dar-se fora da procura, fora da boniteza e da alegria."

Paulo Freire

4.3 Análise dos questionários

Diante da atividade proposta, apresentaremos a expectativa de respostas no questionário proposto aos alunos, em seguida, uma breve análise das respostas dos grupos.

Na primeira questão "Qual personagem foi o mais visitado? Por quê?", esperávamos que os alunos observassem e registrassem que a personagem mais visitada foi a que apareceu mais vezes na tabela.

Na segunda, "Qual deles foi o menos visitado? Por quê?", esperávamos que os alunos observassem e registrassem através dos resultados obtidos que personagem menos visitado foi o que apareceu menos vezes na tabela.

“De quais maneiras Mônica pôde chegar à casa de seus amigos?”, a expectativa era que os alunos registrassem as e colocassem na tabela as diferentes formas de Mônica visitar seus amigos (Horácio, Magali, Bidu, Cascão e Cebolinha). Também observassem que para cada amigo visitado, havia uma sequência diferente.

Na questão 4, “De acordo com a pergunta 3, de quantas formas Mônica visita a casa de: Horácio, Cebolinha, Magali, Cascão e Bidu?”, Esperávamos que o grupo observasse as maneiras diferentes que cada um dos amigos poderia visitar a Mônica. E que cada personagem por si apresenta uma sequência diferente.

Na pergunta “Quantos caminhos possíveis existem no Passeio Aleatório Mônica?” a resposta é 16. Esperávamos que a observação do grupo fosse além dos dados coletados por ele.

Em “Através dos dados coletados, faça um desenho demonstrando os possíveis caminhos”, esperávamos que os grupos desenhassem a árvore das possibilidades através dos dados coletado na questão 3 e vissem os diferentes caminhos possíveis que a Monica tinha para chegar à casa de seus amigos.

Na última questão “Relate os aspectos positivos e negativos que o grupo percebeu na realização deste trabalho. Por quê?”, esperávamos que os alunos relatassem os aspectos positivos e negativos que o grupo percebeu na realização deste trabalho. E depois justificassem.

5.3.1 Avaliação das respostas dos grupos

Relataremos apenas uma breve análise das respostas que os grupos forneceram, tomando como referência as expectativas apresentadas anteriormente.

Grupo 1: Composto por quatro mulheres.

Questão 1: Percebemos que na primeira parte quando o grupo responde que o personagem mais visitado foi Magali. O grupo associou a distância a cada personagem e não observou que a distância entre todos é a mesma. Do personagem mais visitado foi aquele mais próximo da Mônica, a menor distância entre dois pontos é uma reta. Não perceberam que a Mônica tem que caminhar pelos quarteirões para visitar todos os seus amigos e que a distância entre eles é a mesma.

Questão 2: O grupo respondeu que o personagem menos visitado foi Bidu. Com base nos dados coletados, não perceberam que, para visitar o Bidu, a sequência de 4 números pares tem a menor probabilidade de ocorrência.

Questão 3: O grupo respondeu facilmente de acordo com os dados coletados. Percebemos que a facilidade se deu pelo fato de que bastava transferir os dados da tabela para a folha.

Questão 4: O grupo respondeu conforme os dados anotados na questão anterior, mas, não observou que os personagens tinham repetições de sequências, então as respostas mudariam a cada personagem e caso.

Questão 5: O grupo respondeu que o número de caminhos possíveis era 30, de acordo com o que pôde observar, no entanto, não perceberam todas as probabilidades .

Questão 6: O desenho do grupo foi uma réplica do tabuleiro e não a árvore da possibilidades que esperávamos.

Questão 7: Não houve respostas, só um comentário, por isso, não essa questão não foi avaliada.

Grupo 2: Composto por quatro mulheres.

Questão 1: Percebemos que na primeira parte quando o grupo respondeu que o personagem mais visitado foi Magali, os alunos associaram a distância de cada personagem e não observou que a distância entre todos eram a mesma. Do personagem mais visitado e aquele mais próximo da Mônica, a menor distância entre dois pontos é uma reta. Não perceberam que a Mônica teria que caminhar pelos quarteirões para visitar todos os seus amigos e que a distância entre eles eram a mesma.

Questão 2: Horácio, o número de jogada não ia até ele. A resposta foi observada pelo grupo através dos dados coletados, não perceberam que para visitar o Horácio a sequência de quatro números ímpares é mais difícil de sair. Fizeram relação com a distância sem perceber que é a mesma para todos os personagens.

Questão 3: O grupo respondeu facilmente de acordo com os dados coletados. Percebemos que a facilidade se deu pelo fato de que bastava transferir os dados da tabela para a folha.

Questão 4: O grupo respondeu conforme os dados anotados na questão anterior mas não observou que os personagens tinham repetição de sequência, então as respostas mudariam a cada personagem e caso.

Questão 5: O grupo respondeu que o número de caminhos possíveis era 21, todos os caminhos que encontraram, mas não perceberam que haviam sequências repetidas por isso chegaram a este resultado.

Questão 6: O desenho do grupo apresentou uma boa percepção , só que depois se perdeu na finalização.

Questão 7: O grupo aprovou a atividade e gostou do jogo por 2 motivos, primeiro achou os bonecos bonitos e segundo, fez com que o grupo pensasse muito sobre o jogo.

Grupo 3: Composto por duas mulheres e dois homens .

Questão 1: o grupo respondeu que foi o Cebolinha, justificando pela sequência de números pares, este é, nas 30 jogadas o cebolinha foi o mais visitado por Mônica. Este foi o resultado que o grupo chegou através das anotações e observações.

Questão 2: O grupo associou Bidu como o morador distante, alegando que esse era o motivo de menor visitação. Não percebeu que a distância entre as personagens era a mesma. Partindo da hipótese de que entre dois pontos é uma reta, o grupo não percebeu que Bidu e Horácio tem a mesma distância, só que sentidos diferentes.

Questão 3: O grupo respondeu facilmente de acordo com os dados coletados. Percebemos que a facilidade se deu pelo fato de transferir os dados da tabela para a folha.

Questão 4: Teve olhar crítico ao responder esta questão. Conseguiu perceber que havia sequências que se repetiam em cada personagem, então, só anotou as sequências não repetidas.

Questão 5: O número de caminhos possíveis destacados foi 21. Desta vez o grupo não conseguiu reparar na sequência repetida e colocou todos os caminhos encontrados na questão anterior.

Questão 6: O desenho demonstrou diversos caminhos que a Mônica poderia fazer, ainda assim, o grupo não conseguiu atingir os objetivos.

Questão 7: Os integrantes do grupo entraram em contradição. Alguns declararam que tinha sido fácil encontrar os amigos da Mônica, outros disseram que foi difícil. Por esse motivo, não conseguiram chegar a um acordo.

Grupo 4: Composto por quatro mulheres.

Questão 1: Percebemos que na primeira parte o grupo respondeu que o personagem mais visitado foi Magali. O grupo associou a distância a cada personagem e não observou que a distância entre todos é a mesma. do personagem mais visitado é aquele mais próximo da Mônica, a menor distância entre dois pontos é uma reta. Não perceberam que a Mônica tem que caminhar pelos quarteirões para visitar todos os seus amigos e que a distância entre eles eram a mesma.

Questão 2: O grupo percebeu que para visitar o Bidu teria que haver uma sequência de números iguais. Como isso não ocorria, Bidu foi o menos visitado por Mônica.

Questão 3: O grupo respondeu conforme os dados levantados na coleta.

Questão 4: O grupo só fez a contagem de cada personagem e colocou o resultado, não percebeu que os personagens apresentavam sequências repetidas para chegar até a Mônica.

Questão 5: O grupo chegou a 12 caminhos possíveis. O que chamou a atenção,foi que, dessa vez, o grupo não contou com os caminhos repetidos.

Questão 6: Não foi possível perceber a intenção de respostas do grupo pelo desenho apresentado.

Questão 7: O grupo gostou muito do jogo por ajudar na resolução das questões.

Grupo 5: Composto por uma mulher e três homens.

Questão 1: A resposta foi um empate entre Cebolinha e Magali, porém, o grupo não justificou sua resposta.

Questão 2: Resposta do grupo: Horácio. O interessante, é que o grupo justificou que precisava de um sequência de 4 números pares para chegar ao destino. Na realidade não conseguiu perceber que a distância era a mesma.

Questão 3: O grupo apenas transferiu os dados que colheu na tabela. Não houve dificuldade em relação a sequência de cada um dos personagens.

Questão 4: Muito interessante o papel do grupo na resposta desta questão. Colocou o número de vezes que cada personagem saiu e ao lado, as forma diferentes que cada personagem poderia visitar, sem haver repetição de sequência.

Questão 5: A resposta foi 11 caminhos. Apontou as diferentes possibilidades encontradas na questão anterior, mas não percebeu que havia outros caminhos possíveis. O grupo observou todas as possibilidades que apareceram na coleta de dados, se o grupo tivesse jogado mais vezes chegaria ao resultado previsto.

Questão 6: Através do desenho, percebemos que o grupo chegou próximo do esperado, no entanto, deixou de perceber algumas possibilidades.

Questão 7: O grupo não respondeu a questão.

Grupo 6: Composto por duas mulheres e dois homens.

Questão 1: A resposta do grupo foi Cebolinha, com a justificativa de que morava mais próximo. Associou a distância de cada personagem sem perceber que, na verdade, era a mesma para cada uma.

Questão 2: A resposta foi o Bidu, o grupo não deu a justificativa para a resposta.

Questão 3: Percebemos nesta questão que o grupo teve dificuldade de passar a coleta de dados para a tabela. Analisamos que o grupo usou a mesma sequência para todos os personagens.

Questão 4: O grupo respondeu conforme os dados da questão anterior, nas observações usou o mesmo erro de sequência**.**

Questão 5: A resposta foi *2 norte e leste*, provavelmente o grupo não entendeu a pergunta feita, então usou o norte e leste conforme o que se indicava nas instruções da atividade.

Questão 6: O grupo baseou o desenho na resposta da questão anterior.

Questão 7: O grupo chegou à mesma conclusão das questões anteriores, que deveria ir por leste e norte, no entanto, sem dar qualquer opinião em relação ao trabalho e ao jogo.

Grupo 7: Composto por três mulheres e um homem.

Questão 1: O grupo respondeu que a personagem mais visitada foi a Magali. Justificou que foi mais fácil chegar ela porque saíram mais números ímpares.

Questão 2: O grupo respondeu Horácio, pois a sequência que levaria a ele, saiu apenas uma vez. O grupo não percebeu que Bidu também tem uma só sequência, não observaram isso, pois durante a jogada não apareceu o nome na tabela do grupo.

Questão 3: O grupo passou de maneira clara todas as informações coletadas durante o levantamento de dados.

Questão 4: O grupo contou a sequência de cada personagem sem perceber que algumas delas eram repetidas.

Questão 5: O grupo conseguiu preencher a tabela de frequência e, baseado nestas informações, chegou ao número de 30 caminhos possíveis.

Questão 6: Não foi possível perceber a intenção do grupo através do desenho apresentado.

Questão 7: O grupo, em geral, achou a atividade fácil por ter conseguido visitar todos os amigos da Mônica.

Grupo 8: Composto por três mulheres e um homem.

Questão 1: O grupo percebeu que a Magali foi a personagem mais visitada. Porém justificou que isso era possível, pois, as duas eram muito amigas.

Questão 2: A resposta do grupo foi Horácio por saírem números pares. De acordo com os dados levantados pelo grupo, Horácio não foi visitado nenhuma vez.

Questão 3: O grupo respondeu conforme os dados levantados e anotados nas tabelas.

Questão 4: Respondeu de acordo com os dados da tabelas contando e colocando os resultados.

Questão 5: O grupo respondeu 10 caminhos. Conseguiu perceber que algumas sequências se repetiam, por isso só contou os caminhos sem repetição.

Questão 6: O grupo fez o desenho para demonstrar os diferentes caminhos de Mônica visitar seus amigos.

Questão 7: Os alunos do grupo gostaram da atividade por terem trabalhado em equipe e usado o raciocínio individual para depois chegarem a um senso comum.

Grupo 9: Composto por duas mulheres e dois homens.

Questão 1: O grupo respondeu Magali, mas não justificou o porquê.

Questão 2: A resposta do grupo foi Horácio, a justificativa foi que, para ser visitado, Horácio precisaria de um sequência de números pares.

Questão 3: O grupo preencheu a tabela com base no levantamento feito na atividade, assim, só colocou as sequências que encontraram através do experimento.

Questão 4: De forma bem interessante, o grupo só colocou a sequência de cada personagem, sem repetir as sequências iguais.

Questão 5: O grupo respondeu 15 caminhos, pois foram todas as possiblidades conseguidas na questão anterior.

Questão 6: Apenas reproduziu o tabuleiro.

Questão 7: Aprovou o uso do jogo e o considerou envolvente por ser necessário o uso da matemática.

Grupo 10: Composto por quatro homens.

Observação: Nenhum dos quatro integrantes do grupo quis participar da atividade. Percebemos que os alunos que não participaram eram os mais jovem em comparação os demais grupos e por esse motivo não se envolveram na atividade propostas. Por isso não há análise para este grupo.

Considerações finais

Ao realizar este trabalho pretendíamos verificar se a introdução dos conceitos de probabilidade através de jogos resultaria em um processo de aprendizagem mais significativa no Ensino de Jovens e Adultos.

Percebemos, com base nos resultados da experimentação aleatória da atividade Passeio Aleatório da Mônica, que o conceito de probabilidade e amostra aleatória foram aprendidos. Só o grupo que não participou não teve oportunidade de aprender

Como os PCN destacam que cabe à escola a proposta de situações em que os alunos realizem experimentos e façam observações, a importância do ensino de Probabilidade pode promover a compreensão de grande parte dos acontecimentos do cotidiano, dos quais podemos destacar o acaso e a incerteza, que se manifestam intuitivamente, na observação de eventos.

Com esse objetivo, propusemos, de acordo com os PCN, a exploração da ideia de probabilidade em situações-problema, identificando sucessos possíveis, sucessos certos e as situações de "sorte"; a utilização de informações dadas para avaliar probabilidades; a identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las, usando estratégias pessoais.

Grande parte do sucesso dos estudantes na realização da atividade foi proveniente do conhecimento construído na realização das situações-problemas. Os estudantes, de forma geral, compreenderam alguns conceitos básicos de probabilidade, que de forma contextualizada, buscaram o entendimento do fundamento teórico e experiência.

Essa discussão vai a partir do encontro às preocupações levantadas nos PCN, relativas ao ensino de Probabilidade e Estatística na Educação Básica, que, como já visto, recomenda a utilização de jogos como uma metodologia dos caminhos para se fazer Matemática na sala de aula.

Nesse sentido, pudemos constatar que a PAM inverte o sentido da praxeologia usual da instituição, pois parte de uma situação-problema, a partir da qual emergem as concepções intuitivas de conceitos básicos de probabilidade. Além disso, propicia uma constante interação das tarefas com o sujeito, o qual sempre está sendo desafiado a tomar decisões a cada resultado.

Pressupomos que qualquer sujeito seja capaz de ler as tarefas e respondê-las sem qualquer ambiguidade, dispensando-se assim, a presença de um Professor, ou alguém que tire dúvidas. Além disso, esperamos que a análise apresentada neste trabalho, tenha contribuído não só para o desenvolvimento de pesquisas, mas também no processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade.

REFERÊNCIAS

ARANÃO, I. V. D. A. **Matemática através de brincadeiras e jogos**. Campinas: Papirus, 2002.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

BORIN, J**.** **Jogos e resolução de problemas**: uma estratégia para as aulas de matemática. 5. ed. São Paulo: CAEM / IME-USP, 1998.

BOYER, C. B., **História da Matemática**, Edgar Bluncher Ltda, São Paulo, 1996.

BRASIL, Ministério da Educação e do desporto. Secretaria de Educação fundamental. **Parâmetros curriculares Nacionais**: Matemática (3° e 4 ° ciclos do Ensino fundamental). Brasília: SEF/MEC, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação e do desporto. Secretaria de Educação fundamental. **Parâmetros curriculares Nacionais**: Matemática (3° e 4 ° ciclos do Ensino fundamental). Brasília: SEF/MEC, 1999.

CAZORLA, IM.; SANTANA, E, dos S. **Tratamento da informação para o ensino fundamental e Médio**. Itabuna: Literarum.2006.

CAZORLA, IM. GUSMÃO, T.C **Uma análise semiótica dos passeios aleatório da Mônica**: atividade para ensinar conceitos básicos de Probabilidade. IV SIPEM. Brasilia, 25-28 de outubro de 2009.

DANTAS, Carlos A. B. – **Probabilidade: Um Curso Introdutório.** São Paulo: Edusp, 2000.

FERNANDEZ, D.; FERNANDEZ, D. X. **O prazer de aprender probabilidade através de jogos: descobrindo a distribuição Binomial**. In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL "EXPERIÊNCIAS E EXPECTATIVAS DO ENSINO DE ESTATÍSTICA – DESAFIOS PARA O SÉCULO XXI", 1999, Florianópolis. Florianópolis, SC: UFSC, 1999.

FIORENTINI, D. E LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológico**: Editora Autores Associados, 2006.

GRANDO, R. C. **O Conhecimento Matemático e o uso de Jogos na sala de Aula**. Tese de Doutorado. Campinas. Faculdade de Educação, UNICAMP, 2000.

__________ **O Jogo e a Matemática no Contexto da Sala de Aula**. 2.ed.São Paulo: Paulus, 2008.

KAMII, C. **A criança e o número*:* implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares**. 11. ed. Campinas: Papirus, 1990.

KISHIMOTO, T.M. ***Jogos infantis*: *o jogo, a criança e a educação***. Rio de Janeiro: Vozes, 2000.

__________ ***Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*.** 11. ed. São Paulo: Cortez, 2008.

MACEDO, L.; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. **Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

Ribeiro, F. D. **Jogos e Modelagem na Educação matemática** – Saraiva – 2009.

RODRIGUES, M. R., **A urna de Bernoulli como modelo fundamental no ensino de probabilidade 2007**. Dissertação (mestado em educação matemática)- centro das Ciências Exatas e Tecnologicas, PUC –SP. Sáo Paulo (SP). Orientadora Coutinho Queiroz e silva.

SILVA, M. S. **Clube de matemática vol.II**. Campinas: Papirus, 2008.

SAMPAIO, F. A. **História, aplicações e jogos matemáticos**. Campinas: Papirus, 2005.

Eves, H. **Introdução à História da Matemática**, Unicamp, Campinas, 1997.

ANEXOS

ANEXO A - Atividade e Etapas “ Passeio aleatório da Monica”

Materiais

- Cada grupo com 04 pessoas estão recebendo os seguintes materiais:
- Um tabuleiro
- Ficha de instruções
- Conjuntos com os personagens; (Mônica, Magali, Cebolinha, Cascão, Horácio e Bidu)
- Um dado
- Tabela para anotar cada caso
- Legenda dos Personagens

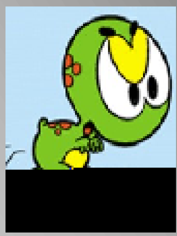
Legenda utilizada durante o trabalho.

Desafio

*Para tornar mais emocionante os encontros, a turma combinou que a sorte escolhesse o amigo a ser visitado por Mônica. Para isso, na saída de casa e a cada cruzamento, Mônica deve jogar um dado; se sair números pares (2,4,6),**(p)**, andará um quarteirão para o Norte, se sair números ímpares (1,3,5),**(i)**, andará um quarteirão para o Leste. Cada jogada representa um quarteirão de percurso. Mônica deve jogar a dado quatro vezes para poder chegar à casa dos amigos.*

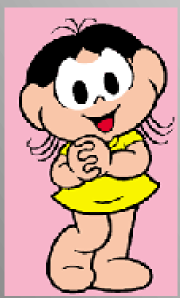
Legenda:

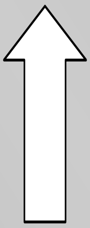
 Bidú

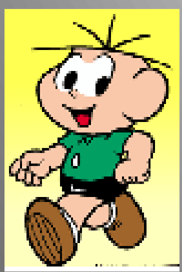
 Horácio

 Cascão

 Mônica

 Magali

 Norte (Par)

 Cebolinha

 Leste (ímpar)

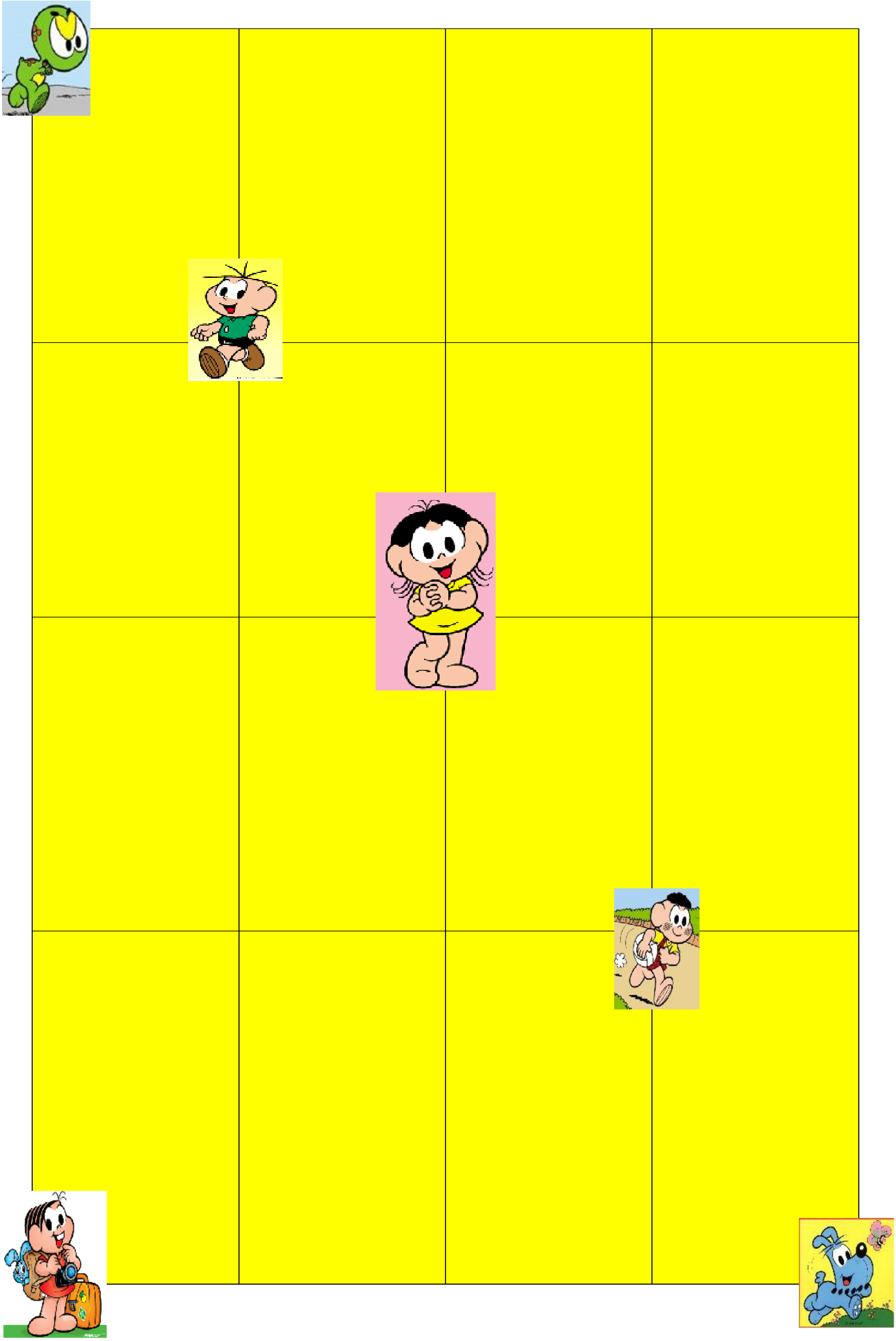


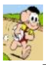
Tabela do Passeio Aleatório da Mônica

Números de jogadas	Sequências				Amigo visitado
	1°	2°	3°	4°	
1°					
2°					
3°					
4°					
5°					
6°					
7°					
8°					
9°					
10°					
11°					
12°					
13°					
14°					
15°					
16°					
17°					
18°					
19°					
20°					
21°					
22°					
23°					
24°					
25°					
26°					
27°					
28°					
29°					
30°					

Integrantes do grupo

 ____

 ____

 ____

 ____

Questionário utilizado para o preenchimento

1. Qual personagem foi o mais visitado? Por quê?

____

2. Qual deles foi o menos visitado? Por quê?

____

3. Quais as maneiras Mônica pôde chegar à casa de seus amigos?

Horácio																									
Magali																									
Bidu																									
Cebolinha																									
Cascão																									

4. De acordo com a pergunta 3, de quantas formas Mônica visita a casa de:

Horácio ____

Cebolinha ____

Magali ____

Cascão ____

Bidu ____

5. Quantos caminhos possíveis existem no Passeio Aleatório Mônica?

____

6. Através dos dados coletados, faça um desenho demonstrando os possíveis caminhos?

7. Relate os aspectos positivos e negativos que o grupo percebeu na realização deste trabalho. Por quê?

" A alegria não chega apenas o encontro do achado, mas faz parte do processo da busca. E ensinar e aprender não pode dar-se fora da procura, fora da boniteza e da alegria."

Paulo Freire

ANEXO B – Termo de consentimento de pesquisa

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Comitê de Ética em Pesquisa

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado para participar da pesquisa "**O Ensino de Probabilidade na Educação e Jovens e Adultos Através de Jogos**". Você foi selecionado por conveniência e sua participação não é obrigatória. A qualquer momento você pode desistir de participar e retirar seu consentimento. Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com o pesquisador ou com a instituição (detalhar se pertinente). O objetivo deste estudo é verificar se através de jogos os alunos desenvolvem uma aprendizagem mais significativa. Sua participação nesta pesquisa consistirá em participar das atividades propostas. Os riscos relacionados com sua participação é praticamente nulo. Os benefícios relacionados com a sua participação é aprender um tópico da matemática de forma diferenciada. As informações obtidas através dessa pesquisa serão confidenciais e asseguramos o sigilo sobre sua participação. Os dados não serão divulgados de forma a possibilitar sua identificação (informar, de acordo com o método utilizado na pesquisa, como o pesquisador protegerá e assegurará a privacidade e, caso haja possibilidade de identificação, fazer outro texto esclarecedor). Você receberá uma cópia deste termo onde consta o telefone e o endereço institucional do pesquisador principal e do CEP, podendo tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento.

Prof. Ms. Amari Goulart

Carlos Eduardo Ribeiro
Estudante de Pós-Graduação

Orientador
E-mail: moivre2@yahoo.com.br
Rua Pedro Vicente, 625 Canindé – São Paulo/SP
Telefone: (11) 2763-7576 (tel. da coordenação do curso)

E-mail: careribeiro@hotmail.com
Rua Pedro Vicente, 625 Canindé – São Paulo/SP

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Rua Pedro Vicente, 625 Canindé – São Paulo/SP
Telefone: (11) 2763-7505
E-mail: cep_ifsp@cefetsp.br

Declaro que entendi os objetivos, riscos e benefícios da minha participação na pesquisa e concordo em participar.

Sujeito da Pesquisa

ANEXO C – Fotos

A preparação da escola para apresentação do trabalho.

A preparação da escola para apresentação do trabalho.

Leitura e assinatura do termo de participação.

Tirando as dúvidas para a realização do experimento.

Olha o envolvimento deste grupo. Todos trabalhando.

Este grupo está de olho em cada jogada

Olha o envolvimento deste grupo. Todos trabalhando.

Olha o envolvimento deste grupo. Todos trabalhando.

Olha o envolvimento deste grupo. Todos trabalhando.

Olha o envolvimento deste grupo. Todos trabalhando.

O envolvimento do grupo durante a atividade

Tirando as dúvidas e auxiliando o grupo

O grupo trocando ideias

As pessoas que contribuíram, ajuda no esclarecimento de duvidas

Todos trabalhando juntos na aplicação dos jogos

Envolvendo a escola no trabalho

A equipe trabalhando duro.

Todos estavam atentos para ajudar os grupos.