INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO

CAMPUS SÃO PAULO

Joceleia Aparecida DISPERATI

GEORGE POLYA E ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS DIRETRIZES CURRICULARES NACIONAIS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

SÃO PAULO

2015

Joceleia Aparecida DISPERATI

GEORGE POLYA E ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS DIRETRIZES CURRICULARES NACIONAIS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Formação de Professores – Ênfase Magistério Superior, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Câmpus São Paulo, como requisito para obtenção do título de Especialista.

Orientadora: Profª. Dra. Amanda Cristina Teagno Marques Lopes

São Paulo

2015

R837p Ravagnani, Joceleia Aparecida Disperati Correia.
George Polya e ensino de matemática através da resolução de problemas nas diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores de matemática / Joceleia Aparecida Disperati Correia Ravagnani . São Paulo: [s.n.], 2015.
44 f.: il.

Orientador: Profª. Dra. Amanda Cristina Teagno Lopes Marques.

Monografia (Especialização Lato Sensu em Formação de Professores com Ênfase no Magistério Superior) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2015.

1. Ensino de matemática 2. Resolução de problemas 3. George Polva 4. Diretrizes Curriculares Nacionais 5. Formação de professores I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título

CDU 370.0

Folha de Aprovação

Autora: Joceleia Aparecida DISPERATI

Título:

GEORGE POLYA E ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DIRETRIZES CURRICULARES NACIONAIS

Conceito:

Banca Examinadora:

Prof.(a)

____

Assinatura

____

Prof.(a)

____

Assinatura

____

Prof.(a)

____

Assinatura

____

Data da Aprovação:

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à Deus, à minha família e à professora Dra. Amanda Cristina Teagno Marques Lopes, por terem me acompanhado durante todo esse processo de desenvolvimento deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus por me proporcionar a oportunidade de realizar esta jornada e me dar forças para enfrentar todas as dificuldades. À minha família por suportar meu desespero durante o desenvolvimento desse trabalho.

A todos os professores que tiverem participação em nossa formação ao longo do curso, especialmente a minha orientadora Dra. Amanda Cristina Teagno Marques Lopes, pelo apoio e esforços envolvidos neste trabalho.

Aos amigos que me acompanharam durante o curso e contribuíram para meu crescimento.

“Um aspecto essencial da criatividade é não ter medo de fracassar.”

Dr. Edwin Land

RESUMO

As DCNs para os cursos de licenciatura em matemática apresentam uma clara orientação: os egressos devem ser capazes de, durante sua prática profissional, conduzir um processo educativo que propicie o raciocínio e abstração de conceitos em detrimento à atualmente estabelecida prática mecanicista e não-significativa. Nesse sentido, a utilização de problemas matemáticos pode ser vista como tema central para a mudança educativa e, em particular, os trabalhos heurísticos de George Polya podem fornecer um norte a esta mudança. Assim, surge a investigação: as Diretrizes Curriculares Nacionais dos cursos de licenciatura em Matemática propõe em extensão a prática de resolução de problemas nos cursos de licenciatura em matemática? Podem, ainda, a resolução de problemas e as heurísticas de Polya fazer com que o egresso do curso de licenciatura em matemática seja capaz de alterar o paradigma educacional atualmente estabelecido? A partir destas questões, o trabalhou foi desenvolvido com o intuito de analisar, através de pesquisa exploratória, qualitativa e de cunho bibliográfico, como se dá inserção, nas DCNs do curso de Licenciatura em Matemática, do processo de desenvolvimento do docente da área de matemática para que este tenha subsídios para trabalhar, de maneira significativa, com um ensino baseado em resolução de problemas em sua práxis educativa. Concluímos, após a condução desta pesquisa, que a importância da abordagem de resolução de problemas, bem como a adequada formação inicial para que o professor esteja plenamente capacitado a trabalhar com tal abordagem, não são dissociadas da realidade educacional: pelo contrário, buscam mudar o quadro atualmente enfrentado pela educação matemática brasileira, estando tais recomendações descritas em nossa legislação educacional.

Palavras Chave: Ensino de Matemática, Resolução de Problemas, George Polya, Diretrizes Curriculares Nacionais, Formação de Professores.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

As atuais Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) conferem às Instituições de Ensino Superior uma maior autonomia quanto à organização dos currículos de seus cursos. Para tanto, mostram quais competências e habilidades devem ser desenvolvidas através de um modelo pedagógico que se adapta às condições dinâmicas de demandas sociais, no qual a graduação é a etapa inicial no processo de educação permanente. Para os cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática as diretrizes se dão através do parecer CNE/CES 1.302/2001, aprovado em 06/11/2001 (BRASIL, 2001).

Em particular quanto ao curso de licenciatura em matemática, o parecer 1.302/2001 afirma que se desejam determinadas características enquanto perfil dos egressos, tais como: visão de seu papel social de educador e capacidade de se inserir em diversas realidades com sensibilidade para interpretar as ações dos educandos; visão da contribuição que a aprendizagem da Matemática pode oferecer à formação dos indivíduos para o exercício de sua cidadania e visão de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos, e consciência de seu papel na superação dos preconceitos, traduzidos pela angústia, inércia ou rejeição, que muitas vezes ainda estão presentes no ensino-aprendizagem da disciplina. (BRASIL, 2001).

Assim, ao passo que se espera que o egresso possua um perfil adequado à prática pedagógica, também se espera que seja capaz de “desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos” (BRASIL, 2001, pág. 6).

Também as DCNs afirmam que serão incluídos, nos cursos de licenciatura em matemática, no conjunto dos conteúdos profissionais, “os conteúdos da Educação Básica, consideradas as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores em nível superior, bem como as Diretrizes Nacionais para a Educação Básica e para o Ensino Médio.” (Parecer CNE/CES 1.302/2001, p. 05).

Ainda, para tanto, fornecem a seguinte recomendação:

> Desde o início do curso o licenciando deve adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho, incentivando-se sua utilização para o ensino de matemática, em especial para a

> formulação e solução de problemas. Parecer CNE/CES 1.302/2001, p. 05.

Neste âmbito, percebe-se a especial atenção dada às conceituações matemáticas ao invés das simples técnicas e métodos. Isso vai ao encontro do que é afirmado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCNs). De acordo com os PCNs (1997, pág. 15):

> O ensino de Matemática costuma provocar duas sensações contraditórias, tanto por parte de quem ensina, como por parte de quem aprende: de um lado, a constatação de que se trata de uma área de conhecimento importante; de outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos com muita frequência em relação à sua aprendizagem. [...] A insatisfação revela que há problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno.

Portanto, temos uma situação bastante delineada: as DCNs apontam para a importância do egresso em licenciatura em matemática ser capaz de proporcionar uma aprendizagem que se foque mais em conceitos do que em técnicas desprovidas de significado – ou seja, uma aprendizagem mais significativa para o aluno – ao passo que, em consonância a tal recomendação, os PCNs apontam para a trágica situação enfrentada no ensino de matemática, no qual alunos passam por processos educacionais mecânicos e não-significativos, acabando, em última instância, com uma formação descontextualizada da realidade em que estão inseridos e sem quaisquer perspectivas quanto aos conteúdos que são ministrados.

Levando tais fatos e recomendações em consideração, cabe ao professor egresso dos cursos de licenciatura em matemática buscar novas abordagens e metodologias, além de pesquisar recursos que facilitem a comunicação com os alunos, tudo de forma a planejar suas aulas baseando-se processos investigativos, que conduzam os alunos a produzir seu próprio conhecimento e a estimular sua criatividade, de maneira a criar, ou aperfeiçoar, habilidades matemáticas, adquirindo, assim, uma visão crítica e autônoma da matemática. Portanto, um professor sem a formação inicial adequada dificilmente conseguirá desenvolver tal proposta.

E, aí, reside nossa inquietação que conduziu à presente pesquisa: quais as maneiras de formar o licenciando em matemática, muitas vezes também egresso de um sistema educacional básico que privilegia processos mecânicos em detrimento à capacidade de raciocínio e abstração, de forma que, ao exercer sua prática profissional, seja capaz de dar sentido ao conhecimento e permitir sua aplicação em diferentes situações do cotidiano, de forma que os alunos possam desenvolver a capacidade de abstração de conhecimentos matemáticos para resolução de problemas concretos do mundo real?

Ainda, seguindo tais referenciais, de que maneira a resolução de problemas faz-se presente nas atuais DCNs que orientam os processos formativos dos professores de matemática? Do ponto de vista teórico, qual a contribuição da abordagem de heurísticas de resolução de problemas de George Polya para a formação de professores de matemática?

É, portanto, neste âmbito que se encontra nosso problema central de pesquisa: analisar, através de pesquisa exploratória, qualitativa e de cunho bibliográfico, como se dá inserção, nas DCNs do curso de Licenciatura em Matemática, do processo de desenvolvimento do docente da área de matemática para que este tenha subsídios para trabalhar, de maneira significativa, com um ensino baseado em resolução de problemas em sua práxis educativa.

Por pesquisa exploratória entendemos, como afirma Ferreira de Oliveira (2011), uma pesquisa que se enquadra na categoria dos estudos exploratórios, ou seja, aqueles que buscam descobrir ideias e intuições, na tentativa de adquirir maior familiaridade com o fenômeno pesquisado. Já por qualitativa, entendemos, ainda segundo Ferreira de Oliveira (2011), uma abordagem de trabalho de dados em busca de seu significado, tendo como base a percepção do fenômeno dentro do seu contexto. Ou seja, procura-se captar não só a aparência do fenômeno como também sua essência, procurando explicar sua origem, relações e mudanças, e tentando intuir as consequências. A pesquisa bibliográfica, por fim, é considerada uma fonte de coleta de dados a partir de contribuições culturais ou científicas realizadas no passado sobre um determinado assunto.

2. ENSINO DE MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

2.1. ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Antes de adentrarmos em nossa proposta de trabalho, é necessário conceituar os objetos dos quais tratamos. Ao abordarmos o ensino de matemática e resolução de problemas, com o que exatamente lidamos? Para compreendermos o porquê das recomendações quanto à utilização de problemas matemáticos como ferramentas da construção da autonomia do aluno, temos que, antes, compreender qual a importância da resolução de problemas e a quais estruturas de pensamento se encontram conectadas. Ainda, anteriormente a isso, é preciso compreender a importância do ensino de matemática na educação básica – e, para tanto, discorreremos brevemente sobre raciocínio, lógica e heurísticas.

O termo raciocínio é redutível a seu radical em latim, *ratio*, razão (Fernandes, Luft & Guimarães, 1991), o que determina o uso de uma lógica, enquanto parâmetro racional, para determinada aplicação. Sem dúvidas é muito difícil conceituar aparatos cognitivos, pois estes envolvem uma vasta gama de conhecimentos e áreas. Contudo, se faz necessário entender a diferença entre o raciocínio enquanto processo e a resolução de problemas como conceituação final dos processos cognitivos. Ainda que esta seja tarefa de difícil execução para qualquer aparato epistemológico, um mínimo de controle conceitual sobre a cadeia de eventos relativa ao raciocínio enquanto processo e sobre o fenômeno da resolução de problemas enquanto sistema, torna-se indispensável para o entendimento da importância da abordagem de resolução de problemas no ensino-aprendizagem de matemática, em particular, neste caso, no que tange à educação básica.

Segundo Oliveira (2010), o processo de raciocinar significa fazer inferências, o qual envolve, além de questões psicológicas, sociológicas e pedagógicas, também questões anatômicas e neurológicas. A inferência considerada, segundo Oliveira (2010 *apud* Mortari, 2001), significa manipular as informações, de modo a fazer conexões entre informações pré-existentes e novas informações recebidas, estruturando a ordem dos pensamentos, criando linhas de informações, hierarquizando-as e fazendo análises que apresentam resultados.

Entender do que se trata o raciocínio, em particular o raciocínio lógico, é de fundamental importância ao tratarmos do processo de ensino-aprendizagem - em particular, no escopo deste trabalho, do ensino-aprendizagem de Matemática.

> Da mesma forma que na leitura ou escrita, o raciocínio lógico na resolução de problemas matemáticos é um fator de extrema importância. É fundamental que os alunos compreendam e raciocinem sobre o que está sendo proposto e não somente decorem e apliquem fórmulas. (Scolari et. al., 2007)

O raciocínio enquanto objeto de estudo, por sua vez, remonta à filosofia racionalista. Descartes, filósofo do século XVII, com seus trabalhos marca a ruptura das explicações divinas pela busca da origem do conhecimento, de forma a “[...] questionar e buscar verdades pelo pensar, ideias que influenciaram posteriormente o iluminismo, dono da frase ‘penso, logo existo’, onde pensar é o processo mental que modula o mundo e as informações contidas nele inclusive sentimentos próprios[...]”. (Oliveira, 2010, p. 02).

Oliveira, afirma, portanto, que de maneira resumida, podemos conceituar o ato de raciocinar como o *pensar logicamente*.

Segundo Mortari (2001, *apud* Oliveira, 2010, p. 02) a “Lógica é a ciência que estuda princípios e métodos de inferência, tendo o objetivo principal de determinar em que condições certas coisas se seguem (são consequência), ou não, de outras.”.

Também de acordo com Keller e Bastos (2000, p. 15 *apud* Oliveira 2010),

> (...) a lógica é a disciplina que trata das formas de pensamento, da linguagem descritiva do pensamento, das leis da argumentação e raciocínios corretos, dos métodos e dos princípios que regem o pensamento humano. Portanto, não se trata somente de uma arte, mas também de uma ciência. É uma ciência porque possui um objeto definido: as formas de pensamento.

Ainda de acordo com Copi (1978 *apud* Oliveira, 2010) “O estudo da lógica é o estudo dos métodos e princípios usados, para distinguir o raciocínio correto do incorreto.”.

Oliveira (2010) afirma ainda que fazer uma busca pelo estudo da lógica remete, indubitavelmente, a referências sobre o pensamento humano, tendo em vista que a ciência e a forma mental estão conectadas por dependências de forma e de técnica. Assim, pode-se, de maneira bastante resumida, afirmar que a lógica pode ser vista a partir de três fases cronológicas que caracterizam seu desenvolvimento. A autora assim sintetiza tais fases:

> 1. Forma clássica antiga ou lógica grega antiga: destacando a lógica aristotélica por silogismos, com uso de linguagens usuais porém há a preocupação para a sistematização do pensamento, seja na forma de leis ou regras;
>
> 2. Forma Escolástica ou Medieval: marcada pela influência religiosa, foi um pensar impregnado de dogmas e influências, ainda sim, alguns filósofos procuraram criar uma relação entre a forma e a sintaxe, dando um caráter mais formal a lógica;
>
> 3. Forma Matemática: surgiu no Renascimento, da ideia de uma lógica não acabada, mas sim necessitada de complementação, daí a matemática assumiu papel norteador das pesquisas, já que a matemática também como ciência possui preocupação na formalização da linguagem e dos métodos.

Oliveira (2010, p. 03) afirma que podemos, neste sentido, afirmar que o raciocínio lógico advém concomitantemente ao surgimento da matemática. Segundo o dicionário Houaiss (2001), matemática é "a ciência que estuda objetos abstratos (números, figuras, funções) e as relações existentes entre eles, procedendo por método dedutivo". De acordo com o dicionário Aurélio (2009), a matemática é a "ciência que investiga relações entre entidades definidas abstrata e logicamente". Para melhor fundamentar tal afirmação, citamos Boyer (1998, p. 01):

> Em certa época pensou-se que a matemática se ocupava do mundo que nossos sentidos percebessem, e foi somente no século dezenove que a matemática pura se libertou das limitações sugeridas por observações da natureza. É claro que a matemática originalmente surgiu como parte da vida diária do homem, e se há validade no princípio biológico da "sobrevivência do mais apto" a persistência da raça humana provavelmente tem relação com o desenvolvimento no homem de conceitos matemáticos. A princípio as noções primitivas de número, grandeza e forma podiam estar relacionadas com contrastes mais do que com semelhanças. (...) Gradualmente deve ter surgido, da massa de experiências caóticas, a realização de que há analogias: e dessa percepção de semelhanças em números e forma nasceram a ciência e a matemática.

O raciocínio lógico-matemático, por sua vez, pode ser definido através de determinados parâmetros: abstração, compreensão, os números e suas relações, argumentação com base em critérios e em princípios logicamente validados e a expressão de ideias de forma lógica e organizada. (Oliveira, 2010).

Assim, uma situação-problema em ambiente de aprendizagem depreende tais esforços para obtenção de seu resultado. Em um primeiro momento, é necessário abstrair o assunto para um nível mental, transpondo os signos para uma esfera interna do pensar. Piaget denomina tal abstração de abstração construtivista, mostrando que certos processos, como comparar, diferenciar e quantificar, não possuem existência na realidade externa, sendo ações internas e próprias de cada indivíduo.

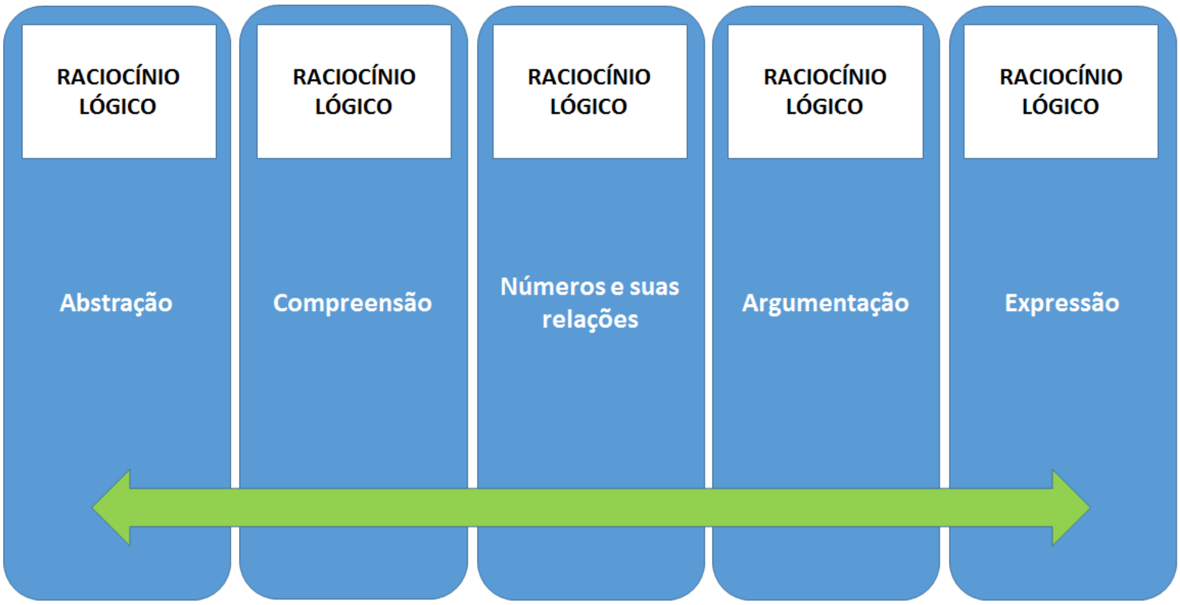
A fase de compreensão está ligada ao entendimento: ser capaz de extrair e classificar os dados em grupos e subgrupos, a fim de obter as informações necessárias à resolução do problema. O processo de interpretação, em si, ainda incorre na necessidade do conhecimento dos signos, ultrapassando o campo lógico-matemático. Segundo Oliveira (2010, p.04), tal processo apresenta “domínio de leitura, percepção de detalhes e ordem de apresentação das informações, essas características devem ser trabalhadas desde a infância dos indivíduos através de diálogos, interação social e apresentação de diferentes informações.”.

O próximo passo neste processo é buscar relações existentes entre as informações que foram interpretadas e os conceitos matemáticos, sejam tais relações algébricas ou geométricas. De acordo com Piaget, 1970 *apud* Kunast et. al., 2006 o conhecimento o lógico-matemático, também incluso aí os números e a aritmética, é construído por cada criança de dentro para fora, na interação com o ambiente – o denominado sócio-interacionismo -, assim, portanto, tal conhecimento não é adquirido a partir do ambiente por internalização, mas sim através da interação com o ambiente que a criança constrói tais conceitos.

Já a fase de argumentação, por sua vez, envolve a discussão do raciocínio. Se trata, portanto, da avaliação e teste do pensamento. Ao argumentar, se procura buscar respostas verdadeiras que validem o pensamento prévio. Critérios e princípios lógicos são utilizados como base para que a argumentação se valha da razão matemática e lógica.

Por fim, os processos acima precisam ser apresentados de forma argumentativa, sendo expostos de forma que todas as pessoas que recebam a informação compreendam as linhas de raciocínio. Para tanto se utiliza a matemática e a lógica no sentido organizacional e representativo, ou seja, para a expressão. Conforme Rauber et. al (2003. p. 03), “Pensar e argumentar logicamente é indispensável para dar sentido ao pensamento.”. A figura 1, abaixo, ilustra todo o processo acima exposto.

Figura 1. Relações entre os componentes do raciocínio lógico.



Fonte: Oliveira (2010).

Neste âmbito acima exposto, fica claro que o processo envolve uma gama de áreas e organização do pensamento. O pensamento lógico-matemático se dá através de uma série de construções e envolve processos cognitivos não facilmente delineáveis. Assim, justifica-se a matemática na educação básica e, no contexto particular deste trabalho, a abordagem baseada em resolução de problemas, através da própria função da matemática, que, de acordo com o GTERP[1]

> Uma das principais tarefas do ensino da Matemática é a de ensinar os alunos a pensar, tarefa esta que não tem sido fácil. Os Parâmetros Curriculares Nacionais recomendam que a resolução de problemas seja um caminho para se fazer matemática em sala de aula, como um ponto de partida da atividade matemática. Para isso, no processo de ensino e aprendizagem, conceitos, conteúdos, ideais e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas. Sendo assim, os problemas deveriam ser o ponto central do ensino de Matemática.

2.2. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Para falarmos sobre resolução de problemas, contudo, é necessário, primeiro, contextualizar sobre o assunto que tratamos.

A resolução de problemas faz parte da humanidade mesmo antes do surgimento dos números. Os primeiros homens se depararam com problemas da vida cotidiana e

[1] Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas da UNESP, disponível em http://www2.rc.unesp.br/gterp/?q=pesquisa. Acesso em: 02/11/2015

tiveram que desenvolver métodos para resolvê-los. Com isso, criaram maneiras de comparar, quantificar, classificar, ordenar e medir, a fim de resolver seus problemas. O próprio surgimento da Matemática está ligado à prática de resolução de problemas. Documentos históricos, como o Papiro de Rhind e o Papiro de Moscou nos mostram que problemas matemáticos já estão inseridos na cultura da humanidade desde a antiguidade. O Papiro de Rhind (também conhecido como Papiro de Ahmes) é um documento egípcio datado por volta de 1650 a.C, onde se detalha a resolução de 85 problemas envolvendo frações, cálculo de áreas, regra de três simples, entre outros.

Antes de aprofundarmos a discussão sobre o que é resolução de problemas, é necessário primeiro definir o que são problemas e, no contexto do trabalho, problemas matemáticos. Quanto à resolução de problemas, em linhas gerais, Dante (1991, p. 09) define problema como "qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la". De maneira mais específica, Pereira (1980, p. 28), por sua vez, afirma que:

> [...] problema é toda situação na qual o indivíduo necessita obter novas informações e estabelecer relações entre elementos conhecidos e os contidos num objetivo a que se propõe a realizar para atingi-lo.

Já Azevedo (2002, p. 97) afirma que:

> [...] problema, para nós, é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer. Assim, problemas com enunciados, exercícios simples ou complexos ou ainda demonstrações, de qualquer natureza, que não sabemos fazer, constituem-se em problemas.

Dante (1991, p. 10) ainda afirma que problema matemático "é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la".

Apesar de estar intrinsecamente ligada com o desenvolvimento da humanidade, a resolução de problemas só se tornou o foco da matemática escolar moderna a partir de uma recomendação feita no documento "Uma Agenda para a Ação" do NCTM, National Council of Teachers of Mathematics, conselho nacional dos professores de matemática dos Estados Unidos, em 1980.

O documento recomenda aos professores que criem situações em sala de aula em que a resolução de problemas possa eclodir. Os problemas devem ser vistos como uma situação desencadeadora para a construção de conhecimentos. De acordo com o GTERP[2]

> Pesquisas e discussões no campo da Educação Matemática, no Brasil e no mundo, mostram a necessidade de se adequar o trabalho escolar a novas tendências que levem a melhores formas de ensinar, aprender e avaliar o progresso dos alunos e de aprimorar o trabalho dos professores. Não que no passado pesquisas com propósitos específicos não tenham sido feitas. Mas parece que as pesquisas eram feitas em tom específico e perdiam um quadro teórico e político mais geral ou vice-versa. Em 1980, nos Estados Unidos, o NCTM – National Council of Teachers of Mathematics – manifestava sua preocupação com essas questões e elaborou uma série de recomendações para o progresso da matemática escolar nos anos 80, através do documento An Agenda for Action. A primeira dessas recomendações dizia: "resolver problemas deve ser o foco da matemática escolar para os anos 80".

Ainda de acordo com o GTERP, tais recomendações tiveram lugar pois

> Ensinar através da resolução de problemas é uma abordagem que envolve três recomendações chave apresentadas no documento Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (NCTM, 1989): (1) conceitos e habilidades matemáticas deveriam ser aprendidos em um contexto de resolução de problemas; (2) o desenvolvimento de processos de ensino de alto nível deveria estar repleto de experiências de resolução de problemas, e (3) instruções matemáticas deveriam acontecer dentro de uma investigação orientada, em uma atmosfera de resolução de problemas. A Resolução de Problemas, como uma metodologia de ensino, torna-se o lema das pesquisas e estudos em Resolução de Problemas para os anos 1990. Essa é uma nova visão de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática que se apóia, especialmente, nos estudos desenvolvidos pelo NCTM, que culminaram com a publicação dos Standards 2000, oficialmente chamada Principles and Standards for School Mathematics. A Resolução de Problemas foi destacada como um dos padrões de processo para o ensino de Matemática e o ensino através da resolução de problemas foi fortemente recomendado. Os Standards 2000 afirmam, de uma maneira convincente, que Resolução de Problemas não é só um objetivo de aprendizagem Matemática, mas também, um meio importante para se fazer matemática. (NCTM, 2000).

Ainda de acordo com o GTERP, isso se refletiu no Brasil através da criação dos PCNs

> No Brasil, apoiados em idéias dos Standards do NCTM, foram criados os PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais, que apontam o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles, como um dos propósitos do ensino de Matemática; indicam a resolução de problemas como ponto de partida das atividades matemáticas e discutem caminhos para se fazer matemática na sala de aula.

[2] Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas da UNESP, disponível em http://www2.rc.unesp.br/gterp/?q=pesquisa. Acesso em: 02/11/2015

Mais do que aprender a resolver problemas enunciados, é necessário que os estudantes estejam aptos a transferir seu conhecimento para situações concretas do mundo real. O Pisa (2003, p. 07), exemplifica isto da seguinte maneira:

> Os cidadãos são cada vez mais confrontados com uma miríade de tarefas que envolvem conceitos quantitativos, espaciais, probabilísticos, etc. Os jornais, as revistas, a televisão e a Internet estão cheios de informação sob a forma de tabelas, figuras e gráficos, sobre o tempo, a economia, a medicina e os desportos, para citar alguns exemplos. Os cidadãos são bombardeados com informação sobre matérias como o aquecimento global e o efeito de estufa, o crescimento da população, os derramamentos de petróleo e os mares, o desaparecimento do mundo rural.

Os problemas matemáticos, e os conceitos envolvidos em sua resolução, também, necessitam de uma contextualização que os torne significativos aos olhos dos estudantes.

Desta maneira, podemos inferir que a resolução de problemas deve se focar na capacidade de abstração de conhecimentos matemáticos para a resolução de problemas no mundo real. O NCTM, em seu documento “An Agenda for Action” (Souza e Nunes, 2007, p. 02) afirma que

> During the seventh and eighth grades, intensive focus on problem solving should become a vehicle to exercise, confirm, and develop further all basic skills. At the same time, familiarity, competence, and confidence should be built in applying these mathematical skills to solving problems of varying difficulty and from diverse settings. At this stage, a significant skill is the ability to select strategies from a growing repertoire.

Em tradução livre para o português:

> Durante a sétima e oitava séries, o foco intensivo na resolução de problemas deve se tornar um veículo para exercitar, confirmar, e desenvolver todas as habilidades básicas de maneira mais profunda. Ao mesmo tempo, familiaridade, competência, e confiança devem ser construídas na aplicação destas habilidades matemáticas para a resolução de problemas de variada dificuldades com variados contextos. Neste estágio, uma habilidade significativa é a de selecionar estratégias a partir de um crescente repertório.

Tal habilidade de selecionar táticas em um crescente repertório de estratégias conhecidas é o que se espera que o estudante seja capaz de fazer. Os PCNs (Brasil, 1997. p. 23) afirmam que “a Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar.”. Também, os PCNs afirmam que “a atividade matemática escolar não é olhar para coisas prontas e definitivas", mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade.

Tais afirmações reforçam a importância do aproveitamento dos conceitos matemáticos no mundo real. Ainda, os PCNs (1998, p. 56–57) afirmam sobre o ensino da matemática que

> no ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a "falar" e a "escrever" sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados.

Consideramos, portanto, que a partir de tais recomendações e afirmações, realizadas tanto pelo NCTM quanto pelo MEC, a utilização de resolução de problemas é justificada enquanto meio de transformação de conhecimentos matemáticos abstratos em conhecimento aplicável no mundo real. Esta última afirmação pode ser, por fim, confirmada a partir da seguinte recomendação dos PCNs (1998, p. 56-57)

> a seleção e organização de conteúdos não deve ter como critério único a lógica interna da Matemática. Deve-se levar em conta sua relevância social e a contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno. Trata-se de um processo permanente de construção.

Pozo e Echeverría (1988, p.09) afirmam que

> A solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes.

Ao trabalhar com Resolução de Problemas, visa-se levar o aluno à autonomia de aprendizagem, aspecto considerado fundamental para as mudanças educacionais. A fim de atingirmos um nível social mais elevado, com uma melhoria na qualidade de vida dos cidadãos, não é suficiente adquirir conhecimento imutável e fora de um contexto contemporâneo. De tal maneira, os alunos devem se tornar capacitados a confrontar diversas situações em diversos contextos. Assim, os mesmos se tornarão aptos a adaptarem-se às mudanças sociais do novo milênio. Segundo Soares e Pinto (ano, p.01) “Um dos aspectos fundamentais que rege as mudanças educacionais e estimula as diferentes pesquisas em educação são o fato de se buscar desenvolver nos alunos a capacidade de aprender a aprender.”. Este aspecto, de aprender a aprender, em nossa compreensão, torna-se cada vez mais importante, pois em uma sociedade em rápida transformação, como a nossa, o aluno precisa ver com clareza um maior significado em sua formação educacional básica. Para tanto, porém, é preciso que tais alunos tenham uma visão crítica da sociedade, e disto decorre a importância de uma educação voltada à reflexão.

Ainda, Segundo Dante (1991, p.25),

> [...] é possível por meio da resolução de problemas desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela.

Ademais, a resolução de problemas mostra-se importante, pois de acordo com Polya (1978), o ensino não deve se reduzir apenas ao treinamento de técnicas matemáticas e a atividades mecânicas. Polya (1978 *apud* Backes, 2008, p. 12) cita que

> um ensino que se reduz ao treinamento de técnicas, ao desenvolvimento mecânico de atividades fica bem abaixo do nível do livro de cozinha, pois as receitas culinárias sempre deixam alguma coisa para a imaginação e análise do cozinheiro, mas as receitas matemáticas não deixam nada disso.

Neste contexto, a resolução de problemas é tida como forte aliada ao processo de ensino-aprendizagem de matemática, capaz de conduzir o aluno a uma compreensão mais significativa do conteúdo abordado, tal como defendido por autores como Stanic e Kilpatrick (1989).

Quanto à abordagem da resolução de problemas no ensino, Mendonça (1999), afirma que se pode pensar em três maneiras, ou interpretações, distintas: como um objetivo, como um processo ou como um ponto de partida.

A resolução de problemas como um objetivo implica o ensino da Matemática a fim de resolver problemas. Para realizar a aplicação desta interpretação em sala, a exposição teórica e consequente aplicação de problemas mostram-se suficiente.

Já na resolução de problemas como um processo, olhamos para desempenho/transformação dos alunos enquanto “resolvedores de problemas”. Leva-se o aluno a enfrentar problemas para que desenvolva o potencial heurístico. Para aplicar tal interpretação em sala, propõe-se problemas em que trabalhem estratégias de solução, tais como, por exemplo, um problema de contagem no qual os alunos começam pensando em números menores.

Por fim, na interpretação da resolução de problemas como ponto de partida toma-se o problema como recurso pedagógico, visando à construção de conhecimentos matemáticos por parte dos alunos. Tal interpretação contraria a primeira e engloba a segunda, ao menos parcialmente. De qualquer maneira, o essencial em ambas é a interação aluno/aluno – professor/aluno, na qual as ideias têm papel imprescindível na aprendizagem.

De acordo com Stanic e Kilpatrick (1989), existem três temas gerais que definem a resolução de problemas no currículo da Matemática Escolar. Os temas são resolução de problemas em contexto, resolução de problemas como habilidade e resolução de problemas como arte.

Ainda de acordo com Stanic e Kilpatrick (1989), existem ao menos cinco subtemas na resolução de problema em contexto baseados na ideia de que problemas são meios para se alcançar outros fins. Os subtemas são:

a) A resolução de problemas como justificativa, que tem como base a ideia de que a resolução de problemas deve ser inserida no ambiente escolar porque ela, por si só, historicamente dá sentido e justifica o ensino matemático de maneira absoluta;

b) A resolução de problemas como motivação, que tem ligação com a resolução de problemas como justificativa, porém, busca o interesse do aluno na resolução de problemas;

c) A resolução de problemas como recreação, que busca, por sua vez, além de motivar o aluno, lhe proporcionar diversão com o que foi já aprendido sobre matemática. Dessa maneira, o aluno desenvolve um apreço natural pelo assunto;

d) A resolução de problemas como um veículo, em que os problemas são dados não apenas como motivação sobre um tópico específico, mas com a finalidade de ser um meio pelo qual um novo conceito ou habilidade deve ser alcançado;

e) A resolução de problemas como prática, que não visa justificar o ensino matemático, nem motivar o aluno ou mesmo ser um veículo de aprendizagem. Ela busca reforçar habilidades e conceitos ensinados diretamente ao aluno.

Dentre os cinco subtemas, podemos afirmar que a resolução de problemas como prática é a que possui maior influência na prática docente de ensino básico, pois se dá através de modelos baseados em repetição e não em raciocínio – conforme situação apontada pelos próprios PCNs.

Já na resolução de problemas como habilidade, há a abordagem de que a resolução de problemas é uma das habilidades que devem ser ensinadas na vida escolar. De acordo com essa linha de pensamento, a resolução de problemas não é uma habilidade unitária em sua essência, mas há na verdade um direcionamento de habilidades.

Atualmente, este direcionamento tem se tornado importante para aqueles que acreditam que a resolução de problemas é um valioso fim curricular e até mesmo mais do que um método para se alcançar outros fins.

Porém, uma consequência dessa visão é que se tem uma hierarquia de habilidades para a resolução de problemas rotineiros e não rotineiros. Problema não rotineiros são hierarquizados como sendo necessários a um nível de habilidade maior por parte dos alunos. Para que um aluno esteja apto a resolver um problema não rotineiro, ele precisa conhecer conceitos matemáticos básicos e estar acostumado aos problemas rotineiros. Isto é, essa visão adia problemas não rotineiros, julgando que os alunos ainda não são capazes de resolvê-los. Apenas alunos que realizaram todos os pré-requisitos são expostos a esses problemas, ou ainda, a resolução de problemas não rotineiros se torna uma tarefa apenas para alunos especialmente capazes.

Já em relação à resolução de problemas como arte, Stanic e Kilpatrick (1989, p. 10), afirmam que:

> Uma visão mais profunda e mais compreensiva da resolução de problemas nos currículos escolares de Matemática – a visão da resolução de problemas como arte – emergiu do trabalho de George

> Polya, que reviveu no nosso tempo a ideia da heurística (a arte da descoberta).

Nesse sentido, passemos à análise da proposta desse autor.

2.3. HEURÍSTICAS DE POLYA

Para dissertar sobre Heurística, é preciso antes definir este termo. De acordo com o dicionário Houaiss[3] podemos definir o termo “Heurística” em diferentes contextos: de problematização, de cientificidade e de pedagogia.

1. De problematização: “método de investigação baseado na aproximação progressiva de um dado problema”;
2. Científico: “a ciência que tem por objetivo a descoberta dos fatos”; “a arte de inventar, de fazer descobertas”;
3. Pedagógico: “método educacional que consiste em fazer descobrir pelo aluno o que se lhe quer ensinar”.

Segundo Polya (1978, p. 86), a Heurística é um ramo de estudo “muitas vezes delineado, mas raramente apresentado com detalhes”. Suas origens remontam aos trabalhos de comentaristas de Euclides, sendo o nome mais eminente o de Pappus, matemático grego do século III a.C., autor do livro “O Tesouro da Análise”.

Diversos filósofos e pesquisadores estudaram, ou estão estudando, as diversas maneiras de resolvermos problemas utilizando-se de Heurísticas. Sócrates acreditava que o indivíduo já possui o conhecimento necessário para resolver problemas, sendo este apenas um exercício de recordação. Ele leva seu interlocutor a descobrir as respostas apenas estimulando-o por meio de diálogo, técnica essa conhecida como “Diálogo Socrático”.

Outros pensadores como René Descartes (1596 - 1650), Gottfried Wilhelm Von Leibniz (1646 - 1716) e Bernard Placidus Johann Nepomuk Bolzano (1781 - 1848) já haviam discutido métodos e também regras para descobertas matemáticas com a utilização de Heurísticas, porém elas não haviam chegado ainda ao currículo escolar, cabendo essa tarefa, mais tarde, a George Polya.

---

[3] HOUAISS, Antonio et al. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro, Objetiva, 2001, 1ª ed., p. 1524.

O objetivo da Heurística é estudar os métodos e as regras da descoberta e invenção. Sendo assim, pressupõe a resposta à pergunta: “Como proceder para resolver problemas?”, que sugere a existência de um método analítico para a descoberta de verdades científicas. A Heurística é, pois, a ciência que trata do estudo das constantes atividades do pensamento criador. Assim, o tipo de problema tratado não importa – pois se procuram aspectos comuns de cada um, independentemente de seus assuntos específicos. Os objetivos, entretanto, não se limitam à pesquisa das constantes de pensamento – eles compreendem a elaboração de métodos e modos de direção dos processos heurísticos (Fonseca, 1992).

Em outras palavras, a Heurística moderna visa a compreender o processo solucionador dos problemas, em especial as operações mentais típicas do processo, e que tenham utilidade. Levam-se em conta as bases lógicas e as bases psicológicas. (Puchkin, 1969 *apud* Fonseca, 1992). Segundo Polya (1978), a base da Heurística sempre deverá ser a experiência na resolução de problemas e experiência na observação de tal atividade quando realizada por terceiros.

Ademais, há também grande interesse prático – ao invés de pura curiosidade científica - quando tratamos de heurística. Ficou evidente, nas últimas décadas, que o estudo de tal ciência pode influenciar nos progressos técnicos. Quando há algum problema científico ou técnico, para o qual não existe meio determinado e nítido de resolução, a solução não pode ser obtida fora da atividade mental concreta de homens concretos. Portanto, a atividade heurística de um técnico, inventor ou cientista, produz tecnologia, teorias diversas, ou seja, cumpre uma função na comunidade humana. Puchkin, 1969 *apud* Fonseca,1992 afirma que:

> Quanto mais rapidamente se desenvolvem a ciência e a técnica, tanto maior é a importância da atividade intelectual criadora do homem, tanto maiores as exigências quanto a intensidade e eficiência dessa atividade.

Portanto, ao falar de Heurística, falamos sobre “métodos e regras que conduzem à descoberta, inovação, investigação e resolução de problemas”[4] e para nós, todos os três contextos citados anteriormente em que o termo possa ser empregado são importantes.

---

[4] FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. ***Novo Aurélio – O dicionário da língua portuguesa***. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 2000, 3ª edição

Neste contexto, Polya, em “How to Solve It”, descreve uma prescrição heurística que realiza as quatro seguintes afirmações:

1. Se não puder compreender um problema, monte um esquema;
2. Se não puder encontrar a solução, tente fazer um mecanismo inverso para tentar chegar à solução (engenharia reversa);
3. Se o problema for abstrato, tente propor o mesmo problema num exemplo concreto;
4. Tente abordar primeiro um problema mais geral (o paradoxo do inventor: o propósito mais ambicioso é o que tem mais possibilidade de sucesso).

Tais heurísticas visam a auxiliar o ensino-aprendizagem de matemática através da utilização de problemas. De acordo com Polya (1978, p. 84):

> O estudo da heurística tem objetivos práticos: uma melhor compreensão das operações mentais tipicamente úteis na resolução de problemas poderia exercer uma influência benéfica sobre o ensino, especialmente sobre o ensino da Matemática.

George Polya foi um matemático húngaro nascido em 13 de dezembro de 1887 em Budapeste. Foi considerado um dos quatro melhores alunos de seu ano de formação escolar, o que lhe garantiu uma bolsa de estudos na Universidade de Budapeste. Influenciado por seu pai, começou a faculdade cursando direito, mas não contente com o curso mudou para línguas e literatura. Depois, acabou se interessando por física, filosofia e por fim se interessou por matemática, concluindo assim sua graduação em 1912.

Em 1914 assumiu um cargo na Universidade de Zurique. Ainda nesse ano foi chamado pelo seu país para a guerra, mas recusou-se a prestar o serviço militar, fazendo assim com que retornasse à Hungria apenas ao término da segunda guerra mundial, devido ao medo de ser preso. Ainda em Zurique, Polya conheceu Stella Weber, sua futura esposa. Casaram-se em 1918.

Em 1940, mudou-se para os Estados Unidos, devido à Segunda Guerra. Após diversos trabalhos e colaborações, Polya lança em 1945 seu mais famoso trabalho: “How to Solve It”. George Polya veio a falecer em 7 de setembro de 1985.

Em “How To Solve It”, Polya descreve detalhadamente o processo de resolução de problemas, livro que no Brasil é mais conhecido como “A arte de Resolver Problemas”. É com base nesta obra de Polya que iremos focar este trabalho.

Em “How To Solve It”, George Polya propõe uma heurística para resolução de problemas. Segundo Polya (1978, p. 86), a Heurística é um ramo de estudo “muitas vezes delineado, mas raramente apresentado com detalhes”. De acordo com Polya, existem cinco fases, ou etapas, que facilitam a resolução de um problema.

A primeira fase é a de se familiarizar com o problema. O início dessa fase se dá com o questionamento “por onde começar”. Obviamente, se começa pelo enunciado do problema, lendo com atenção e buscando a compreensão do que está sendo pedido. Após isso, questiona-se “o que pode ser feito”. O problema deve ser enxergado holisticamente, sempre buscando a maior clareza e nitidez possível. Por último, pensa-se “qual a vantagem em assim proceder”. Nessa terceira e última fase do processo de familiarização, busca-se melhorar a compreensão do problema, memorizá-lo e ter em mente os objetivos. A atenção que se dá ao problema também pode estimular a memória e facilitar a recordação de pontos cruciais para sua resolução.

Após estar familiarizado com o problema, inicia-se a segunda fase da resolução de problemas. Nessa fase deve ocorrer o aperfeiçoamento da compreensão sobre o problema. O primeiro passo a ser feito é novamente questionar “por onde começar”. Na fase de aperfeiçoamento da compreensão, se começa novamente pelo enunciado do problema. Deve-se fixar o problema de tal maneira que mesmo que ele não esteja por perto seja recordado com clareza do que é pedido. Após isso, há o questionamento: “o que pode ser feito”. Nessa fase, a partes principais do problema devem ser isoladas. Em um “problema de demonstração”, a hipótese e a conclusão são as partes principais. Em um “problema de determinação”, as partes principais são as incógnitas, os dados e as condicionantes. Após verificar as partes principais do problema, elas deverão ser consideradas uma a uma e relacionadas ao problema como um todo. Os detalhes, que serão utilizados mais tarde e que terão uma função a desempenhar na resolução do problema, também deverão ser esclarecidos nessa fase.

A terceira fase é composta pela procura de uma ideia proveitosa. Como sempre, o primeiro questionamento a ser feito é “por onde começar”. Nessa fase as partes principais do problema devem ser examinadas. Devido ao trabalho realizado nas duas fases anteriores, tais partes devem estar claramente dispostas. Após isso, há o questionamento: "o que pode ser feito". A análise do problema de diversos pontos de vista e a recorrência aos conhecimentos prévios, sempre examinando repetidamente, todos os detalhes de diversas maneiras e abordando-os de diversos lados, percebendo novos detalhes, tentando dar significado a eles para realizar uma interpretação do conjunto é o que deve ser feito nessa fase. O próximo passo é composto pela questão "o que pode ser percebido". O que deve ser percebido é uma ideia proveitosa. Uma ideia proveitosa mostra o caminho ou parte dele e sugere como prosseguir. Caso a ideia seja incompleta, ela ainda deve ser levada em consideração e examinada mais demoradamente e com calma. Ao terminar essa fase, deverá haver uma ideia que conduzirá à resolução do problema.

A quarta fase é a execução do plano. Após o trabalho nas fases anteriores, esta se inicia pela ideia que leva à resolução do problema. Todas as operações algébricas e geométricas que sejam viáveis devem ser realizadas nessa fase. As correções em cada um dos passos, utilizando raciocínio formal, intuição ou ambas as maneiras, também deve ser realizada nessa fase. Caso o problema seja muito complexo, há primeiramente a verificação dos passos grandes e depois dos passos pequenos.

A quinta e última fase consiste do retrospecto de tudo que foi feito. A primeira parte a ser revista é a resolução, que obviamente deve ser matematicamente correta em todos os detalhes, e que deve ser enxergada de maneira ampla. Também deverá ocorrer uma procura de forma a tornar todos os detalhes da resolução o mais simples possível. Dessa maneira, é possível que se possa descobrir outra resolução mais simples, ou até mesmo fatos interessantes. Ao adquirir o hábito de verificar as resoluções, os conhecimentos tornam-se bem ordenados e prontos para serem utilizados em outras situações. Com isso, a habilidade de resolver problemas se torna cada vez mais desenvolvida.

De acordo com Polya (1978, p. 65):

> Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. (...) se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom 'resolvedor de problemas', tem que resolver problemas.

2.4. PCNs

Os PCNs, Parâmetros Curriculares Nacionais, servem como referencial para as políticas educacionais brasileiras para o ensino fundamental. No que tange à matemática, conforme mencionado anteriormente, apontam para uma direção da disciplina enquanto parte da apropriação da cidadania – sendo, inclusive, este o primeiro princípio da área, conforme citado pelos PCNs. Assim, há a intenção de não conferir um caráter instrumental à matemática, que a descola das vivências diárias dos alunos, ressaltando-se como aspectos básicos do caráter relacional da matemática: a) a apropriação dos signos matemáticos, sendo capaz de relacionar os fatos observados em outras áreas do conhecimento e tratá-los adequadamente, através de representações gráficas, desenhos e outros, objetivando maior correlação explícita da matemática com as situações cotidianas vivencias pelos alunos; b) estimular o aluno a entender a semântica matemática, compreendendo o processo de ensino-aprendizagem da matemática não de maneira mecanicista, mas sim a vislumbrando como uma rede de relações entre as diversas áreas do conhecimento.

Quanto às metodologias de ensino, neste âmbito, são estimulados o uso de jogos, recursos tecnológicos e audiovisuais – privilegiando uma didática baseada no entendimento e não na repetição.

Assim, uma metodologia de ensino-aprendizagem baseada em resolução de problemas como veículo, sem dúvidas, vai ao encontro do que pregam os PCNs.

2.5. UM EXEMPLO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMA

A fim de melhor abordar como pode ser utilizada a resolução de problemas como veículo, vamos utilizar um problema prático.

Para tanto, vamos trabalhar um problema com utilização de sucessivas somas e multiplicações, a fim de demonstrar regras gerais e estimular o pensamento abstrato – o qual servirá, para o aluno do quarto ano, ao ingressar no quinto, compreender os conceitos de função e variáveis, que serão de grande importância durante toda sua vida escolar e que propiciarão, com devida compreensão, um melhor exercício da cidadania ao propiciar, entre outros, o entendimento de gráficos e tabelas. O estudo das funções objetiva o domínio das relações existentes entre as grandezas de diversas áreas do conhecimento. Ao estudar funções aprende-se a analisar fenômenos, descrever regularidades, interpretar interdependências e generalizar. Tal estudo mostra-se, portanto, importante enquanto ferramenta concernente a todas as áreas de estudo, não apenas à matemática em si, tornando-se parte integrante, e importante, de um ensino interdisciplinar que visa à preparação do estudante enquanto cidadão capaz de analisar e interpretar fatos e fenômenos. (PCNs, 1997, p. 58). Segundo Lima et al. (2000)

> A fim de saber que espécie de função se deve empregar para resolver um determinado problema, é necessário conhecer as propriedades características de cada função, pois as situações da vida real, quer no cotidiano, quer na tecnologia, quer na Ciência, não surgem acompanhadas de fórmulas explícitas.

Abordaremos, no problema escolhido, conceitos de funções lineares, afins e inversas, representação de funções e domínio e imagem.

O enunciado é apresentado da seguinte maneira: um dia Antônio decide propor ao seu filho, Marcos, que lave seu carro. Marcos, porém, pediu uma compensação financeira pelo serviço prestado. Antônio concordou, e disse que para isso ele receberia R$1,50 por hora. Pergunta-se:

Quanto Marcos receberia pelo trabalho se demorasse três horas? A quantia recebida é diretamente proporcional ao tempo de trabalho? Justifique.

Quanto Marcos receberia pelo trabalho se demorasse quatro horas? E se demorasse duas horas? E se demorasse três horas e meia?

Essa situação está associada à ideia de função? Se sim, qual sua lei de formação? Represente graficamente esta função.

Para a resolução de tal problema, são necessários, como pré-requisitos, conhecimentos de proporcionalidade direta e inversa, relação e função, construção de gráficos no plano cartesiano, representação analítica de funções e domínio e imagem.

O objetivo é introduzir e formalizar funções lineares, estabelecer a construção de leis de formação por meio das propriedades das funções lineares, discutir representação gráfica, domínio e imagem de funções lineares.

No item (a) - Quanto Marcos receberia pelo trabalho se demorasse três horas? A quantia recebida é diretamente proporcional ao tempo de trabalho? Justifique -, esperamos que o aluno consiga reconhecer de maneira clara os dados que lhe são oferecidos, e tente visualizar o problema como um todo, compreendendo o que é pedido.

Esperamos, assim, que o aluno possa adotar como estratégia de resolução, dentre outras, a construção de uma regra de três simples:

Tempo (em horas)		Dinheiro (R$)
1	____________________	1,5
3	____________________	x

$$x = (3*1{,}5) = 4{,}50$$

Ou seja, Marcos recebeu R$4,50.

Além dessa estratégia, ele poderia utilizar o método de adições sucessivas, por exemplo. O que se espera, aqui, é que o aluno possa visualizar a resolução e tornar significativa a aplicação deste conhecimento na realidade cotidiana.

1 hora = R$1,50

2 horas = 1 hora + 1 hora

Logo, 2 horas = (R$1,50) + (R$1,50)

2 horas = R$3,00

3 horas = 2 horas + 1 hora

3 horas = (R$3,00) + (R$1,50)

3 horas = R$4,50

E, dessa maneira, poderemos verificar se os passos propostos por Polya foram seguidos: compreender o enunciado, extrair os dados, manipular os dados, apresentar uma resposta.

Naturalmente é desejável que ele empregue a regra de três para vários valores, organizando sua produção numa tabela, como a abaixo. Estes são os objetivos iniciais para o item (b) Quanto Marcos receberia pelo trabalho se demorasse quatro horas? E se demorasse duas horas ? E se demorasse três horas e meia?

Tabela 4. Resolução do item (a) e início do item (b)

Tempo (em horas)	Valor recebido
1	1,50
2	3,00
3	4,50
3,5	5,25

E, obviamente, queremos que o aluno perceba que a quantia recebida é diretamente proporcional ao trabalho, pois as grandezas tempo e valor aumentam na mesma proporção. E assim o quociente entre as duas variáveis é sempre constante.

Se o aluno não produzir qualquer resposta esperada, o professor poderá questionar: “se Marcos recebe R$1,50 por hora trabalhada, ele receberia R$1,50 mesmo se trabalhasse por 10 horas?”. Espera-se, com isso, estimular no aluno a percepção de que quanto mais horas trabalhadas, mais ele estará recebendo.

Estes questionamentos que o professor deve, na medida do necessário, fazer, trazem para o aluno, além da retomada do conceito de proporcionalidade, a retomada das noções de interdependência entre grandezas. Esperamos também que tais noções possam auxiliar o aluno a construir as relações entre seu conhecimento e os novos conceitos matemáticos envolvidos: função linear e suas representações.

Já no item (c) ... Qual sua lei de formação? Esperamos que os alunos apresente-nos uma representação algébrica $f(x) = ax$. Com o auxílio da tabela construída, os alunos deverão discutir como poderiam obter tal lei e, provavelmente empregariam o método de tentativa e erro. Obviamente, admitimos que o método de tentativa e erro possa levar o aluno a um processo de organização mental que favoreça uma apresentação sistemática para a obtenção da lei de formação. É desejável que eles desenvolvam algo do tipo:

para $x = 1$ temos $y = 1{,}5x.1$

para $x = 2$ temos $y = 1{,}5x.2$

para $x = 3$ temos $y = 1{,}5x.3$

e, portanto, para um x qualquer temos $y = 1,5x$.

Com isso, o professor deverá, então, afirmar que todo problema nesse contexto é uma função linear, e que toda função linear obedece a seguinte propriedade, descrita, por exemplo, por Lima (2001, p. 93):

Uma proporcionalidade é uma função f: R→ R, tal que, para quaisquer números reais c, x, tem-se $f(cx) = c.f(x)$ (proporcionalidade direta) ou $f(cx) = \frac{f(x)}{c}$, se c ≠ 0 (proporcionalidade inversa).

E aqui, em particular, nos cabe um parêntese: os conhecimentos matemáticos são usados na interpretação de diferentes áreas da ciência, nas atividades tecnológicas, na realidade cotidianas. A matemática, assim, é entendida também como linguagem e, como afirma Sá (2012, p. 20)

> O cidadão necessita da capacidade de leitura e interpretação de informações por meio de distintas formas de linguagem matemática, de percepção da coerência ou não de uma argumentação, bem como da competência para formular suas próprias ideias de forma consistente, para uma inserção crítica e autônoma na sociedade contemporânea. O estudante/cidadão deve compreender os conceitos fundamentais da Matemática, tratados na Educação Básica, de forma a saber aplicá-los em situações diversas, relacionando-os entre si e com outras áreas do conhecimento humano.

Tal abstração de entendimento do conceito de função, apesar de por vezes parecer intangível, é de grande importância ao aluno.

Já no item (d) Represente graficamente esta função, é desejável que o aluno retome os itens da tabela construída em (b), represente os pontos no plano cartesiano e conjecture que o gráfico é uma semi-reta. Para tanto, o professor poderá adentrar no fato de que a função obtida, em particular, não está definida de R em R uma vez que, dada a contextualização do problema, os valores de x não podem ser negativos. Deve ficar claro para o aluno que as restrições para a variável x, impostas pela contextualização, definem os valores de y, quando usada a lei de formação obtida no item anterior.

Essa correspondência entre os valores de x e de y geram um gráfico que é uma semi-reta no primeiro quadrante do plano cartesiano. O gráfico 3 mostra essa situação.

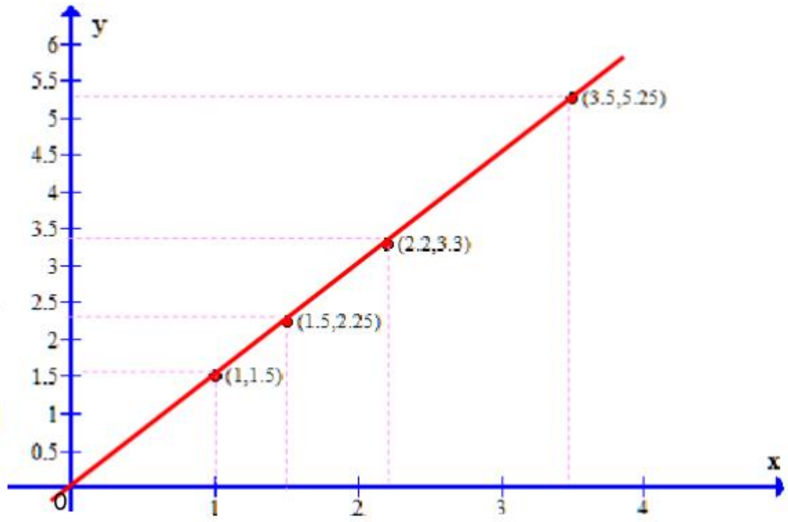


Gráfico 3 - Resolução da terceira questão do problema do lavador de carros. (Retirado de Alves).

O aluno deverá perceber, com isso, que uma função qualquer não deve ser definida somente pela sua lei de formação, mas também acompanhada de seu domínio e seu contra-domínio. Naturalmente que, após essa discussão, o professor deverá retomar a definição apresentada acima e estabelecer que, para o caso geral, o gráfico de uma função deverá ser uma reta.

Duas outras características da função linear podem ser exploradas a partir desse problema, a saber:

O gráfico da função sempre 'passa' pela origem do plano cartesiano, e a inclinação da reta depende exclusivamente do valor do coeficiente angular da função.

Entendemos que essas características são padrões que podem ser observados pelos alunos, com o devido estímulo do professor, se necessário. Em nossa opinião, tais observações terão maior chance de ocorrer na medida em que o professor ofereça problemas equivalentes a este discutido, chamando a devida atenção ao fato por meio de comparações dos problemas.

A proposição de um número maior de problemas de mesma natureza pode levar o aluno a perceber que cada representação gráfica possui inclinações diferentes, mas que todas elas 'passam' pela origem.

Para a determinação da inclinação da reta, em geral, o professor poderá explicar que a inclinação da reta é dada pelo quociente entre a diferença das ordenadas e a diferença das abscissas.

Ou seja, inclinação da reta = (custo final – custo inicial) / (tempo final – tempo inicial), sendo que os alunos poderão ser estimulados a escolher dois pontos quaisquer sobre o gráfico esboçado ou quatro valores correspondentes dois a dois na tabela construída.

O professor deverá, então, abordar o fato de que quanto maior a medida do ângulo formado pelo gráfico e pelo eixo das abscissas, para uma mesma escala, maior será o valor obtido pelas contas acima, se a proporção for direta.

Resta-nos, para que fique claro que não temos preferência por um ou outro tipo de contextualização, elencarmos alguns problemas com enunciados semelhantes ao apresentado.

1) Uma pessoa recebe R$ 1.800,00 por 30 dias trabalhados. Quantos dias esta pessoa precisará trabalhar para ter direito a receber R$ 1.200,00? Quanto essa pessoa recebe por dia trabalhado?

2) Ana é digitadora e cobra R$ 0,50 por página digitada. Pergunta-se:

a) Quanto Ana receberá pela digitação de 10 páginas? Quantas páginas Ana deverá digitar para receber R$ 121,50?

b) Construa uma tabela que represente o problema.

c) Qual a lei de formação?

3) Cláudio trabalha em um lava a jato e por ter lavado cinco carros recebeu R$ 15,00. Quanto teria recebido se tivesse lavado apenas um carro? E se ele tivesse lavado seis carros? O que é constante nessa situação? O que é variável? Estabeleça uma função linear que modele essa situação.

4) Um motorista mantém seu carro numa rodovia a uma velocidade constante de 90 Km/h

a) Em quanto tempo ele percorrerá 225Km?

b) Quantos quilômetros ele percorrerá em 4 horas?

c) Estabeleça uma função linear que modele essa situação.

d) Dê a representação gráfica da função

5) Uma costureira gasta 1,40 metros de tecido na confecção de uma bermuda. Caso ela queira confeccionar cinco bermudas, quantos metros de tecido serão gastos? E se ela quiser confeccionar dez bermudas? Represente graficamente o custo de produção por meio de uma função linear.

3. FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

3.1. FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES: POSSIBILIDADES E DESAFIOS

Todo o desenvolvimento demonstrado no capítulo 1, porém, é inviável sem uma adequada formação inicial. Dado o problema atualmente enfrentado no ensino de matemática no Brasil, faz-se necessário buscar alternativas aos processos educacionais não-significativos que, conforme apontado pelos próprios PCNs, encontram-se largamente estabelecidos, de maneira a possibilitar a transformação da educação mecânica e repetitiva em uma educação significativa.

Para tanto, é necessária uma adequada formação no ensino superior. E, aí, reside a questão: quais as maneiras de preparar o licenciando em matemática, muitas vezes também egresso de um sistema educacional básico que privilegia processos mecânicos em detrimento à capacidade de raciocínio e abstração, de forma que, ao exercer sua prática profissional, seja capaz de dar sentido ao conhecimento e permitir sua aplicação em diferentes situações do cotidiano, de forma que os alunos possam desenvolver a capacidade de abstração de conhecimentos matemáticos para resolução de problemas concretos do mundo real? Somado a isso, tal professor pode levar em consideração vir a ser o que conhecemos por professor reflexivo, isto é, aquele professor que reflete sobre sua ação antes, durante e após sua prática pedagógica, sendo que o após se torna o antes da próxima aula (Canavarro e Abrantes, 1994). Com essa iniciativa, o professor se percebe melhor preparado para (re)avaliar suas concepções e crenças no que diz respeito à sua pratica, às diversas atitudes dos alunos, à infraestrutura oferecida pela instituição de ensino e às características da comunidade na qual se encontra inserido. Um professor sem a formação inicial adequada, portanto, dificilmente conseguirá desenvolver tal proposta – ainda que a formação não seja condição suficiente para tal.

Com o objetivo de formar cidadãos, a Matemática ganha uma face concebida pelo educador matemático, o qual propõem diversos questionamentos sobre sua melhor utilização, que a torna uma peça fundamental do processo de aprendizagem. O educador matemático utiliza de ferramentas pedagógicas que atendem a um vasto público, pautadas nas ciências sociais e humanas.

O estado em que se encontra a educação matemática como um campo profissional e científico pode ser atribuído a alguns fatores: graças à preocupação dos profissionais e professores da área foi a primeira das matérias escolares a ter uma grande reformulação curricular, sendo está deflagrada por Felix Klein no século XX; o incentivo à formação de professores secundários pelas universidades europeias – fato este que contribuiu para a formação de especialistas universitários em ensino da área - no século XIX; aos estudos experimentais de psicólogos americanos e europeus sobre o aprendizado da área por crianças no início do século XX seguidos posteriormente, a nível internacional, a partir da década de 1950, pelo “Movimento da Matemática Moderna” - sendo um do mais notáveis o School Mathematics Study Group que disseminou suas publicações de cunho modernista para além das fronteiras estado-unidenses chegando até o Brasil – constituído por educadores e pesquisadores visando à realização de reformulações e desenvolvimento que atendessem à nova conjuntura sociopolítica que se formava no mundo pós-guerra.

No fim da década de 1970 e durante a década de 1980, em contato com as influências internacionais, no Brasil surge a SBEM[5] e os primeiros programas de pós-graduação em educação matemática.

A educação matemática tem como objeto de estudo e pesquisa uma série de relações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático. Os objetivos da pesquisa destas relações, por mais complexos, variados e difíceis, podem ser sob uma ótica generalizadora simplificados como: o da melhora da qualidade do ensino e do desenvolvimento da educação matemática como campo de análise e produção de conhecimentos. No processo de pesquisa e investigação da educação matemática surgem ainda algumas dúvidas recorrentes durante sua condução, sendo estas levantadas a partir da reflexão e prática de ensino do educador ou de outros que a pesquisa propõe abranger ou partindo da própria pesquisa em relação a pesquisas anteriores.

A pesquisa e investigação matemática pode abranger diversas temáticas, porém estas, levando em consideração Kilpatrick (1994), consegue-se dividir em grupo das mais importantes, a partir do referencial da década de 1990, sendo estas: Processos de ensino/aprendizagem de Matemática; Mudanças curriculares; Emprego de tecnologias no ensino de Matemática; Prática docente; Desenvolvimento profissional; Práticas de avaliação; Contexto sociocultural e político do ensino/aprendizagem de

[5] Sociedade Brasileira de Educação Matemática

Matemática. Analisando cada elemento deste grupo separadamente, veremos detalhadamente sobre estas temáticas.

- Processos de ensino/aprendizagem de Matemática: nesta temática houve mudanças com o passar do tempo, passando-se a focalizar os estudos em aspectos mais específicos da matemática. O foco de estudo mais prestigiado pelas pesquisas tem sido o processo de contagem e as operações fundamentais com números naturais, no primeiro ciclo do ensino fundamental. Recentemente a maior atenção tem sido dada ao estudo dos números racionais, da Álgebra, da Geometria, da Probabilidade e do Cálculo Diferencial e Integral.
- Mudanças curriculares: pode se decorrer através das mudanças sociopolíticas e suas consequências na formação de novos profissionais, com uma ruptura da ordem vigente através da pressão dos especialistas e acadêmicos em querer colocar em prática na sala de aula os resultados de suas pesquisas, ou até mesmo com os próprios professores que podem produzir certas inovações curriculares ou adequações curriculares que julgam convenientes.
- Emprego de tecnologias no ensino de Matemática: com a evolução da tecnologia, a atenção dos pesquisadores foi direcionada para o desenvolvimento de programas que atendam tanto ao professor quanto ao aluno, sendo estes programas feitos para utilização pelo professor em sala e a introdução de novos conteúdos para os alunos, como geometria fractal, por exemplo.
- Prática docente: até metade da década de 1970, grande parte das pesquisas em educação matemática tinham como foco maior a aprendizagem segregando-a do processo de ensino ou do trabalho didático-pedagógico. Com o aparecimento mais frequente de pesquisas sobre o processo de ensino, surgiu também uma maior preocupação com os efeitos dos diferentes métodos ou materiais usados. A partir da metade da década de 1980, os pesquisadores passaram a interessar-se tanto com a compreensão dos alunos sobre matemática como com os professores e de qual maneira eles manifestam seus conhecimentos e suas crenças no processo de ensino.

- Desenvolvimento profissional: estudos sobre os professores e seus conhecimentos profissionais demonstram uma falta de domínio da matemática para aprendizado; esse problema, relacionado com o debate sobre como os professores devem usar seu conhecimento da área combinado com a pedagogia levam a permeabilidade das pesquisas sobre esta temática. Porém se estas pesquisas não podem levar a conclusões, mas ajudam verificar o cenário atual e podem elevar à compreensão de como deve ser utilizado o conhecimento do professor no ensino.
- Práticas de avaliação: atualmente existe um esforço para que ocorram práticas do docente em conjunto com as mudanças no processo de avaliação; quando não ocorrem os dois simultaneamente é comum o fracasso de mudanças curriculares. Com o aumento da interferência do governo na educação, sendo este um fenômeno global, surge então o aumento de avaliações externas, que podem acarretar um problema pois muitas vezes não estão sincronizadas com o que ocorre na sala de aula nem com a metodologia e princípios de uma educação matemática que é crítica ou transformadora. O que vem ocorrendo é a adaptação da prática docente pelo os critérios que regem estas avaliações. Geralmente as pesquisas que investigam a avaliação e as políticas públicas acabam por ser muito tímidas quanto à análise dos processos de adoção, adaptação ou resistência dos professores às avaliações externas. Isto acaba por ser um problema pois demonstra ainda a falta de pesquisa ou pesquisa consistentes sobre o tema.
- Contexto sociocultural e político do ensino/aprendizagem de Matemática: As pesquisas que buscam relacionar o ensino e aprendizagem de Matemática ao contexto sociocultural foram o carro chefe das novas pesquisas em Educação Matemática na década de 1980. Nesse contexto, a Matemática e a Educação Matemática são vistas como práticas socioculturais que atendem a determinados interesses sociais e políticos. Surgem então inúmeros estudos que buscam investigar a relação entre a cultura da Matemática na escola, a cultura referente à Matemática que o aluno traz em sua bagagem cultural e a cultura da Matemática que é produzida por trabalhadores ao exercer suas funções.

Neste âmbito, percebemos a indissociável importância de uma formação inicial adequada dos professores.

Quanto ao aspecto legal da formação de professores no Brasil, as DCNs, Diretrizes Curriculares Nacionais, neste caso em particular as DCNs dos cursos de licenciatura em matemática, não representam uma ilha isolada, dissociada deste trabalho de pesquisa que vem sendo conduzido mundo a fora: pelo contrário, sintetizam e norteiam, dentro do contexto brasileiro, os requisitos básicos para a implantação de cursos de licenciatura. Nesse sentindo, passamos à análise das DCNs do curso de Licenciatura em Matemática no Brasil.

3.2. DIRETRIZES CURRICULARES NACIONAIS DE MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

As diretrizes curriculares nacionais para cursos de graduação, DCNs, visam a fornecer subsídios e direcionamento às instituições de ensino superior para implantação de seus projetos político pedagógicos, PPPs. Para melhor compreendermos as DNCs, é necessário, contudo, realizar uma breve revisão de sua história.

A discussão das DNCs se inicia com a publicação do Edital nº4/97, que convocou as instituições de ensino superior a apresentar propostas que, posteriormente, organizadas pelas Comissões de Especialista de Ensino, CEE, foram encaminhadas ao Conselho Nacional de Educação, CNE. Já em dezembro de 1998, as primeiras propostas sistematizadas foram divulgadas por meio da Internet, a fim de possibilitar críticas e sugestões ao documento inicial. Além disso, foram promovidos encontros e seminários através do país para consolidação das propostas. (BRASIL, 2004 *apud* SANTANA, 2005)

Após todo o processo, as diretrizes foram encaminhadas para discussões de cada curso a fim de facilitar a análise do Conselho Nacional de Educação.

As DCNs visam a aferir às Instituições de Ensino Superior, IES, uma maior autonomia quanto aos currículos de seus cursos. Para tanto, mostram quais competências e habilidades devem ser desenvolvidas através de um modelo pedagógico que se adapta às condições dinâmicas de demandas sociais, no qual a graduação é a etapa inicial no processo de educação permanente (CNE/CES 0146/2002, p. 4).

As DCNs dos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática dão-se através do parecer CNE/CES 1.302/2001, aprovado em 06/11/2001 (BRASIL, 2001). O documento se encontra organizado em cinco tópicos: perfil dos formandos, competências e habilidades, estrutura do curso, conteúdos curriculares e estágios e atividades complementares. Para melhor descrevê-lo, é necessário fazer uma breve síntese destes tópicos.

Quanto ao primeiro tópico, perfil dos formandos, o documento traz uma série de recomendações, separadas pelas duas formações ali presentes: bacharelado e licenciatura. Assim, é dito que o perfil esperado pelo perfil bacharel é de uma sólida formação dos conteúdos de matemática, além da preparação para enfrentar os desafios decorrentes das transformações sociais, do mercado de trabalho e das condições do exercício profissional. Já para o licenciado em matemática, é esperado que possua a visão de seu papel social enquanto educador, tendo capacidade de se inserir em diversas realidades e a sensibilidade de interpretar as ações dos educandos, que desenvolva a contribuição que a matemática pode oferecer à formação de indivíduos e exercício da cidadania, além da visão de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos, tendo a consciência de seu papel na superação dos preconceitos muitas vezes ainda presentes no ensino-aprendizagem da disciplina.

No segundo tópico, competências e habilidades, o documento descreve onze competências e habilidades esperadas do bacharel em matemática, tais como: capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão; capacidade de trabalhar em equipes multidisciplinares; capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução dos problemas; capacidade de aprendizagem continuada, dentre outras. Já para o licenciado em matemática, especificamente, esperam-se seis competências e habilidades, a saber:

- Elaborar propostas de ensino-aprendizagem de Matemática para a educação básica;
- Analisar, selecionar e produzir materiais didáticos;
- Analisar criticamente propostas curriculares de Matemáticas para a educação básica;

- Desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos;
- Perceber a prática docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente;
- Contribuir para a realização de projetos coletivos dentro da escola básica.

No tópico três, estrutura curricular, é descrito, de maneira geral, como devem ser considerados os conceitos matemáticos necessários à formação do aluno e, assim, normatiza a construção dos currículos dos cursos de matemática a partir de duas orientações: partir das representações que os alunos possuem dos conceitos matemáticos e dos processos escolares para organizar o desenvolvimento das abordagens durante o curso e, também, construir uma visão global de maneira teoricamente significativa para o aluno.

Já no tópico quatro, conteúdos curriculares, são expostos conteúdos considerados essenciais à formação matemática. Em ambos os cursos, licenciatura e bacharelado, há alguns conteúdos em comum: cálculo diferencial e integral e álgebra linear. Ainda, a parte comum deve incluir:

- Conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise;
- Conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias;
- Conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática.

Especificamente no curso de bacharelado, por sua vez, seguem outros conteúdos matemáticos como análise complexa e geometria diferencial, e no curso de licenciatura há outros diversos, a saber: Cálculo diferencial e Integral; Álgebra Linear; Fundamentos de Análise; Fundamentos de Álgebra; Fundamentos de Geometria; Geometria Analítica. Além disso, os cursos de licenciatura devem incluir os conteúdos da educação básica, considerados os PCNs, Parâmetros Curriculares Nacionais, para a educação básica.

Por fim, no tópico cinco, são ditas algumas ações que podem ser desenvolvidas enquanto atividades complementares para ambos os cursos.

Um importante grifo é que o parecer CNE/CES 1.302/2001 afirma que o licenciado em Matemática deverá ser capaz de "[...] trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos; [...] perceber a prática docente de Matemática como [...] um espaço de criação e reflexão [...]" (BRASIL, 2001, p. 4). Ainda, este Parecer aborda o estágio na licenciatura afirmando que "o educador matemático deve ser capaz de tomar decisões, refletir sobre sua prática e ser criativo na ação pedagógica, reconhecendo a realidade em que se insere" (BRASIL, 2001, p. 6).

Destas cinco orientações compõe-se os DCNs dos cursos de licenciatura e bacharelado em matemática, base para os PPPs que devem ser elaborados por cada IES que oferecer tais cursos às comunidades. Consideramos importante notar que, nestas diretrizes, não há fórmulas mágicas ou prontas para a elaboração do PPP, apenas guias gerais. Ou seja, as Diretrizes Curriculares Nacionais normatizam as formações mas não fornecem uma fórmula pronta para implantação do curso de graduação: o PPP ainda deve considerar as particularidades da realidade em que a IES está inserida. Assim percebemos tanto a importância dos DCNs enquanto ferramenta normativa nuclear, quanto a importância da elaboração do PPP face à realidade e peculiaridades de cada IES.

Quanto à importância da construção do PPP, esta é sintetizada na resolução CNE/CES 3/2003. Este estabelece que projeto político-pedagógico do curso que explicitará o perfil dos formandos, as competências e habilidades, assim como os conteúdos curriculares. A Resolução CNE/CES 3/2003 estabelece:

> Art. 1º As Diretrizes Curriculares para os cursos de bacharelado e licenciatura em Matemática, integrantes do Parecer CNE/CES 1.302/2001, deverão orientar a formulação do projeto pedagógico do referido curso.
>
> Art. 2° O projeto pedagógico de formação profissional a ser formulado pelo curso de Matemática deverá explicitar:
>
> a) o perfil dos formandos;
>
> b) as competências e habilidades de caráter geral e comum e aquelas de caráter específico;

> c) os conteúdos curriculares de formação geral e os conteúdos de Formação específica;
>
> d) o formato dos estágios;
>
> e) as características das atividades complementares;
>
> f) a estrutura do curso;
>
> g) as formas de avaliação.
>
> Art. 3º A carga horária dos cursos de Matemática deverá obedecer ao disposto na Resolução que normatiza a oferta dessa modalidade e a carga horária da licenciatura deverá cumprir o estabelecido na Resolução CNE/CP 2/2002, resultante do Parecer CNE/CP 28/2001.

Vemos, portanto, que a abordagem de ensino-aprendizagem baseada em resolução de problemas não fica com definição explicitamente a cargo das DCNs, mas estas, contudo, seguem o direcionamento em que a resolução de problemas está inserida: transformação da realidade dos alunos e pleno exercício de cidadania, através, também, da adequada compreensão dos conceitos matemáticos de forma contextualizada à sua vivência. Propomos, para exemplificar isso, uma tabela comparativa a partir das competências esperadas dos formados em licenciatura em matemática e como estas se relacionam às habilidades esperadas nos PCNs, além de como as competências trabalhadas pela abordagem de resolução de problemas estão intimamente correlacionadas à ambas. Na construção da tabela utilizamos os dados extraídos de nossas referências previamente abordadas com ênfase em: resolução CNE/CES 1.302/2001; PCNs (1997); Dante (1991, p.25); Pozo e Echeverría (1988, p.09); Polya (1978); Stanic e Kilpatrick (1989).

TABELA 1. Competências esperadas do Licenciado em Matemática, habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos do Ensino Básico e competências trabalhadas na abordagem resolução de problemas.

COMPETÊNCIAS ESPERADAS DO LICENCIADO EM MATEMÁTICA	HABILIDADES A SEREM DESENVOLVIDAS COM OS ALUNOS DO ENSINO BÁSICO	COMPETÊNCIAS TRABALHADAS NA ABORDAGEM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
Elaborar propostas de ensino-aprendizagem de Matemática para a educação básica.	Espera-se que o aluno possa se apropriar dos signos matemáticos, sendo capaz de relacionar os fatos	Apresentação de situações abertas e sugestivas, que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço

	observados em outras áreas do conhecimento e tratá-los adequadamente, através de representações gráficas, desenhos e outros, objetivando maior correlação explícita da matemática com as situações cotidianas vivenciadas pelos alunos;	para buscar suas próprias respostas e conhecimentos;
Analisar, selecionar e produzir materiais didáticos		
Analisar criticamente propostas curriculares de Matemáticas para a educação básica		
Desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos	Estimular o aluno a entender a semântica matemática, compreendendo o processo de ensino-aprendizagem da matemática não de maneira mecanicista, mas sim a vislumbrando como uma rede de relações entre as diversas áreas do conhecimento	Promoção, nos alunos, do domínio de procedimentos, bem como da utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes;
Perceber a prática docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente		Por meio da resolução de problemas procura-se desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência, a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis;
Conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática		Permitir que o aluno possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela

Fonte: Disperati, 2015.

É importante notar que tais competência e habilidades esperadas, no caso do Licenciado em Matemática, vão ao encontro do que é esperado do aluno ao concluir o ciclo do ensino básico: não poderia ser diferente, tendo em vista que o licenciado em matemática, com uma adequada formação inicial, deve estar capacitado a desenvolver seu trabalho de forma a contribuir para alteração do quadro atualmente enfrentado. Neste âmbito, ainda, é que destacamos a abordagem de resolução de problemas, pois, a partir desta, as competências esperadas podem ser trabalhadas de maneira a, como anteriormente mencionado, “ensinar os alunos a pensar”.

Assim, como visto, a abordagem de resolução de problemas não está explícita nos DCNs, quem pode explicitá-la são os PPPs de cada Instituição de Ensino Superior, face à realidade social em que a IES estiver inserida; porém, a abordagem de resolução de problemas está intimamente ligada aos conceitos que devem ser trabalhados, às habilidades esperadas dos alunos no ensino básico e, portanto, à mudança de paradigma na educação matemática brasileira.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como visto, a importância da abordagem de resolução de problemas, bem como a adequada formação inicial para que o professor esteja plenamente capacitado a trabalhar com tal abordagem, não são dissociadas da realidade educacional: pelo contrário, buscam mudar o quadro atualmente enfrentado pela educação matemática brasileira. Tais ideias têm origem ainda nos anos 80, nos Estados Unidos e, ao menos desde a concepção dos PCNs, instituídos pela Lei 9495/96, têm importância, também, em nosso contexto educacional.

Cabe, aqui, ressaltar novamente que tal abordagem de resolução de problemas, por sua vez, não é vista como um conteúdo a ser ensinado – ou seja, não tratamos a resolução de problemas como mera aplicação dos conceitos previamente abordados, no qual o aluno lê o enunciado, identifica a questão e aplica uma fórmula -, mas, sim, como um veículo para o processo de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos. Como diz Polya, porém, só se torna um bom "resolvedor de problemas", resolvendo-os. As heurísticas de Polya, neste contexto geral, são guias – norteadores para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas. Os passos, por ele descrito, são meios de facilitação do processo de desenvolvimento da habilidade de resolução de problemas. Neste âmbito, concerne ao professor a aprendizagem de tais heurísticas e internalização do processo – o que, novamente, depende de adequada formação inicial.

Já no que tange aos conteúdos abordados na resolução de problemas, especificamente, tais devem ser, como já mencionado, contextualizados e significativos - e aqui, em particular, nos cabe uma citação de Freire,

> Por que não discutir com os alunos a realidade concreta a que se deva associar a disciplina cujo conteúdo se ensina, a realidade agressiva em que a violência é a constante e a convivência das pessoas é muito maior com a morte do que com a vida? Por que não estabelecer uma necessária "intimidade" entre os saberes curriculares fundamentais aos alunos e a experiência social que eles têm como indivíduos? Por que não discutir as implicações políticas e ideológicas de um tal descaso dos dominantes pelas áreas pobres da cidade? A ética de classe embutida neste descaso? Porque, dirá um educador reacionariamente pragmático, a escola não tem nada que ver com isso. A escola não é partido. Ela tem que ensinar os conteúdos, transferi-los aos alunos. Aprendidos, estes operam por si mesmos (FREIRE, 1996, p. 17).

Como visto em nosso item 2.5, realizamos a resolução de um problema específico – com utilização de funções. O domínio deste conteúdo possibilita ao aluno um entendimento de gráficos, tabelas e correlações entre variáveis. Isto, visto de maneira contextualizada à sua realidade, traduz-se em maiores condições de realizar decisões, entender, no contexto social e econômico o que afeta diariamente sua vida. Como afirma Alarcão

> O *empowerment* pessoal, ou seja, a construção do poder pelo cidadão, não se resume meramente à obtenção de mais poder e mais direitos, mas traduz-se na capacidade real para exercer esse poder na construção de uma cidadania participativa (ALARCÃO, 2008, p. 19).

E, novamente citando Freire,

> A educação que se impõe aos que verdadeiramente se comprometem com a libertação não pode fundar-se numa compreensão dos homens como seres "vazios" a quem o mundo "encha" de conteúdos; não pode basear-se numa consciência especializada, mecanicistamente compartimentada, mas nos homens como "corpos conscientes" e na consciência como uma consciência intencionada ao mundo. Não pode ser a do depósito de conteúdos, mas a da problematização dos homens em suas relações com o mundo (FREIRE, 1974, p. 38).

E assim isso se dá não apenas com o conteúdo de funções, mas com todo o conteúdo curricular matemático do ensino básico. Cada um destes conteúdos podem – e devem – ser contextualizados e encarados não como fórmulas abstratas sem significância para os alunos, mas como conhecimentos para a compreensão dos problemas cotidianos, para a inserção do aluno na sociedade, entendendo e correlacionando com os fenômenos sociais, possibilitando, assim, a efetiva consolidação da participação política, democrática e cidadã.

Tal prática, porém, conforme visto, não pode ser desempenhada por um professor que não possua adequada formação inicial. Neste sentido, a legislação dada através do parecer CNE/CES 1.302/2001, Resolução CNE/CP 1/2002 e Resolução CNE/CES 3/2003, fornece um direcionamento para os projetos pedagógicos dos cursos de matemática.

Mais do que isso, ainda, devemos para um fator de vivência não explicitado em qualquer documentação: a importância do trabalho coletivo dos educadores nessa mudança de paradigma educacional. Isso vai de encontro à adequada formação inicial, mas, mais do que isso, vai de encontro à consciência transformadora que cada educador pode internalizar – como já citado por Freire, é de tremenda importância que o papel não seja meramente “depositar” conteúdo no aluno, não seja uma educação bancária, mas, sim, que este seja capaz de problematizar sua realidade e vislumbrar mudanças em sua sociedade.

Após este trabalho surgem, porém, outras dúvidas: como os projetos pedagógicos dos cursos brasileiros de licenciatura em matemática estão abordando a questão de aprendizagem baseada em resolução de problemas? Como se dá a contextualização dos conteúdos matemáticos através da resolução de problemas nas salas de aula do ensino básico do país? Os problemas são ministrados como ponto de partida para a construção de outros conhecimentos ou meramente como reforçadores de conhecimentos prévios? Há resistência, por parte da comunidade acadêmica, para implementação coletiva desta abordagem educacional em detrimento às antigas práticas mecanicistas estabelecidas?

Tais questões, porém, fogem ao escopo deste trabalho, podendo ser encaradas como futuras questões de pesquisa a partir deste.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALARCÃO, I. **PROFESSORES REFLEXIVOS EM UMA ESCOLA REFLEXIVA**. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2008.

BRANDÃO, Z. **PESQUISA EM EDUCAÇÃO. CONVERSAS COM PÓS-GRADUADOS**. Editora Loyola, 2ª ed, 148p. 2002

BRASIL. **PÂRAMETROS CURRICULARES NACIONAIS: CIÊNCIAS DA NATUREZA, MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS**. Ministério da Educação. 1997. Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf, acesso em 12/02/2012 às 15h59min.

BRASIL. **PARECER CNE/CES 1.302/2001**; Despacho do Ministro em 4/3/2002, publicado no Diário Oficial da União de 5/3/2002, Seção 1, p. 15.

BRASIL. **DIRETRIZES CURRICULARES PARA OS CURSOS DE GRADUAÇÃO.** Ministério da Educação. Secretaria de Educação Superior. Brasília, 2004.

BOYER C. **HISTÓRIA DA MATEMÁTICA**. Tradução. Elza Gomide, São Paulo, 2ª Ed. Editora Edgard Blucher.1996

CANAVARRO, A. P, ABRANTES, P. **DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA NUM CONTEXTO DE FORMAÇÃO**. In: Mourão A . P. et. all. V Seminário de Investigação em Educação Matemática – Actas. Associação de professores de Matemática, 1994.

DANTE, L. R. (1991). **DIDÁTICA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA**. São Paulo: Ática. 3. ed.

FREIRE, P. **PEDAGOGIA DO OPRIMIDO**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1974.

FERREIRA DE OLIVEIRA, Maxwell. **METODOLOGIA CIENTÍFICA: UM MANUAL PARA A REALIZAÇÃO DE PESQUISAS EM ADMINISTRAÇÃO**. Catalão: Ufg, 2011.

KELLER, V; BASTOS, C. L.. **APRENDENDO LÓGICA**. 15ª edição. Petrópolis: Editora Vozes, 2000. 179 p.

OLIVEIRA, Poliana Alves de. **RACIOCÍNIO LÓGICO, CONCEITOS E ESTABELECIMENTO DE PARÂMETROS PARA A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA**. FACITEC, 2010.

POLYA, G. **HOW TO SOLVE IT**. Princeton University Press. 1945.

SOARES, Maria Teresa Carneiro; PINTO, Neuza Bertoni. **METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**. Disponível em: http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/metodologia.pdf, acesso em 29/08/2015 às 20h55min.

STANIC, G; KILPATRIC, J. (1989). **HISTORICAL PERSPECTIVES ON PROBLEM SOLVING IN THE MATHEMATICS CURRICULUM**. In R.I. Charles and E.A. Silver

(Eds), The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving, (1-22). USA: National Council of Teachers of Mathematics.

UNESCO. **TIC NA EDUCAÇÃO DO BRASIL**. Disponível em: http://www.unesco.org/new/pt/brasilia/communication-and-information/access-to-knowledge/ict-in-education/, acesso em 28/09/2014 às 15h45min.