



Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem

Julia Macedo de Oliveira Morioka

**São Paulo
2022**

JULIA MACEDO DE OLIVEIRA MORIOKA

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo, a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia - Campus São Paulo, como requisito para a obtenção do Título de Mestra em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro.

São Paulo
2022

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catálogo na fonte
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

m854i	<p>Morioka, Julia Macedo de Oliveira Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem / Julia Macedo de Oliveira Morioka, Julia Macedo de Oliveira Morioka, Julia Macedo de Oliveira Morioka. São Paulo: [s.n.], 2022. 111 f.</p> <p style="text-align: center;">Orientador: Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro</p> <p style="text-align: center;">() - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2022.</p> <p style="text-align: center;">1. Ensino de Matemática. 2. Anos Iniciais. 3. Tha. 4. Campo Conceitual Aditivo. I. Morioka, Julia II. Morioka, Julia III. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo IV. Título.</p> <p>CDD</p>
-------	---

JULIA MACEDO DE OLIVEIRA MORIOKA

**INVESTIGANDO ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CAMPO ADITIVO, A PARTIR DE UMA
TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM**

Dissertação apresentada e aprovada em 28 de outubro de 2022 como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

A banca examinadora foi composta pelos seguintes membros:

PROF. DR. ROGÉRIO MARQUES RIBEIRO

IFSP – *CAMPUS* SÃO PAULO

ORIENTADOR E PRESIDENTE DA BANCA

PROF. DR. ROGÉRIO FERREIRA DA FONSECA

IFSP – *CAMPUS* SÃO PAULO

MEMBRO DA BANCA

PROF. DR. KLINGER TEODORO CIRÍACO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCAR

MEMBRO DA BANCA

AGRADECIMENTOS

Expresso os meus agradecimentos a todos aqueles que, de alguma forma, permitiram que esta dissertação fosse concebida, gestada e nascida.

Início meus agradecimentos a Deus e à Nossa Senhora de Aparecida, que me guiaram, sustentaram e permitiram que, no decorrer de todo o período da minha pesquisa, conseguisse me manter firme no propósito de conclusão.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro, por me acompanhar pacientemente durante o meu processo de escrita.

Aos membros da Banca de Qualificação, composta pelo presidente da Banca, o Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro, do IFSP/Campus São Paulo, pelo Prof. Dr. Klinger Teodoro Ciríaco, da Universidade Federal de São Carlos – UFSCar, e pelo Prof. Rogério Ferreira da Fonseca, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – campus São Paulo - IFSP, pelas relevantes contribuições para o resultado deste trabalho.

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo e a todos os docentes e discentes do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – ENCiMA – IFSP.

Agradeço aos estudantes do 3º ano da EMEF João Domingues Sampaio que participaram como sujeitos de pesquisa da minha investigação.

Gostaria de deixar registrado meu agradecimento ao Colégio Parthenon, instituição na qual sou professora e me concedeu um afastamento para que fosse possível minha total dedicação na escrita do trabalho.

Considerando os agradecimentos ESPECIAIS, agradeço imensamente à minha família, aos meus amigos, aos meus pais e irmãos, que sempre estiveram na torcida.

Finalizando com chave de ouro, agradeço especialmente ao meu marido e parceiro, Paulo Miyoshi Morioka, e aos meus filhos, Guilherme e Maria Clarissa, que me acompanharam em tempo integral durante todo o processo de investigação e concretização da pesquisa.

RESUMO

MORIOKA, JULIA MACEDO DE OLIVEIRA. **Investigando estratégias de resolução de situações- problemas do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.** 2022. 121f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo. São Paulo, 2022.

A presente pesquisa insere-se no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia - *Campus* São Paulo. O objetivo do estudo foi investigar e analisar as estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir da proposta de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA), desenvolvida com um grupo de estudantes do 3º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Considerando esse olhar, a investigação desenvolvida foi do tipo qualitativa. Desse modo, a partir dos interesses e objetivos, destaca-se a pesquisa do tipo Intervenção Pedagógica como sendo a mais adequada, visto que atendeu às expectativas da investigação, em particular, para defender sua pertinência. Chamamos a atenção para seu caráter desenvolvido, uma vez que a pesquisadora investigou sua própria prática em sala de aula. A THA desenvolvida foi pautada na perspectiva de um ensino construtivista, considerando a Teoria dos Campos Conceituais, em especial o Campo Aditivo. Com este estudo, foi possível identificar a variedade de estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo do grupo de estudantes, bem como contribuir para a compreensão e aprendizagem de conceitos de adição e subtração, o que permitiu a elaboração de um produto educacional, de natureza audiovisual, com a finalidade de ser divulgado para os professores, coordenadores e demais profissionais ligados com o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Anos Iniciais. Campo Conceitual Aditivo. THA.



Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

ABSTRACT

MORIOKA, Julia Macedo de Oliveira. **Investigating problem-solving strategies of the additive field, from a hypothetical learning trajectory**. 2022. 110 f. Dissertação (Master's in Science and Mathematics Teaching) – Federal Institute of Education, Science and Technology of São Paulo. Sao Paulo, 2022.

This research is part of the Professional Master's Program in Science and Mathematics Teaching at the Federal Institute of Science and Technology Education - Campus São Paulo. The objective of the study was to investigate and analyze the problem-solving strategies of the additive field from the proposal of a Hypothetical Learning Trajectory (THA), developed with a group of students from the 3rd year of the initial years of Elementary School. Considering this perspective, the investigation developed was qualitative. In this way, from the interests and objectives, the Pedagogical Intervention research stands out as the most appropriate since it met the expectations of the investigation, in particular, to defend its relevance, we call attention to its developed character, since that the researcher investigated her own practice in the classroom. The THA developed was based on the perspective of a constructivist teaching, considering the Theory of Conceptual Fields, especially the Additive Field. With this study, it was possible to identify the variety of strategies for solving problem situations in the additive field of the group of students, as well as contributing to the understanding and learning of addition and subtraction concepts, which allowed the elaboration of an educational product, of an audiovisual nature, with the purpose of being disseminated to teachers, coordinators and other professionals connected with the teaching of Mathematics in the early years of Elementary School.

Keywords: Teaching Mathematics. Initial Years. Additive Conceptual Field. TH.



Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria
produção ou a sua construção”.

Paulo Freire

“Os homens igualam-se na dor e diversificam-se na alegria”.

Carlos Drummond de Andrade

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Busca de periódicos sobre ensino de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	16
Quadro 2 - Pesquisas sobre a temática: Trajetória Hipotética de Aprendizagem	17
Quadro 3 - Pesquisas sobre a temática: “Campo Aditivo”.....	17
Quadro 4 - Situação problema de composição.....	32
Quadro 5 - Situação problema de composição.....	33
Quadro 6 -Situação problema de transformação.....	33
Quadro 7 - Situação problema de transformação.....	34
Quadro 8 - Situação problema de transformação.....	34
Quadro 9 - Situação problema de comparação.....	35
Quadro 10 - Situação problema de comparação.....	35
Quadro 11 - Situação problema de comparação.....	36
Quadro 12 - Situação problema de composição de duas transformações.....	37
Quadro 13 - Situação problema de transformação de uma relação.....	37
Quadro 14 - Situação problema de transformação de duas relações.....	38
Quadro 15 - Ciclo de ensino de Matemática.....	46
Quadro 16 - Tarefa 1.....	61
Quadro 17 - Estratégia dos estudantes para o problema da 1ª classe.....	62
Quadro 18 - Estratégia dos estudantes para o problema da 1ª classe.....	63



Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Quadro 19 - Tarefa 1	66
Quadro 20 - Estratégia dos estudantes para o problema da 1ª classe.....	68
Quadro 21 - Estratégia dos estudantes para o problema da 2ª classe.....	69
Quadro 22 - Estratégia dos estudantes para o problema da 3ª classe.....	71
Quadro 23 - Estratégia dos estudantes para o problema da 4ª classe.....	72
Quadro 24 - Estratégia dos estudantes para o problema da 5ª classe.....	74
Quadro 25 - Estratégia dos estudantes para o problema da 6ª classe.....	76
Quadro 26 - Tarefa 3.....	79
Quadro 27 - Estratégias dos estudantes para o problema da categoria de comparação.....	80
Quadro 28 - Tarefa 4.....	87
Quadro 29 - Estratégias dos estudantes para o problema da categoria da categoria.....	88
Quadro 30 - Tarefa 5.....	92
Quadro 31 - Estratégias dos estudantes para o problema da categoria da categoria.....	94
Quadro 32 - Tarefa 6.....	97
Quadro 33 - Estratégias dos estudantes para o problema da categoria da categoria.....	99

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação com a utilização do algoritmo.....	63
Figura 2 - Representação pictórica seguida de contagem.....	63
Figura 3 - Representação com a utilização do algoritmo.....	65
Figura 4 - Representação pictórica seguida de contagem.....	65
Figura 5 - Representação com a utilização do algoritmo.....	69
Figura 6 - Representação pictórica seguida de contagem.....	69
Figura 7 - Representação com a utilização do algoritmo.....	70
Figura 8 - Representação com a utilização do algoritmo.....	70
Figura 9 - Representação com a utilização do algoritmo de decomposição....	71
Figura 10 - Representação com a utilização do algoritmo.....	71
Figura 11 - Representação pictórica de decomposição.....	73
Figura 12 - Representação com a utilização do algoritmo.....	73
Figura 13 - Representação numérica contagem 1 a 1.....	74
Figura 14 - Representação com a utilização do algoritmo.....	74
Figura 15 - Representação com a utilização do algoritmo.....	76
Figura 16 - Representação com a utilização do algoritmo.....	76
Figura 17 - Representação com correspondência 1 a 1.....	82
Figura 18 - Representação com correspondência 1 a 1.....	82
Figura 19 - Representação com algoritmo convencional.....	82
Figura 20 - Representação com algoritmo convencional.....	82
Figura 21 - Representação com algoritmo convencional.....	82
Figura 22 - Representação com decomposição e representação numérica....	82

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Figura 23 - Representação com correspondência 1 a 1.....	89
Figura 24 - Representação com correspondência 1 a 1.....	89
Figura 25 - Representação com algoritmo convencional.....	89
Figura 26 - Representação com algoritmo convencional.....	89
Figura 27 - Representação com algoritmo convencional.....	90
Figura 28 - Representação com algoritmo convencional.....	96
Figura 29 - Representação com algoritmo convencional.....	96
Figura 30 - Representação com algoritmo convencional.....	96
Figura 31 - Representação com algoritmo convencional.....	96
Figura 32 - Representação com algoritmo convencional.....	100
Figura 33 - Representação com algoritmo convencional.....	100
Figura 34 - Representação com algoritmo convencional.....	100
Figura 35 - Representação com algoritmo convencional.....	100

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	6
2. REVISÃO DA LITERATURA	11
2.1. Metodologia	11
2.2. O Campo Conceitual Aditivo	15
2.3 Trajetória Hipotética de Aprendizagem	18
2.4. Para onde os estudos nos orientam? Pistas para a investigação	21
3. PRESSUPOSTOS TEÓRICOS	23
3.1. Teoria dos Campos Conceituais: principais fundamentos	23
3.1.1. Categorias de relações nas estruturas aditivas	26
3.2. Resolução de problemas	36
3.3. Trajetória Hipotética de Aprendizagem	39
4. PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS	43
4.1. Caracterização da pesquisa	43
4.2. Contexto da pesquisa	46
4.3. Instrumentos para a produção de dados	47
5. PROPOSTA DIDÁTICA DE TAREFAS: IMPLEMENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	51
5.1. Descrição das tarefas e análise das estratégias de resolução dos estudantes	55
5.1.1. Tarefa 1 – Problemas de composição	55
5.1.2. Reflexão sobre a Tarefa 1	61
5.1.3. Tarefa 2 – Problemas de transformação	61
5.1.4. Reflexões sobre a tarefa 2	73
5.1.5. Tarefa 3 - Problemas de Comparação	74
5.1.6. Reflexões sobre a tarefa 3	82
5.1.7. Tarefa 4 - Problemas de transformação	83
5.1.8. Reflexões sobre a tarefa 4	87
5.1.9. Tarefa 5 - Problemas de transformação da quinta categoria	88
5.1.10. Reflexões sobre a tarefa 5	92
5.1.11. Tarefa 6 - Problemas de transformação que envolvem dois estados relativos	93



Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

5.1.12. Reflexões sobre a tarefa 6	97
6. CONSIDERAÇÕES	98
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	100
APÊNDICE A - TALE	104
APÊNDICE B - TCLE	107
PRODUTO EDUCACIONAL	110

1. INTRODUÇÃO

Ao longo da minha jornada como professora dos anos iniciais, sempre estive muito atenta aos sucessos e insucessos ligados à aprendizagem dos meus estudantes. Tive a oportunidade de trabalhar por mais de 20 anos com os anos iniciais, mais especificamente com as turmas do 2º e 3º anos, tanto na rede pública quanto na rede particular.

Em 2008, entrei em contato, pela primeira vez, com a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990; 1994), o que me despertou muito interesse para observar e investigar as diferentes resoluções, ou ausência delas, referentes às situações-problema que envolvem o campo aditivo.

Na rede particular tive a oportunidade de desenvolver algumas sequências didáticas referentes aos problemas que envolvem o campo aditivo, e pude observar o quanto os estudantes necessitavam de intervenções para ler, interpretar a situação posta, selecionar, organizar e calcular os dados presentes na consigna, e, por fim, encontrar uma estratégia de resolução adequada.

Na rede pública, as atividades propostas referentes à resolução de problemas sempre estiveram previstas nos livros didáticos, que muitas vezes apresentam uma organização por capítulos, sendo um só de adição, um de subtração e outros que contemplam os demais eixos, tais como: Espaço e forma e Grandezas e Medidas.

Ao retomar minhas memórias, lembro-me bem que uma questão sempre muito presente quando os estudantes se deparavam com as situações problemas a resolver, era: “Prô, é conta de mais ou de menos?” E posso explicitar que essa sempre foi uma questão que me incomodava muito ter que respondê-la e, muito provavelmente, consciente ou inconscientemente, foi o que me provocou a pensar e investigar a respeito das estratégias que os estudantes poderiam utilizar para resolver situações problemas do campo aditivo.

Neste contexto, destaco que a motivação para a realização desta investigação surgiu a partir das inquietações vivenciadas ao longo de mais de 20 anos atuando como professora na Educação Básica com estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que me levaram à reflexão sobre a minha prática docente, possibilitando-me observar que alguns problemas que envolvem o ensino e a aprendizagem da Matemática têm se mantido presentes em sala de aula

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

ao longo dos anos. Em particular, destaco aqueles que se referem à resolução de problemas do campo aditivo.

Embora haja diferentes estudos que tratam dessa temática, como os trabalhos realizados por Vergnaud (1990, 1994), Magina, Santana e Merlini (2015) e por Santana (2012), considero ser importante apresentar novas discussões e estratégias que possam contribuir para o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos envolvidos no campo aditivo. Nesse sentido, a presente investigação tem como uma de suas finalidades promover a discussão no âmbito dos processos de ensino e aprendizagem do campo aditivo, considerando sua abordagem nos anos iniciais¹.

Com relação à discussão acerca da resolução de problemas do campo aditivo nos anos iniciais, é possível observar, na sala de aula, que ainda há muitas possibilidades de serem exploradas, de maneira a contribuir com os processos cognitivos nas situações de aprendizagem, e que vão além da proposição de "exercícios" que pouco promovem o avanço nas estratégias de resolução de problemas. Por exemplo, os trabalhos desenvolvidos por Vergnaud (1990, 1994) revelam que a maior ou menor dificuldade na resolução de problemas aditivos está principalmente relacionada ao nível da cognição do aluno, o que, na maioria das vezes, não se dá de forma espontânea e independe de seu nível de escolaridade e, por essa razão, pode-se perceber um consenso entre pesquisadores (MAGINA, 2001; SANTANA, 2012), ao destacarem que a construção de diferentes significados pelos estudantes demanda tempo e ocorre pelo desenvolvimento de diferentes raciocínios.

Vergnaud (1998) ressalta, também, que as competências e concepções dos alunos se constroem ao longo do tempo, e a partir de experiências com um grande número de situações, tanto dentro quanto fora da escola, e os estudantes, quando confrontados com uma nova situação, tentam adaptar conhecimentos adquiridos anteriormente a essa nova situação, e esses conhecimentos, por sua vez, tanto podem ser explícitos, no sentido de que os alunos podem expressá-lo de forma simbólica, quanto implícito, no sentido de como podem usá-lo em ação, escolhendo operações adequadas, sem, contudo, conseguirem expressar as razões dessa adequação (VERGNAUD, 1994).

¹ Para evitar repetição, passarei a utilizar o termo anos iniciais para me referir aos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Tendo em mente essas discussões, e levando em conta o fato de que ainda há muitas possibilidades de serem exploradas, de maneira a contribuir com os processos cognitivos nas situações de aprendizagem do campo aditivo, destaca-se que esta pesquisa tem como objetivo contribuir para o desenvolvimento de diferentes estratégias de resolução de problemas do campo aditivo, mediante a proposta de tarefas, organizadas dentro de uma sequência de situações-problema, articuladas por meio de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) desenvolvida com um grupo de estudantes do terceiro ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para tanto sublinham-se os seguintes objetivos específicos: (i) propor tarefas elaboradas a partir da elaboração de uma THA; (ii) analisar as estratégias apresentadas pelos estudantes na resolução das situações-problema do campo aditivo; (iii) problematizar, validar e ampliar as diferentes estratégias de resolução das situações-problema do campo aditivo.

Segundo Simon (1995), a THA consiste em um estabelecimento de objetivos para a aprendizagem dos estudantes, tanto por meio de tarefas matemáticas para promover a aprendizagem quanto pelo levantamento de hipóteses sobre o processo de aprendizagem dos alunos.

Vale aqui distinguir o que estou nomeando de tarefa e de atividade, visto que serão termos bastante utilizados no decorrer do texto.

As Normas Profissionais para o Ensino da Matemática (NCTM, 1991/1994) consistem em um documento de grande importância, empenhado na concretização de uma nova orientação curricular para o ensino da Matemática, o qual também assume a distinção entre tarefa e atividade, e ressalta que:

As tarefas são os projetos, questões, problemas, construções, aplicações, e exercícios em que os alunos se envolvem. Elas fornecem os contextos intelectuais para o desenvolvimento matemático dos alunos. (p. 20)

De forma mais explicitada, e corroborando com a definição anterior, Ponte (2014, p.) destaca que:

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

[...] as tarefas são ferramentas de mediação fundamentais no ensino e na aprendizagem da Matemática. Uma tarefa pode ter ou não potencialidades em termos de conceitos e processos matemáticos que pode ajudar a mobilizar. Pode dar lugar a atividades diversas, conforme o modo como for proposta, a forma de organização do trabalho dos alunos, o ambiente de aprendizagem, e a sua própria capacidade e experiência anterior. Pelo seu lado, uma atividade corresponde a uma ou mais tarefas realizadas no quadro de uma certa situação. É pela sua atividade e pela sua reflexão sobre essa atividade que o aluno aprende mas é importante ter presente que esta depende de dois elementos igualmente importantes: (i) a tarefa proposta; e (ii) a situação didática criada pelo professor.

Ressalto, assim, que ao propor as tarefas aos alunos, no desenvolvimento da pesquisa, estou considerando a definição formulada por Ponte (2014), a qual contribuiu para a compreensão sobre as finalidades que poderiam ser atribuídas às tarefas.

Considerando as discussões propostas por Simon (1995) e por Vergnaud (1990, 1993, 1994, 1996, 1998), articuladas, ressalto que estas foram norteadoras para a promoção da investigação realizada, no âmbito dos processos de ensino e aprendizagem do campo aditivo, uma vez que a construção de uma THA, envolvendo tarefas referentes a este campo conceitual, podem ser vista como uma potente ferramenta para o ensino e aprendizagem das diferentes estratégias de cálculo de adição e subtração nos anos iniciais.

A partir dessas considerações, destaco que para melhor descrever a investigação realizada, a apresentação da pesquisa está dividida em seis capítulos, além da Introdução, na qual são apresentadas as motivações, as justificativas, os objetivos do estudo e algumas pesquisas que serviram como referências para o seu desenvolvimento.

Assim, no primeiro Capítulo, é apresentada a revisão da literatura, a qual evidencia as diferentes pesquisas realizadas na área da Educação Matemática voltada para os anos iniciais, e, mais especificamente, no que se refere à resolução de situações-problema envolvendo o campo aditivo e o desenvolvimento de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

No segundo Capítulo apresenta-se o referencial teórico que fundamenta a investigação realizada, tanto em relação às pesquisas que investigam questões didáticas sobre o campo conceitual aditivo quanto aquelas que discutem a aprendizagem dos estudantes no que se refere às questões pertinentes a resolução de situações-problema do campo aditivo.

Já no terceiro Capítulo, delimita-se o tipo de pesquisa que será realizada; em seguida, apresentam-se as informações contextuais sobre o cenário e o ambiente de investigação. Por

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

fim, é descrito o contexto da investigação, a exposição dos instrumentos que foram utilizados para a produção dos dados e as tarefas, as quais estão organizadas em uma sequência de situações-problema que foram desenvolvidas com os estudantes em sala de aula.

O quarto Capítulo apresenta uma proposta de tarefas, caracterizada por uma sequência de situações-problema pertencentes ao campo aditivo, a qual foi elaborada durante o desenvolvimento da pesquisa, reavaliada e replanejada.

No quinto Capítulo são expostas as considerações sobre a investigação realizada, e o sexto Capítulo apresenta o Produto Educacional produzido a partir da investigação realizada.

Investigando estratégias de resolução de situações- problemas do campo aditivo, a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

2. REVISÃO DA LITERATURA

A produção do conhecimento, por ser feita de forma coletiva (LÉVY, 1993 *apud* BRIZOLA; FANTIN, 2016), requer alguns cuidados por parte de quem se propõe a realizar uma pesquisa, pois, quase sempre, ao se propor realizá-la, pretende-se abordar algum viés que complemente, aprofunde ou, por vezes, até conteste aquilo que outros pesquisadores já afirmaram.

Esse entendimento promove a compreensão sobre a importância da revisão da literatura para a formulação de um problema de pesquisa, haja vista a necessidade de se identificarem lacunas, consensos e controvérsias a respeito de determinada temática, e essa identificação poderá evitar futuros desconfortos e surpresas negativas, como a pesquisa, em essência, não apresentar nenhuma contribuição para a temática ou para a área de conhecimento à qual está articulada.

Considerações dessa natureza asseguraram que a revisão da literatura fosse realizada de forma cuidadosa, contribuindo tanto para a identificação dos trabalhos já realizados sobre a temática investigada quanto para a delimitação do problema da pesquisa. Destaca-se, assim, que neste capítulo são elencados alguns dos estudos realizados que contribuíram para ampliar a compreensão sobre as temáticas Teoria dos Campos Conceituais e Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem.

A partir dessa revisão, realizou-se uma seleção, considerando, inicialmente, a leitura dos títulos e dos resumos dos trabalhos encontrados e, posteriormente, uma leitura mais aprofundada dos títulos selecionados, com a finalidade de destacar aqueles "[...] a serem utilizados, para efeito de comparação, na discussão dos resultados por ele obtidos [...]" (MAZZOTTI; GERWANDSZNAJDER, 2000, *apud* BRIZOLA; FANTIN, p. 03, 2016), e o resultado dessa seleção é apresentado nas seções a seguir descritas.

2.1. Metodologia

A pesquisa ao Banco de Dados no Catálogo de Artigos, Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES - foi realizada entre os meses de abril e junho de 2021, utilizando-se como principal descritor as palavras “Ensino

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

de Matemática dos anos iniciais”, onde foram encontrados registros de 310 publicações de periódicos revisados por pares. A fim de refinar a pesquisa, uma nova busca com os termos “Situações Problemas do Campo Aditivo nos Anos Iniciais” foi realizada e os resultados apontaram 124 publicações. Com a intenção de reduzir e especificar ainda mais os resultados, uma nova procura foi realizada com os descritores “Trajetória Hipotética da Aprendizagem e o Campo Aditivo” e os resultados apontaram 34 resultados.

Quadro 1 - Busca de periódicos sobre ensino de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental; “Trajetória Hipotética da Aprendizagem e o Campo Aditivo” no período de 2000 a 2020.

Passo	Palavras inseridas	Resultados
1º passo	Ensino da Matemática nos Anos Iniciais	310
2º passo	Situações Problemas do campo aditivo nos Anos Iniciais	124
3º passo	Trajetória Hipotética da Aprendizagem e o Campo Aditivo”	34

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

No intuito de otimizar os dados, optei por fazer um recorte, utilizando o aprimoramento de resultados (da plataforma) voltados para a área de concentração de Ensino de Matemática em Programas de Pós-graduação em Nível de Mestrado em Educação e em periódicos com Qualis A e B. Contudo, dentre as produções encontradas, muitos não atendiam à necessidade da pesquisa, provocando a necessidade de uma leitura atenta, minuciosa e criteriosa dos textos.

Durante a realização dessa revisão da literatura, consideraram-se como critérios de inclusão as seguintes condições: (i) pesquisas realizadas no Ensino Fundamental I; (ii) trabalhos que mostrassem a investigação com foco nas aprendizagens dos estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental; (iii) investigações com o campo aditivo e o desenvolvimento de THA (trajetória hipotética da aprendizagem) com estudantes.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

O refinamento da pesquisa apresentou 11 resultados relevantes, sendo três sobre a temática Trajetória Hipotética da Aprendizagem e nove contemplando o Campo Aditivo.

Quadro 2 - Pesquisas sobre a temática: Trajetória Hipotética de Aprendizagem

Classificação	Periódico/Base de dados	Título	Autores
B1	https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10826	Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções trigonométricas numa perspectiva construtivista	Luciane Santos Rosebaum
	http://www.biblioteca digital.uel.br/document/?code=vtls000198094	Frações e suas operações: resolução de problemas em uma trajetória hipotética de aprendizagem	Rogéria Malacrida Menotti
B1	https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11430	Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções logarítmicas	Patrick Oliveira de Lima

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Quadro 3 - Pesquisas sobre a temática: “Campo Aditivo”

Classificação	Periódico/Base de dados	Título	Autores
B1	v. 13 n. 32 (2020): Perspectivas da Educação Matemática	Futuros professores de Matemática nos Anos Iniciais e suas estratégias diante de problemas do campo conceitual aditivo	Veridiana Rezende Fábio Alexandre Borges

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

B1	Revista: Educação Matemática Pesquisa (online)	A pesquisa na sala de aula de matemática das séries iniciais do ensino fundamental.	Sandra Magina
B1	Revista: Educação Matemática Pesquisa (online) V.20 N. 1 2018	Significados produzidos por professoras de matemática: a influência da organização do currículo prescrito	Júlio César Gomes de Oliveira Marcio Antonio da Silva
B1	Revista: Educação Matemática Pesquisa (online) V.19 N.2 2017	A contextualização no ensino de matemática: concepções e práticas	Ana Queli Mafalda Reis Cátia Maria Nehring
B1	Revista: Educação Matemática Pesquisa (online) v.20, n. 1 2018	Situações-problema elaboradas por professores dos anos iniciais	Jaqueline Santana de Souza Santos Vera Lucia Merlini
	https://repositorio.pucs.p.br/jspui/handle/handle/11446	Estruturas aditivas: o suporte didático influencia a aprendizagem dos estudantes	Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana
	https://repositorio.pucs.p.br/jspui/handle/handle/10244	Aulas de Matemática: resolução de problema no 1º ano do Ensino Fundamental	Ana Paula Hanke da Silveira
	XI Encontro Nacional de Educação Matemática Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013	Resolução de problemas do campo aditivo por alunos de quinto ano de uma escola pública da cidade de São Paulo	Jose Fernando Fernandes Pereira

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Considerando os levantamentos realizados e destacados nos quadros anteriores, nas seções seguintes são apresentadas as discussões presentes nos referidos trabalhos encontrados na literatura, acerca do Campo Conceitual Aditivo e da Trajetória Hipotética de Aprendizagem.

2.2. O Campo Conceitual Aditivo

O tema adição e subtração nos anos iniciais, historicamente, tem se configurado como objeto de estudo de diversos pesquisadores (VERGNAUD, 1990; NUNES, 2002; CAMPOS, 2004; CAMPOS et. al., 2007; MAGINA et. al., 2008), e apesar de se observar a existência de uma ampla literatura sobre esse tema, destaca-se a importância de se produzirem estudos em contextos particulares, como o que se realizou nesta investigação.

Considerando que os conceitos de adição e subtração são apresentados aos estudantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e tendo em conta as premissas da Teoria dos Campos Conceituais, compreende-se que um determinado conceito não está totalmente isolado e, nesse sentido, em particular, adição e subtração são partes do mesmo campo conceitual, o qual Vergnaud denominou de Estruturas Aditivas (VERGNAUD, 1990), e que também ficou conhecido como Campo Conceitual Aditivo (MOREIRA, 2004). Assim, a partir desse recorte na literatura, são apresentadas, a seguir, as discussões propostas por alguns pesquisadores, cujos resultados de suas pesquisas também nortearam a construção desta investigação.

O artigo *A pesquisa na sala de aula de matemática das séries iniciais do ensino fundamental*, de Magina e Campos (2004), se revelou de grande relevância para a minha investigação, pois, apresenta, no que se refere ao Campo Aditivo, o resultado de testes aplicados a 248 estudantes do 3º ano dos anos iniciais, além de apresentar uma conceitualização dos problemas relacionais na estrutura analítica no ensino matemático, sua aplicação e proposta nos anos iniciais.

Os dados obtidos pelas pesquisadoras evidenciam tanto a dificuldade, por parte dos estudantes, em selecionar a operação correta para resolver o problema proposto, como a dificuldade deles em compreender o estado inicial na interpretação do problema. Magina e Campos (2004), em suas considerações finais, destacam a importância de o professor

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

considerar a possibilidade de se utilizarem outros conteúdos, como medidas e representações gráficas, e de se optar por estruturas de raciocínio mais complexas e sofisticadas, quando são realizados trabalhos no campo aditivo.

Destaca-se, ainda, que a investigação realizada por essas pesquisadoras foi estruturada nas quatro operações matemáticas básicas, e sua relevância também está no aspecto sobre como ela foi elaborada, desenvolvida, aplicada e conceitualizada, considerando, ainda, sua importância para a escola pública e sua estrutura de trabalho.

Os pesquisadores Rezende e Borges (2007), no artigo intitulado *Futuros professores de Matemática nos Anos Iniciais e suas estratégias diante de problemas do campo conceitual aditivo*, apresentam um estudo específico no que se refere ao ensino da Matemática por meio da resolução de problemas do campo conceitual aditivo, porém, o foco da investigação não foi no desenvolvimento de novos conceitos com os alunos, mas sim nas problemáticas que estão estabelecidas na formação dos professores oriundos dos cursos de Pedagogia e da Licenciatura em Matemática.

Os pesquisadores justificam a importância da investigação realizada pela necessidade de que haja discussões acerca da estrutura do ensino da Matemática, e na investigação proposta isso se deu a partir da análise das entrevistas obtidas com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Pública do estado do Paraná, as quais destacaram que os entrevistados não tiveram boas experiências com a Matemática enquanto estudantes da Educação Básica, e que optaram pela área educacional por falta de opções em suas cidades.

Os resultados obtidos, a partir da análise dos testes aplicados, contribuíram para uma melhor compreensão dos problemas presentes no campo conceitual aditivo, e revelaram, ainda, algumas dificuldades dos professores participantes no que se refere ao ensino de diferentes conceitos e conteúdos matemáticos, como: aspectos dos valores posicionais, contagem, operações inversas, uso de vírgulas e respostas incoerentes.

Na tese intitulada *Estruturas aditivas: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?* de Santos (2010), o objetivo da pesquisa foi avaliar as contribuições que uma sequência de ensino baseada na classificação proposta pela Teoria dos Campos Conceituais traz para o domínio do Campo Aditivo por estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental I

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

(atualmente corresponde ao 4º ano do Ensino Fundamental). Diante dos resultados obtidos, o pesquisador concluiu que a utilização de uma sequência de ensino construída com base na classificação proposta na Teoria dos Campos Conceituais permite que os conceitos aditivos sejam trabalhados de maneira gradativa com os estudantes, isto é, os conceitos aditivos podem ser ensinados segundo o grau de dificuldade e complexidade. A principal contribuição que a sequência de ensino trouxe para os estudantes foi a apropriação e, conseqüente, a expansão das Estruturas Aditivas.

Na dissertação intitulada *Aulas de Matemática: resolução de problema no 1º ano do Ensino Fundamental*, de Gualdi, (2015), a pesquisadora observou que a resolução de problemas não é uma prática adotada nas escolas, pois, sua pesquisa aponta, ao contrário, que geralmente as escolas propõem-se a promover a resolução de cálculos mecânicos, acreditando que os estudantes conseguirão, assim, resolver diferentes problemas fazendo uso apenas dos algoritmos.

A pesquisadora destaca, ainda, que normalmente os estudantes dos anos iniciais resolvem problemas que pouco oferecem desafios ou promovem discussões acerca das estratégias a serem utilizadas nas resoluções dos problemas. Um fator considerável nessa dinâmica é a lacuna na formação inicial dos professores para ensinar Matemática nos anos iniciais, e destaca, também, que parte desse problema se deve ao fato de muitos professores darem mais atenção à área de Língua Portuguesa, por considerarem que, na área de Matemática, para os anos iniciais, seja suficiente apenas ensinar as quatro operações matemáticas básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), ou seja, a simples aplicação de algoritmos.

No artigo intitulado *A incongruência entre as palavras do enunciado do problema e a operação usada para resolvê-lo: uma contribuição para o debate*, os pesquisadores Magina, Santana e Merlini (2015) apresentam uma investigação que está centrada nos estudantes dos anos iniciais, e realizam uma análise do desempenho e dos resultados matemáticos dos estudantes no Brasil, considerando um recorte temporal que vai desde 1970 até os estudos realizados até 2021. As pesquisadoras destacam, ao longo do artigo, a necessidade de que sejam realizadas mais pesquisas com base no campo matemático, e fazem uma crítica ao próprio trabalho, reconhecendo que investigaram poucas situações.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Nas considerações finais do trabalho as pesquisadoras destacam que, a partir de incongruências nos enunciados de problemas que necessitam do uso de situações aditivas, o resultado deixa explícita a estrutura linguística utilizada na elaboração de problemas matemáticos, destacados os termos “mais”, “ganhar”, “receber”, em sentido de adição, e muitas vezes mal utilizados e associados a outros termos que confundem o estudante no momento de seleção das operações.

Ressalta-se a importância do estudo realizado por essas pesquisadoras, haja vista que as situações-problema apresentadas destacam de modo prático quando estão presentes congruências no enunciado e como seu uso consciente facilita a interpretação do estudante quando ele se depara com as questões propostas para resolução.

Considerando a leitura desses trabalhos, os quais foram desenvolvidos com diferentes objetivos, pôde-se perceber que seus propósitos foram semelhantes no que se refere a: (i) investigar de que forma os estudantes estão resolvendo, elaborando, argumentando e sistematizando os conceitos referentes a resolução dos problemas do campo aditivo; (ii) revelar que ainda há espaço para se investigar as estratégias utilizadas pelos estudantes, quando estes resolvem problemas do campo aditivo.

Essas leituras permitiram observar, ainda, diferentes formas de analisar e categorizar as dificuldades apresentadas pelos estudantes, assim como possibilitaram uma análise sobre algumas abordagens didáticas dos números naturais e das operações aritméticas para a sala de aula. Ressalta-se, também, que as discussões presentes nas diferentes investigações realizadas trazem contribuições para subsidiar professores no ensino da Matemática, e, com isso, orienta a um aprofundamento sobre a Teoria dos Campos Conceituais.

2.3 Trajetória Hipotética de Aprendizagem

Tendo em vista que a proposta deste estudo é desenvolver uma sequência de tarefas elaboradas a partir da perspectiva apresentada por Simon (1995), para o desenvolvimento de uma THA realizou-se uma revisão da literatura considerando os trabalhos desenvolvidos na área de Educação Matemática e que utilizam a construção de THA como elemento norteador, cujo resultado passamos a descrever a seguir.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Na dissertação intitulada *Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções logarítmicas*, de Lima (2009), o autor tem como interesse principal da investigação o de evidenciar como se dá o processo de planejamento e realização do ensino, numa perspectiva construtivista de aprendizagem. A pesquisa contou com a colaboração de dois professores de Matemática de uma escola pública estadual de São Paulo e sua atuação junto de 80 alunos do Ensino Médio. Na pesquisa foi desenvolvida uma THA sobre funções logarítmicas, buscando envolver situações contextualizadas, interdisciplinares e constituídas por atividades de resolução de problemas, envolvendo aplicações em situações do cotidiano, em outras áreas de conhecimento e internas à própria Matemática.

Na dissertação “*Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções trigonométricas numa perspectiva construtivista*” de Rosenbaum (2010), a autora tem como objetivo verificar como compatibilizar perspectivas construtivistas de aprendizagem com o planejamento do ensino de Funções Trigonométricas e como as pesquisas na área de Educação Matemática, que trazem resultados importantes sobre a aprendizagem dos estudantes. O estudo foi realizado com 70 alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública do Estado de São Paulo.

Salienta-se que a pesquisa teve como fundamentação teórica os trabalhos de Simon (1995) sobre o uso de THA no ensino de Matemática para formular modelos de ensino baseados no construtivismo. Os resultados obtidos possibilitam concluir que o uso de pesquisas contribui para a organização do ensino de Funções Trigonométricas. No entanto, é necessário favorecer o acesso dos professores a tais pesquisas. Verificou-se, também, que embora as THA sejam potencialmente ricas, é complexa a tarefa de elaboração de atividades para que se efetive uma aprendizagem numa perspectiva construtivista.

A THA elaborada não é suficiente para que a aprendizagem ocorra, pois, a atuação do professor tem papel decisivo na mediação da construção do conhecimento dos seus alunos. Da mesma forma, constatou-se que a interação entre alunos, e estes com o professor, são essenciais para uma aprendizagem significativa.

Já a dissertação intitulada “*Frações e suas operações: resolução de problemas em uma trajetória hipotética de aprendizagem*”, de Menotti (2014), destaca a importância do levantamento do conhecimento prévio dos estudantes para o planejamento das ações a serem

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

desenvolvidas na THA. Essa investigação teve como objetivo principal apresentar uma proposta didática por meio de uma THA, orientada pela resolução de problemas, visando ao ensino de números racionais, e, em especial, aos números fracionários, com foco em algumas das relações existentes entre suas representações. Para a investigação foram propostas tarefas para serem desenvolvidas com estudantes do 7º ano, os quais possuíam noções sobre as frações, possibilitando a ampliação de seu conhecimento e propiciando uma aprendizagem em uma perspectiva construtivista.

As atividades desenvolvidas na investigação foram propostas ora em grupos, ora em duplas, e até mesmo individualmente, dependendo, sempre, da intenção do professor, que também efetivou um contrato didático com o intuito dos estudantes se comprometerem a arriscar-se ou, até mesmo errar, para ser possível a construção da THA. Nesse processo, coube ao professor realizar a mediação do processo, retomando e reformulando as aprendizagens sempre que necessário, e aos estudantes coube o levantamento de hipóteses e a identificação de diferentes possibilidades na resolução das atividades propostas.

É importante ressaltar que, embora o público-alvo das investigações citadas anteriormente não seja o público de interesse para a minha pesquisa, foi interessante observar que, mesmo com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental ou do Ensino Médio, o planejamento das atividades propostas, a mobilização dos conhecimentos prévios, a interação entre os estudantes e a figura do professor mediador foram essenciais para o desenvolvimento da THA e da efetiva aprendizagem significativa. Sendo assim, destaco que essa experiência está sendo considerada na presente investigação.

Ressalta-se, novamente, que embora as pesquisas citadas não tenham como público-alvo os estudantes dos anos iniciais, suas leituras possibilitaram tanto observar que a elaboração de trajetórias hipotéticas de aprendizagem proporcionaram momentos de reflexão a respeito de como ensinar Matemática, como apresentaram possíveis questionamentos que podem surgir quando um estudante se depara pela primeira vez com um problema cuja resolução necessita de um determinado conteúdo matemático que ele desconhece, ou seja, para o qual ele não dispõe de conhecimento para lidar com o problema.

Deve-se evidenciar, ainda, que foi possível observar que, em situações dessa natureza, ao professor cabe realizar um trabalho em sala de aula para criar condições para que o

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

estudante consiga construir seu próprio conhecimento a partir dos seus conhecimentos prévios. Outro aspecto que merece destaque, a respeito da elaboração de uma THA, está no fato de que ela representa um processo contínuo, uma vez que sempre é possível surgir uma dúvida ou questionamento não previsto pelo professor durante a construção da THA, e para o qual ele precise encontrar maneiras de lidar com esse questionamento no momento da aula.

Destaca-se, assim, que a revisão da literatura sobre esta temática contribuiu sobremaneira para a construção da presente investigação, a qual se caracteriza pela elaboração e desenvolvimento de uma THA envolvendo a resolução de problemas do campo conceitual aditivo.

Considera-se que, a partir da construção de uma THA, é razoável levar em conta todas as implicações ao longo do desenvolvimento das atividades propostas, como o papel e a função do erro apresentado pelos estudantes do grupo investigado, assim como a análise da mediação realizada pelo professor no momento da realização das atividades.

2.4. Para onde os estudos nos orientam? Pistas para a investigação

Diante da revisão bibliográfica realizada, foi possível perceber o quanto a temática pautada na resolução de situações problemas do campo aditivo merece luz e atenção dos professores, principalmente nos anos iniciais.

Considerando as pesquisas selecionadas, os resultados mostram o quanto os estudantes, apesar de estarem em contato com situações didáticas que propõem a resolução de situações problemas, não apresentam bom desempenho no entendimento dos enunciados, assim como também não demonstram sucesso na resolução das situações-problema propostas. Sendo assim, as investigações revelam o quanto ainda é frágil o ensino da Matemática nos anos iniciais, principalmente quando nos referimos às ideias que estão envolvidas nas resoluções dos problemas do campo aditivo.

As ideias às quais me refiro são chamadas de representações. Para Nunes (2010), as representações de ações como juntar e retirar são esquemas de ação que permitem à criança resolver, de modo prático, questões como adição e subtração.

Vergnaud (1982) chamou essa forma de conhecimento, que permite uma proposição considerada como verdadeira sobre o real, de “teoremas em ação”. São esses teoremas em

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

ação que constituem o conhecimento matemático que as crianças desenvolvem em sua vida diária. Esse conhecimento, formado a partir da experiência cotidiana, é a base sobre a qual o ensino de matemática deve ser construído.

Parte dos estudos, citados anteriormente, mostram que muitas das situações-problema propostas pelos professores dos anos iniciais normalmente estão focadas na resolução por meio do algoritmo convencional, ou seja, uma resolução por meio de cálculos mecânicos que normalmente não proporcionam a argumentação entre os estudantes e a construção de conceitos matemáticos importantes.

No que se refere à THA, a pesquisa demonstrou que os anos iniciais não aparecem como público alvo pesquisado, o que me leva a acreditar na potência da minha investigação, visto que para a construção de uma THA se faz necessário a articulação entre diversos aspectos, tais como: (i) selecionar o conteúdo adequado, de acordo com o currículo; (ii) a adequação à faixa etária e aos estudantes pesquisados, considerando os conhecimentos prévios necessários; (iii) elaboração de tarefas que ofereçam um grau de desafio possível; (iv) o “olhar” atento do professor e sua prática intencional, no intuito de mediar e promover uma aprendizagem significativa.

Assim, em linhas gerais, pode-se ressaltar que esta pesquisa se propôs exatamente a promover a articulação entre o aprender e o ensinar. Mediante a elaboração de uma THA, considerando todos os aspectos envolvidos nessa trajetória, composta por uma sequência de tarefas envolvendo situações-problema do campo aditivo, tenho a intenção de investigar as estratégias de resolução que os estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental utilizam ao resolverem situações problemas do campo aditivo, bem como analisar a mediação do professor pesquisador ao longo desse processo.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

3. PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Neste capítulo, apresenta-se o referencial teórico que fundamenta a investigação realizada, tanto em relação às pesquisas que investigam questões didáticas sobre o campo conceitual aditivo quanto aquelas que discutem a aprendizagem dos estudantes no que se refere às questões pertinentes a resolução de situações-problema do campo aditivo.

3.1. Teoria dos Campos Conceituais: principais fundamentos

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC), desenvolvida pelo francês Gérard Vergnaud, é uma teoria cognitivista que se reporta à construção de conceitos como fundamento principal. Apesar de Gérard Vergnaud ter sido um discípulo de Piaget, a teoria elaborada por ele se diferencia dos estudos piagetianos, haja vista que a TCC considera, também, a análise do desenvolvimento do conhecimento específico do conteúdo. Pode-se observar que esse acontecimento decorre do fato de que Piaget não tinha uma preocupação com relação ao conteúdo, uma vez que não era intenção dele escrever para a área de Educação. Ressalta-se, no entanto, que, sem dúvida, esse fato não desconsidera o prestígio das contribuições de Piaget para a Educação.

Deve-se evidenciar, também, que apesar da teoria desenvolvida por Gérard Vergnaud ser considerada como neopiagetiana, de outro modo, ela apresenta aspectos da teoria de Vygotsky, e estes aspectos podem ser percebidos na importância que Vergnaud (1998) deu para elementos como a linguagem, a interação social e a simbolização, além da relevância dada por ele ao conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal, quando é conveniente ao professor realizar intervenções para que o estudante amplie seus esquemas e seja capaz de construir novos conhecimentos.

Para Vergnaud (1996a *apud* CEDRAN; KIOURANIS, 2019, p. 66), "[...] o conhecimento de um indivíduo se constrói à medida que ele consegue estabelecer relações e conceitualizar determinadas situações ou problemas, que necessitam de teoremas de níveis diferentes". Nesse sentido, a questão da conceitualização perpassa não somente questões de caráter teórico, mas também se dá por meio de uma estreita dialetização entre o empírico e o teórico, e isso se evidencia não somente na construção dos conceitos pelos sujeitos, mas, também, na construção histórica dos princípios matemáticos (VERGNAUD, 1996 *apud*

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

CEDRAN; KIOURANIS, 2019). Dessa forma, a TCC se configura como "[...] uma teoria psicológica do conceito, ou melhor, da conceitualização do real, que permite situar e estudar as filiações e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual" (VERGNAUD, 1996, p.133).

A Teoria dos Campos Conceituais também tem como foco estruturar princípios sobre a aprendizagem e o desenvolvimento de competências que são elaboradas em diversos âmbitos, por exemplo, na escola e no seu meio externo (VERGNAUD, 1996). Sendo assim, podemos dizer que além de auxiliar na organização das intervenções pedagógicas, a TCC tem como objetivos principais:

descrever e analisar a complexidade progressiva, a longo e médio prazo, das competências matemáticas que os alunos desenvolvem dentro e fora da escola; e (ii) estabelecer melhores conexões entre a forma operacional de conhecimento, que consiste na ação no mundo físico e social e na forma predicativa do conhecimento, que consiste nas expressões linguísticas e simbólicas desse conhecimento (VERGNAUD, 2009, p. 83).

Isto posto, pode-se inferir que a Teoria dos Campos Conceituais se faz valer em um contexto em que várias proposições e conceitos são previstos, de forma que esta teoria possa ser compreendida e significada nos contextos da Educação.

Na perspectiva de Vergnaud (1996), um campo conceitual é ao mesmo tempo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos: o conjunto de situações, cujo domínio progressivo pede uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão; o conjunto de conceitos, que contribui com o domínio dessas situações. Esses conceitos formam, aliás, sistemas, cuja organização é progressiva, e eventualmente jamais acabada.

No caso das estruturas multiplicativas, Magina et. al (1997), levando em consideração as ideias de Vergnaud (1983, 1988, 1991), e tendo como apoio os resultados de pesquisa, já apontava a multiplicação, divisão, fração, razão, proporção e números racionais como os vários conceitos matemáticos presentes nesse campo conceitual. Mais recentemente, a partir de novos resultados de pesquisa, Magina, Santos e Merlini (2011), complementam a lista dos conceitos envolvidos nesse campo, identificando a razão, 4ª proporcional, Combinação, Relação um para muitos, divisão como partição, divisão como cota, entre outros,

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

considerando que eles podem ser trabalhados dentro de situações de proporcionalidade simples, comparação multiplicativa, produto cartesiano, e pode, ainda, haver misturas entre essas situações, gerando problemas bi-lineares e de proporção múltiplas.

Devido à grande diversidade de conceitos envolvidos nesse campo conceitual, ele faz parte de um conhecimento que o estudante adquirirá a médio e longo prazo, devendo ser proposto ao longo de todos os anos do Ensino Fundamental.

Já em relação às estruturas aditivas, Vergnaud (1990, 1996, 2009), a partir de suas pesquisas, propôs que os problemas que tradicionalmente eram referenciados como “problemas de adição” e “problemas de subtração” fossem reunidos em um só grupo, denominado “problemas do campo aditivo”, e, em seus estudos, considerando a atividade cognitiva, propõe que as situações-problemas sejam classificadas de uma nova forma: a partir das ideias que elas envolvem, e não mais por uma operação.

Assim, os problemas do campo aditivo devem ser entendidos como aqueles que envolvem ideias de adição e de subtração, sendo considerados pertencentes a uma mesma família, a um mesmo campo conceitual. Ao se enveredar pela leitura dessa teoria, observa-se que, considerando os problemas do campo aditivo, existem tipos de problemas mais complexos que outros, mas as complexidades apresentadas não se devem ao fato de os problemas serem “de adição” ou “de subtração”, ou mesmo por envolverem números grandes ou pequenos (embora este seja um fator importante a ser considerado), mas se deve ao fato de estarem baseados em três elementos, que podem ser estados, transformações ou relações.

A Teoria dos Campos Conceituais tem sido apresentada em diferentes investigações que envolvem os estudantes dos anos iniciais, haja vista a importância de se discutir, nesse nível de ensino, as operações matemáticas do campo conceitual aditivo e do campo conceitual multiplicativo. Apesar da gama de trabalhos produzidos, envolvendo esses dois campos conceituais, destaca-se que para esta investigação houve uma preocupação apenas com aqueles que tratam do campo conceitual aditivo, haja vista que esse é o foco das discussões durante o desenvolvimento desta investigação.

3.1.1. Categorias de relações nas estruturas aditivas

Vergnaud (1982, 1991, 1996) restringe a análise das relações aditivas a seis relações ternárias² fundamentais, e deixa evidente tal restrição ao afirmar que "[...] as relações aditivas são relações ternárias que podem encadear-se de diversas maneiras e oferecem uma grande variedade de Estruturas Aditivas [...]" (VERGNAUD, 1991, p. 164, tradução minha³).

As seis relações ternárias apresentadas pelo autor estão baseadas na articulação entre três elementos – que podem ser estados, transformações ou relações – que se entrelaçam de maneira a gerar a estrutura de situações-problema aditivas. Segundo Vergnaud (1982, p. 39-42), "[...] a classificação em seis categorias leva em conta as considerações matemáticas e psicológicas [...]".

Para o autor, as considerações psicológicas referem-se ao fato do conhecimento estar organizado em campos conceituais, cujo domínio, de parte do aprendiz, ocorre ao longo de um largo período de tempo, por meio da experiência, pela maturidade e pela aprendizagem, enquanto as considerações matemáticas possibilitam a promoção de situações-problema que são resolvidas por meio da mesma operação numérica, porém, apresentam estruturas bem diferentes. Essas situações geralmente são trabalhadas em sala de aula, mas geralmente sendo consideradas apenas como situações-problemas de adição e/ou de subtração.

Apesar de Vergnaud (1982) apresentar esses dois focos, destaca-se que, nesta investigação, foi considerado apenas um olhar para as considerações matemáticas, haja vista o interesse em investigar e promover avanços nas estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo.

Para melhor problematizarmos a ideia de situação proposta por Vergnaud (1993), vamos analisar as duas situações a seguir:

Situação 1: Marcos tem dois tipos de revistas em quadrinhos. Ele tem 11 revistas da turma da Mônica e 7 do Sítio do Pica-pau amarelo. Quantas revistas em quadrinhos o Marcos tem no total?

Situação 2: Ontem, Felipe tinha 11 figurinhas. Hoje, ele ganhou 7 figurinhas de seu pai. Quantas figurinhas Felipe tem agora?

² “Relaciones ternarias: relacionan tres elementos entre si.” (VERGNAUD, 1991, p. 164).

³ “Las relaciones aditivas son relaciones ternarias que pueden encadenarse de diversas maneras y ofrecer una gran variedad de estructuras aditivas; [...]” (VERGNAUD, 1991, p. 164).

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Nas duas situações o estudante tem de realizar cálculos numéricos, como a operação $11 + 7 = 18$, a qual é válida para as duas situações. Entretanto, vamos analisar separadamente cada uma delas. Assim, pode-se observar que a estrutura da primeira situação envolve uma composição de dois diferentes tipos de revistas (duas partes) que formam o total de revistas de Marcos (o todo). Dessa forma, tem-se que na primeira situação podem ser trabalhados conceitos como: o de juntar, o de compor, o de medida de um conjunto e o de adição.

A estrutura da segunda situação envolve uma mudança na quantidade de figurinhas, ou seja, Felipe tinha inicialmente uma quantidade de figurinhas (estado inicial), então foram acrescentadas algumas (transformações), e ele passou a ter uma outra quantidade (estado final). Nessa situação podem ser trabalhados conceitos como: o de transformação, o de estado, o de medida de um estado e o de adição.

Como a compreensão da criança se mostra em suas ações, sem que ela saiba explicar oralmente, Vergnaud (1982) chamou essa forma de conhecimento de “teoremas em ação”, e ressalta que são esses teoremas em ação que constituem o conhecimento matemático que as crianças desenvolvem em sua vida diária. Para o autor, esse conhecimento, formado a partir da experiência cotidiana, é a base sobre a qual o ensino de matemática deve ser construído.

Analisando as duas situações, é possível concluir que diferentes conceitos podem ser trabalhados, em cada uma delas, além da operação de adição, dependendo do tipo de situação proposta, como pudemos observar pelos exemplos. Além disso, para interpretar e resolver tais situações, o estudante precisa, necessariamente, compreender alguns dos conceitos que estão presentes.

É importante destacar, ainda, que o conceito de situação utilizado por Vergnaud (1993) não é o de situação didática. Para Vergnaud (1993), uma situação é compreendida como uma tarefa, ou um conjunto de tarefas, e quanto mais complexa for uma situação, mais ela deverá ser analisada como uma combinação de tarefas, e o estudante, para resolvê-las, terá que conhecer suas naturezas e dificuldades próprias.

Salienta-se, também, que em um determinado campo conceitual, como o campo aditivo, há uma pluralidade de situações possíveis, e os conhecimentos dos estudantes são ajustados a partir das situações que encontram e gradativamente dominam. Para Vergnaud (1996), muitas concepções que temos, enquanto indivíduos, são oriundas das primeiras

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

situações que fomos capazes de dominar, ou mesmo de nossa experiência tentando modificá-las.

Assim, Vergnaud (1996) destaca que tanto os processos cognitivos quanto as respostas dos estudantes são realizados em função das situações com as quais eles se deparam, e estas são responsáveis pelo sentido que é atribuído ao conceito pelos estudantes, e, por esta razão, um conceito torna-se significativo para eles a partir de uma diversidade de situações. Além do mais, esse autor considera que as situações dão sentido aos conceitos, como citado anteriormente, mas o sentido não está nas situações em si, assim como não está nas palavras ou nos símbolos matemáticos.

Por meio dessas discussões, provenientes dos diferentes estudos de Vergnaud (1996), os quais foram citados anteriormente, pode-se inferir que: (i) é diante de situações que um conceito ganha sentido; (ii) a resolução das situações decorre dos esquemas construídos pelos estudantes, e suas representações evidenciam quais relações o estudante é capaz de estabelecer entre o conceito e a situação; (iii) é desejável que sejam apresentadas diferentes situações aos estudantes; (iv) o professor tem papel fundamental, quer seja na escolha, na elaboração ou na aplicação das situações diferenciadas, quer seja nas mediações que realiza no processo de construção dos conhecimentos dos estudantes.

Retomando a discussão de Vergnaud (1991) sobre as relações ternárias, citadas anteriormente, destaca-se que o autor as nomeou da seguinte forma: (i) composição; (ii) transformação; (iii) comparação; (iv) composição de duas transformações; (v) transformação de uma relação; (vi) composição de duas relações. A seguir, passo a descrever cada uma delas, juntamente com um exemplo que as caracteriza.

1- Composição: nessa categoria estão incluídas as situações-problema que têm, em sua estrutura, duas partes que compõem um todo. Dessa forma, é possível relacionar as partes e o todo, ou seja, podem ser apresentados aos estudantes os valores de duas partes e se perguntar o valor do todo, por exemplo. Alternativamente, pode-se informar o valor do todo e de uma das partes e se perguntar o valor da parte restante.

Vejamos os exemplos ⁴a seguir:

(a) *Bete ganhou R\$5,00 de sua mãe e R\$6,00 de seu pai para ir brincar no parque.*

⁴ Exemplos adaptados do livro NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra; BRYANT, Peter. **Educação Matemática: Números e operações numéricas**. SP: Cortez Editora, 2005.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Com quantos reais Bete foi brincar no parque?

O Quadro 4 ilustra esse exemplo. Nessa situação são conhecidas as partes e se procura o todo. Tem-se, então:

Quadro 4 - Situação problema de composição

(Cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: parte; parte; e todo)

Parte - R\$ 5,00	Parte - R\$ 6,00	Todo - ? valor total
------------------	------------------	----------------------

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

(b) Márcio tem 13 brinquedos, sendo carrinhos e jogos. Sete são jogos. Quantos são os carrinhos?

O Quadro 5 ilustra esse exemplo. Nessa situação são conhecidas uma das partes e o todo, e se procura a outra parte. Tem-se, então:

Quadro 5 - Situação problema de composição

(Cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: parte; parte; e todo)

Parte 7 carrinhos	Parte ? jogos	Todo 13 brinquedos
----------------------	------------------	-----------------------

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

2- Transformação: nessa categoria estão inclusas todas as situações-problema que possuem, em sua estrutura, um estado inicial e uma transformação que levam a um estado final.

Veja os exemplos a seguir:

(a) Carmem tinha 15 pirulitos. Deu 3 desses pirulitos para o seu primo. Com quantos pirulitos Carmem ficou?

O Quadro 6 ilustra esse exemplo. Nessa situação são conhecidos o estado inicial, a transformação, e se procura o estado final. Ocorre uma transformação negativa sobre o estado inicial. Tem-se, então:

Quadro 6 - Situação problema de transformação

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

(Cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: estado inicial; transformação; e estado final)

Estado inicial 15 pirulitos	Transformação negativa (- 3 pirulitos)	Estado final ? pirulitos
--------------------------------	---	-----------------------------

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Pode haver uma situação com essa mesma estrutura (na qual se busca o estado final) e a transformação ser positiva. Veja a situação a seguir:

(b) Rita tinha 8 livros de histórias infantis em seu armário. Ela ganhou alguns da prima. Depois, Rita contou seus livros e viu que ficou com 15. Quantos livros ela ganhou da prima?

O Quadro 7 ilustra esse exemplo. Na situação acima são dados o estado inicial, o estado final, e se procura a transformação. Ocorre uma transformação positiva sobre o estado inicial. Tem-se, então:

Quadro 7 - Situação problema de transformação

(Cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: estado inicial; transformação; e estado final)

Estado inicial 8 livros	Transformação positiva ? livros	Estado final 15 livros
----------------------------	------------------------------------	---------------------------

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Pode haver uma situação com essa mesma estrutura (na qual se busca a transformação) e a transformação ser negativa.

Veja a situação a seguir:

(c) Maria tinha algumas revistas em quadrinhos. Sua madrinha deu 6 revistas para ela. Maria ficou com 19 revistas em quadrinhos. Quantas revistas em quadrinho Maria tinha antes?

O Quadro ilustra esse exemplo. A situação acima traz a transformação e o estado final, e se procura o estado inicial. Ocorre uma transformação positiva sobre o estado inicial.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Tem-se, então:

Quadro 8 - Situação problema de transformação

(Cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: estado inicial; transformação; e estado final)

Estado inicial ? revistas	Transformação positiva 6 revistas	Estado final 19 revistas
------------------------------	--------------------------------------	-----------------------------

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Pode haver situação com essa mesma estrutura (na qual se busca o estado inicial) e a transformação ser negativa.

Conforme os exemplos anteriores, na categoria transformação pode-se buscar o estado inicial, a transformação ou o estado final. Por outro lado, a transformação pode ser positiva ou negativa, e assim pode-se ter um total de seis tipos diferentes de situações-problema na categoria transformação, sendo dois para cada elemento da relação ternária.

3- Comparação: nessa categoria é possível relacionar duas quantidades, comparando-as, denominadas por Vergnaud (1991, 1996) de medida; relação; e medida, ou seja, temos uma relação que liga duas medidas.

Veja os exemplos a seguir:

(a) *Cláudio tem R\$ 9,00 e Vinícius tem R\$ 5,00 a mais que ele. Quantos reais tem Vinícius?*

O Quadro ilustra esse exemplo. Nessa situação-problema é dada uma medida, uma relação e se procura a outra medida. Existe uma relação positiva entre as duas medidas.

Tem-se, então:

Quadro 9 - Situação problema de comparação

(Cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: medida; relação; e medida)

Medida Cláudio tem 9 reais	Relação positiva 5 reais	Medida Vinícius ? reais
-------------------------------	-----------------------------	----------------------------

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Pode haver uma situação com essa mesma estrutura (na qual se busca uma das medidas) e a relação ser negativa.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

(b) Heitor e José ganharam dinheiro de seus padrinhos. Heitor ganhou R\$ 14,00 e José ganhou R\$ 23,00. Quem ganhou menos reais? Quantos reais a menos?

O Quadro 10 ilustra esse exemplo. Na situação-problema, são dadas as duas medidas e se procura a relação. Existe uma relação negativa entre as medidas. Tem-se:

Quadro 10 - Situação problema de comparação

(Cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: medida; relação; e medida)

Medida R\$ 23,00 de José	Relação negativa (- ? reais)	Medida R\$ 14,00 de Heitor
-----------------------------	----------------------------------	-------------------------------

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Pode haver uma situação com essa mesma estrutura (onde se busca a relação) e a relação ser positiva.

(c) Taís tem dinheiro para comprar seu lanche. E Vera tem R\$ 4,00 a mais que Taís. Sabendo que Vera tem R\$ 9,00, quantos reais tem Taís?

O Quadro 11 traz uma medida e a relação, e se procura a outra medida.

Quadro 11 - Situação problema de comparação

(Cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: medida; relação e medida, a relação é positiva)

Medida em Reais? Taís	Relação positiva + R\$ 4,00	Medida R\$ 9,00 de Vera
--------------------------	--------------------------------	----------------------------

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Pode haver uma situação com essa mesma estrutura (onde se busca a relação) e a relação ser negativa.

Conforme os exemplos das situações de comparação, pode-se buscar a medida de referência, a relação ou a medida referida. Por outro lado, a relação pode ser positiva ou negativa, e assim pode-se ter um total de seis tipos diferentes de situações-problema na categoria comparação, sendo dois para cada elemento da relação ternária.

Ressalta-se que há uma diferença básica entre as duas últimas categorias (transformação e comparação), e Vergnaud (1982) apresenta o seguinte motivo para

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

diferenciá-las: "Encontrei a necessidade de distinguir a categoria de transformação da categoria de comparação, para destacar a diferença entre transformações dinâmicas e relações estáticas" (VERGNAUD, *Ibid.*, p. 43, tradução minha)⁵.

Vale ressaltar que segundo o autor, na transformação, o que relaciona o estado inicial com o final é uma transformação dinâmica. Essa é chamada de dinâmica pela sua natureza de proporcionar uma mudança de estado, um movimento. Na comparação existe uma relação entre as medidas (referência e referida), e esta é uma relação estática, ou seja, já se encontra estabelecida.

4 - Composição de duas transformações: nessa categoria são dadas duas transformações e se busca uma terceira (transformação – transformação – transformação), que será determinada por meio de uma composição. Vergnaud (1991, p. 167, tradução minha) se refere a situações dessa natureza dizendo que “[...] duas transformações se compõem para dar lugar a uma transformação⁶”.

Veja o exemplo a seguir:

(a) João tem bolas de gude. E ganhou 5 bolas de seu amigo. João resolveu dar 3 bolas de gude para seu primo. Em quantas bolas aumentou a quantidade de gudes de João?

O Quadro 12 ilustra esse exemplo. São duas transformações, uma positiva e a outra negativa, e se procura uma terceira que é resultado direto da composição feita entre as duas que foram dadas. Tem-se, então:

Quadro 12 - Situação problema de composição de duas transformações

(Cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: transformação; transformação; e transformação)

Transformação 1 (positiva) Ganhou 5	Transformação 2 (negativa) Deu 3	Composição das transformações Aumentou?
--	-------------------------------------	--

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Pode haver uma situação com essa mesma estrutura e as transformações variarem

⁵ I have found it necessary to distinguish this category from Category II to highlight the difference between dynamic transformations and static relationships. (VERGNAUD, 1982, p. 43).

⁶ “[...] dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación”. (VERGNAUD 1991, p. 167).

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

entre serem todas positivas ou serem todas negativas.

5 - Transformação de uma relação: nessa categoria são dadas uma relação estática e uma transformação, e se busca outra relação que é gerada quando a transformação dada opera sobre a relação estática dada (relação – transformação – relação).

Veja o exemplo a seguir:

(a) Rafael devia 11 gudes a Pedro. Ele pagou 5 gudes a Pedro. Quantas gudes Rafael ainda deve a Pedro?

O Quadro 13 ilustra esse exemplo. Na situação-problema são dadas uma relação estática negativa e uma transformação positiva. Por meio da transformação dada se busca uma nova relação estática. Tem-se, então:

Quadro 13 - Situação problema de transformação de uma relação
(Cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: relação; transformação; e relação)

Relação estática (negativa) Devia 11	Transformação positiva Pagou 5	Relação estática Ficou devendo?
---	-----------------------------------	------------------------------------

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Pode haver uma situação com essa mesma estrutura (onde se busca a relação) e variarem a relação e a transformação dada da seguinte forma: relação negativa com transformação negativa; relação positiva com transformação positiva; relação positiva com transformação negativa.

6 - Composição de duas relações: em relação a essa categoria Vergnaud (1991, p. 168) afirma “[...] duas relações estáticas se compõem para dar lugar a outra relação estática”. Assim, nessa categoria são dadas duas relações estáticas e se busca uma terceira que será gerada pela composição dessas duas.

Veja o exemplo a seguir:

(a) João deve 7 figurinhas a Rodrigo. E Rodrigo lhe deve 3. Então, quantas figurinhas João deve a Rodrigo?

O Quadro 14 ilustra esse exemplo. Na situação-problema acima, tem-se, então:

Quadro 14 - Situação problema de composição de duas relações

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

(Cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: relação; relação; e relação)

Relação estática Deve 7	Relação estática De haver 3	Relação estática Deve?
----------------------------	--------------------------------	---------------------------

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Pode haver uma situação com essa mesma estrutura e que variem as relações estáticas dadas entre positivas e/ou negativas.

As diferentes situações-problema apresentadas nesta seção, que exemplificam as relações aditivas propostas por Vergnaud (1982), enfatizam conceitos inerentes à Estrutura Aditiva, como: juntar, retirar, transformar e comparar. Tais conceitos fazem parte da estrutura das situações, e, por esta razão, os estudantes necessitam mais do que saber resolver operações numéricas; eles precisam ter competência para solucionar diferentes tipos de situações e com diversos níveis de complexidade.

Desse modo, o professor, ao abordar o campo aditivo com os estudantes, deve considerar a relação existente entre o conjunto de conceitos compreendidos nos problemas propostos, e não se limitar apenas à ênfase no cálculo numérico.

Os conceitos inerentes à adição e à subtração, explicitados anteriormente, vão sendo construídos pelo estudante, quando confrontado com uma variedade de situações, e estas situações, conforme sua estrutura, podem ser classificadas de diferentes formas, tais como: problemas de relação entre o todo e suas partes; problemas inversos de relação parte-todo; problemas que envolvem uma transformação; problemas que envolvem uma composição; problemas de comparação.

As discussões propostas neste capítulo explicitam que o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas representa o conjunto das situações cujo tratamento e solução exige apenas o recurso à adição ou subtração, ou a composição destas operações, bem como o conjunto dos conceitos e teoremas que possibilitam a análise dessas situações como tarefas matemáticas (VERGNAUD, 1996; 2014).

Como será apresentado a seguir, enfatizar o raciocínio não significa deixar de lado o cálculo na resolução de problemas, significa calcular de diversas formas, com estratégias pessoais, compreendendo as propriedades das estruturas aditivas e das operações de adição e

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

subtração.

3.2. Resolução de problemas

Considerando que toda prática pedagógica deve ser intencional, quando nos referimos à resolução de problemas não poderia ser diferente. Minha intenção é apresentar a importância do trabalho pedagógico nas aulas de Matemática realizado por meio da resolução de problemas, numa visão que busca superar práticas com características tradicionalistas⁷, e que ainda lidam com a Matemática como mero treino de exercícios e procedimentos.

É fato que a expressão "resolução de problemas" não está limitada apenas aos conteúdos matemáticos. Outras áreas do conhecimento podem propor tarefas com problemas como meio para ensinar ou proporcionar ao aluno que faça suas próprias descobertas. A atividade de resolver problemas também está presente na vida das pessoas, exigindo soluções que muitas vezes requerem estratégias de enfrentamento.

Pensando nos estudantes dos anos iniciais, temos que considerar as principais características da faixa etária, visto que a resolução de problemas permeia as relações afetivas, sociais e a relação de ensino e aprendizagem. Os estudantes dos anos iniciais normalmente necessitam de considerável mediação do professor para realizarem as diferentes tarefas que lhes são propostas. Tarefas estas que não estão limitadas a uma única área do conhecimento e, por isso, também podem ser consideradas propostas pedagógicas, via resolução de problemas.

Algumas situações, aparentemente simples, que compõem o fazer diário dos estudantes dentro da escola, podem tornar-se complexas para os estudantes dos anos iniciais. Por exemplo: realizar tarefas em equipe, saber o momento de ouvir e falar dentro de uma roda de conversa, organizar e zelar pelo próprio material escolar e realizar o uso devido de cada um deles, respeitar as regras de convivência, considerando que a sala de aula/escola é um espaço coletivo, compartilhar saberes entre os pares, dentre outras situações que estão sempre presentes no cotidiano escolar e que entre os estudantes menores necessitam de mediação constante do professor, para que aos poucos consigam se apropriar desses procedimentos e atitudes.

⁷ Se caracteriza por ser um ensino onde o professor detém o conhecimento e a prática pedagógica acontece com aulas expositivas, exercícios sistematizados e decora de procedimentos e fórmulas, sem se preocupar com a compreensão do conteúdo.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Os exemplos mencionados acima são considerados situações reais de resolução de problemas, visto que, no dia a dia, os estudantes estão em contato direto com uma demanda que se faz necessária, mas que nem sempre os estudantes dão conta de forma tranquila e autônoma, carecendo de intervenção e auxílio para conseguirem resolver o problema que está posto no momento.

Considerando as ideias apresentadas, pode-se dizer que o aprendizado pautado na resolução de problemas auxilia o estudante a enfrentar novas e diversas situações que são inerentes à vida e à outras áreas do conhecimento, além da Matemática.

De acordo com Echeverria (1998, p. 43):

Esta relação entre Matemática e solução de problemas parece estar implícita tanto nas crenças populares como em determinadas teorias filosóficas, psicológicas e em determinados modelos pedagógicos. Entretanto, ela torna-se particularmente evidente a partir dos anos 80. Desde essa época, o objetivo fundamental do ensino de Matemática na maioria dos currículos ocidentais parece ser que o aluno se transforme em um “solucionador competente de problemas”.

Sendo a resolução de problemas uma oportunidade de potencializar a atividade intelectual humana, julga-se que o aluno capaz de resolver problemas, isto é, raciocinar e pensar matematicamente, é aquele que também terá sucesso em outras áreas do conhecimento e desenvolverá sua capacidade de raciocínio de forma geral.

Polya (1977) foi um dos grandes nomes no ensino da Matemática quando estabeleceu um novo método para a resolução de problemas, propondo quatro etapas a serem seguidas: (i) compreensão do problema; (ii) estabelecimento de um plano; (iii) execução do plano; (iv) verificação da solução. O autor considera que resolver um problema é quando o indivíduo está perante uma questão do qual não pode dar a resposta utilizando-se dos seus conhecimentos imediatos. Para ele, “[...] resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado” (POLYA, 1977, p. 1).

Posteriormente, outros autores (ONUCHIC, ALLEVATO, 2004; BRITO, 2006; ECHEVERRIA, 1998) se concentraram nos estudos de resolução de problemas, porém, com menos ênfase nos procedimentos e resultados, e dando mais relevância aos conhecimentos matemáticos adquiridos no processo de resolução. Nesta nova perspectiva, os problemas são tomados como ponto de partida, sendo entendidos como desafios que permitem ao aluno

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

relacionar, elaborar ideias e princípios matemáticos.

Pozo (1998), que tem um posicionamento alinhado com os autores citados, destaca que a resolução de problemas é uma situação que exige do aluno uma tomada de decisão e um esforço para buscar suas próprias respostas, construindo assim seu próprio conhecimento, e ressalta, ainda, que

[...] uma tarefa qualquer (seja Matemática ou não Matemática) não constitui um problema. Para que possamos falar da existência de um problema, a pessoa que está resolvendo essa tarefa precisa encontrar alguma dificuldade que a obrigue a questionar-se sobre qual seria o caminho que precisaria seguir para alcançar a meta (POZO, 1998, p. 48).

Nesse sentido, resolver problema seria o ponto de partida da atividade do aluno, buscando no seu conhecimento prévio, meios para se definir as novas estratégias a serem utilizadas naquela situação a fim de se chegar a uma solução.

Na perspectiva de tomar a resolução de problemas como ponto de partida não basta apenas buscar uma solução matemática, mas fazer matemática, ou seja, os alunos devem ter oportunidades de formular hipóteses, tentar e solucionar problemas desafiadores de modo que reflitam e construam seus próprios conhecimentos.

Onuchic e Allevato (2004, p.222) defendem que esta ideia:

[...] baseia-se na observação de que a compreensão aumenta quando o aluno é capaz de: relacionar uma determinada ideia Matemática a um grande número ou a uma variedade de contextos, relacionar um dado problema a um grande número de ideias Matemáticas implícitas nele, construir relações entre as várias ideias Matemáticas contidas num problema.

Sendo assim, a construção de conceitos matemáticos acontece de modo mais significativo quando se resolvem problemas desafiadores e propiciam a compreensão dessas ideias. Nesse sentido, a resolução de problemas deixa de ter um caráter especificamente heurístico e passa a ser compreendida como um “ensinar por meio de”, transferindo o foco para o determinado conceito a ser ensinado.

Tendo em mente esses pressupostos, deve-se ressaltar a articulação dessas discussões com a intencionalidade proposta por esta pesquisa, uma vez que se tem o interesse em identificar e analisar, justamente, as estratégias que os estudantes do 3º ano apresentam ao resolverem situações-problema que envolvem conceitos matemáticos do Campo Aditivo.

Assim, pode-se destacar que a sequência de tarefas, proposta para esta pesquisa, está

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

atrelada à perspectiva de ensinar por meio da resolução de situações-problema, considerando as seis categorias do Campo Aditivo, as quais foram elaboradas levando-se em consideração o conhecimento do perfil do grupo de estudantes e os conteúdos matemáticos previstos para o 3º ano dos anos iniciais.

Ressalta-se, ainda, que as tarefas foram organizadas num grau crescente de complexidade, tanto no campo da execução como no que diz respeito ao conceitual, considerando as grandezas numéricas e as características que determinam as situações-problema como de composição, de transformação e de comparação, sem deixar de salientar que contemplam uma grande variedade de situações-problema do Campo Aditivo.

As propostas de ensino da Matemática por meio da resolução de problemas fundamentam-se na ideia de que os alunos que confrontam problemas utilizam-se dos seus conhecimentos prévios para resolvê-los, e que, nesse processo, constroem um novo conhecimento. Assim, entende-se que na resolução de problemas os alunos mobilizam suas diversas capacidades intelectuais, elaboração de estratégias, protagonismo, interpretação, dentre muitos outros aspectos da Matemática. É a oportunidade de cada um fazer e descobrir a Matemática. Os desafios dados aos alunos, nessa perspectiva, permitem a oportunidade de descobrir e construir conceitos, princípios e ideias matemáticas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004).

Nessa concepção, os conhecimentos prévios dos alunos são fundamentais, visto que eles são desafiados a elaborar suas próprias estratégias para a solução de cada problema, baseando-se nos seus conhecimentos já adquiridos. Sendo assim, pode-se destacar os ganhos e os benefícios de propostas pedagógicas que envolvam a resolução de problemas e promovam a aprendizagem de forma significativa.

3.3. Trajetória Hipotética de Aprendizagem

Para Simon (1995), a noção de Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA), como parte do seu modelo para o ensino de Matemática, tem como base a reconstrução de práticas construtivistas para a construção dos conceitos, e se refere aos percursos que o estudante percorre na construção do conhecimento, seguindo dois caminhos: o primeiro, em que o professor tem dificuldade de identificar os mecanismos de aprendizagens dos estudantes; e o

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

segundo, sobre os aspectos em que a aprendizagem é adquirida em processos de resignificação pelos estudantes.

Simon (1995) ressalta que numa THA os objetivos necessitam estar claros e declarados aos estudantes, pois, assim, será possível definir quais conceitos deverão ser apreendidos. Para esse autor, a partir da definição dos objetivos, estabelece-se uma sequência de aprendizagens pela qual os estudantes deverão ser desafiados e ser capazes de novas formulações. Tem-se, assim, que uma THA é constituída tanto pelos objetivos para a aprendizagem quanto pelas tarefas matemáticas que serão utilizadas para promover a aprendizagem dos alunos (SIMON, 1995). Ademais, no trabalho produzido por Simon e Tzur (2004), os autores ressaltam a compreensão de tarefas como um processo de construção de um novo conceito na perspectiva da reflexão sobre a atividade-efeito, a qual é realizada numa trajetória hipotética de aprendizagem.

Para Traldi e Rosembaum (2010, p. 374):

A trajetória se refere aos caminhos que os alunos devem seguir para a construção dos conhecimentos pretendidos. [...] o termo “hipotético” compreende duas perspectivas: a que entende que o professor tem acesso apenas às hipóteses dos conhecimentos dos alunos, isto é, não consegue acessar diretamente o conhecimento dos aprendizes e a outra perspectiva, para fazer referência ao prognóstico, à expectativa do professor, a respeito de como a aprendizagem será processada pelos alunos.

A observação realizada por esses autores, durante a pesquisa, possibilitou que eles constatassem o aumento da participação ativa dos estudantes após o uso da THA, o que possibilitou a redução, de forma considerável, das intervenções que a professora necessitava realizar ao longo de todo o processo de ensino e aprendizagem. Porém, vale ressaltar a importância da atuação do professor enquanto mediador ao longo de todo processo de ensino e aprendizagem, principalmente no âmbito escolar da Educação Básica.

As discussões propostas por Traldi e Rosembaum (2010) corroboram a importância de se considerar, no processo de elaboração de uma THA, as seguintes premissas propostas por Simon (1995):

➤ A elaboração de uma THA é baseada na compreensão do conhecimento atual dos estudantes envolvidos.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

- Uma THA é um veículo para planejar a aprendizagem de conceitos matemáticos específicos.
- Tarefas matemáticas fornecem ferramentas para promover o aprendizado de matérias. Portanto, conceitos-chave são uma parte importante do processo de aprendizagem.
- Devido à natureza hipotética e inerentemente incerta deste processo, o professor está regularmente envolvido na modificação de todos os aspectos da THA.

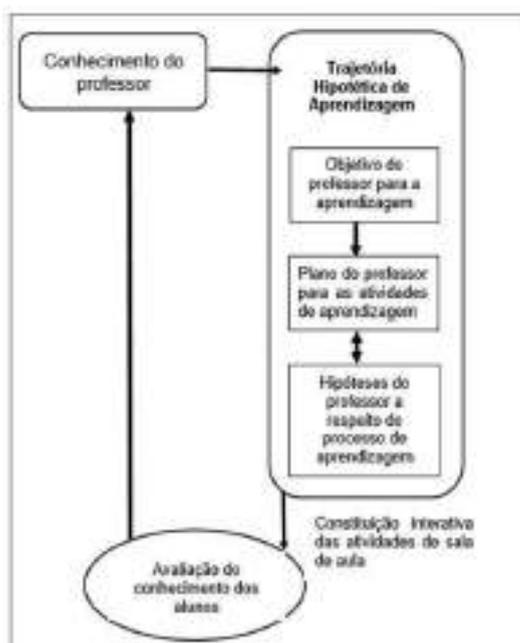
Essas premissas auxiliam a compreensão de que durante o desenvolvimento de uma THA com os estudantes, um objetivo inicial planejado pode ser modificado e, que quando os estudantes se engajam nas atividades planejadas, os professores devem estar atentos às considerações daqueles, pois estas considerações contribuirão para a análise da percepção dos estudantes sobre o conceito em estudo.

Pode-se ilustrar essa situação a partir de uma analogia presente no trabalho de Simon e destacada por Pires (2009), que diz o seguinte:

Considere que você tenha decidido viajar ao redor do mundo para visitar, na sequência, lugares que você nunca tinha visto. Ir para a França, depois para o Havaí, depois Inglaterra, sem uma série de itinerário a seguir. Antes, você adquire conhecimento relevante para planejar sua possível jornada. Você faz um plano. Você pode inicialmente planejar toda a viagem ou uma única parte dela. Você estabelece sua viagem de acordo com o seu plano. No entanto, você deve fazer constantes ajustes, por causa das condições que irá encontrar. Você continua a adquirir conhecimento sobre a viagem e sobre as regiões que você deseja visitar. Você muda seus planos a respeito da sequência do seu destino. Você modifica o tamanho e a natureza de sua visita, de acordo com o resultado da interação com as pessoas no decorrer do caminho. Você adiciona os destinos à sua viagem e que não eram de seu conhecimento. O caminho que você utilizará para viajar é sua "trajetória". O caminho que você antecipa em algum ponto é a sua "trajetória hipotética" (SIMON, 1995 *apud* PIRES, 2009, p. 158).

Julga-se importante destacar, ainda, que uma THA é composta por três componentes: (i) o objetivo do professor, com direções definidas para a aprendizagem de seus estudantes; (ii) as atividades de ensino; (iii) o processamento hipotético de aprendizagem. Simon (1995) ressalta, assim, que a consideração do objetivo da aprendizagem, as atividades de aprendizagem e o conhecimento dos estudantes são elementos essenciais na construção de uma trajetória hipotética de aprendizagem, a qual é parte chave do que ele chama de Ciclo de Ensino de Matemática, o qual é descrito no Quadro 15 a seguir.

Quadro 15: Ciclo de ensino de Matemática



Fonte: (SIMON, 1995, p. 56).

Para Simon (1995), a construção de uma THA oferece ao professor a perspectiva de construir seu projeto de decisões, baseado em suas melhores inferências sobre como o conhecimento poderia ser processado.

Diante das discussões apresentadas, é possível identificar as possibilidades de se ampliarem os estudos referentes ao tema da presente pesquisa e, ainda, considerar que esses estudos possibilitam uma melhor compreensão do uso da Trajetória Hipotética de Aprendizagem nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, no que se refere às estratégias de resolução de situações problemas do campo aditivo.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

4. PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo está organizado em três seções. Nas seções 4.1 e 4.2 delimita-se o tipo de pesquisa que será realizada; em seguida, na seção 4.3, apresentam-se as informações contextuais sobre o cenário e o ambiente de investigação. Na seção 4.4 é descrito o contexto da investigação, e na seção 4.5 é feita a exposição dos instrumentos que serão utilizados para

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

a produção dos dados. Por fim, na seção 4.6 são apresentadas as atividades que foram desenvolvidas com os estudantes em sala de aula.

4.1. Caracterização da pesquisa

A investigação tematizou aspectos do campo da Educação Matemática a partir da realização de uma pesquisa qualitativa (ESTEBAN, 2010). Apesar da multiplicidade de significados associada à expressão "pesquisa qualitativa", assume-se, para esta investigação, a afirmação de Sandín Esteban (2010, p. 127), quando ela destaca que:

[...] a pesquisa qualitativa é uma atividade sistemática orientada à compreensão em profundidade de fenômenos educativos e sociais, à transformação de práticas e cenários socioeducativos, à tomada de decisões e também ao descobrimento e desenvolvimento de um corpo organizado de conhecimentos.

Corroborando a afirmação dessa autora, é acertado, ainda, concordar com D'Ambrosio (2006, p. 19), quando ele enfatiza que:

[...] a pesquisa qualitativa é outra coisa. No meu entender, é o caminho para escapar da mesmice. Lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas. E a análise dos resultados permitirá propor os próximos passos.

Em entendimento com os autores citados, e ao se referenciar aos objetivos desta investigação, é apropriado categorizá-la como uma pesquisa de natureza qualitativa. A opção por esta natureza de pesquisa se justifica por se reconhecer que ela é a que melhor se aproxima da realidade investigada, tendo em conta que ela oportunizou alcançar dados descritivos que foram produzidos no contato direto da pesquisadora com a situação investigada, apresentando os acontecimentos referentes aos sujeitos envolvidos na pesquisa e possibilitando, deste modo, que se estabelecesse uma clareza sobre o que estava sendo investigado.

Sublinha-se, ainda, a importância de apontamentos feitos por Pérez Serrano (1994, p. 46), quando este se refere às finalidades presentes nas pesquisas qualitativas. Esse autor considera "[...] a pesquisa qualitativa como um processo ativo, sistemático e rigoroso de indagação dirigida, no qual se tomam decisões sobre o que é pesquisado quando se está no campo de estudo". A afirmação desse autor enfatiza a importância de se priorizar o contexto

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

particular da investigação, uma vez que os fenômenos que se deseja investigar não poderão, ou não deverão, ser interpretados e compreendidos de forma adequada se forem dissociados do contexto no qual estão inseridos.

As discussões propostas pelos autores citados, assim como o foco da investigação, levaram à compreensão de que a investigação qualitativa era a forma mais adequada para que os objetivos da pesquisa fossem alcançados.

Considerando as particularidades dos diferentes tipos de pesquisas que são realizadas numa perspectiva qualitativa, julga-se importante descrever o tipo de pesquisa utilizada nesta investigação. Desse modo, a partir dos interesses e objetivos da pesquisa, destaca-se a pesquisa do tipo Intervenção Pedagógica como sendo o tipo de pesquisa que atendeu as expectativas da investigação. Em particular, para defender sua pertinência e considerá-la como pesquisa, chamamos a atenção para seu caráter aplicado.

As pesquisas do tipo intervenção pedagógica são aplicadas, ou seja, têm como finalidade contribuir para a solução de problemas práticos. Nas pesquisas dessa natureza é o pesquisador que deve identificar o problema a ser investigado, e então decidir o que fazer para resolvê-lo, porém, o pesquisador deve considerar possíveis críticas e sugestões, levando em consideração as eventuais contribuições dos sujeitos-alvo da intervenção para o aprimoramento do trabalho.

Segundo Gil (2010), um diferencial da pesquisa intervenção pedagógica é a preocupação com os benefícios práticos dela, e não somente com a ampliação do conhecimento que pode ser gerado a partir da investigação. Para tanto, se faz necessário uma atenção com a produção dos relatórios oriundos da investigação, pois estes devem ser elaborados de forma que o leitor reconheça as características investigativas e o rigor com que a pesquisa foi realizada, haja vista a preocupação de que estes não sejam confundidos com relatos de experiências pedagógicas.

Segundo Lüdke, Cruz e Boing (2009, p. 464):

[...] o confronto entre a pesquisa e seu relato alerta para a distância que muitas vezes existe entre eles, comprometendo seriamente a possibilidade de um julgamento que faça justiça ao trabalho realizado efetivamente. Fazer bem uma pesquisa não é coisa fácil, mas é preciso também fazer bem o seu relato.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Dessa forma, para que o relato de uma pesquisa do tipo intervenção pedagógica retrate de fato o trabalho realizado, é prudente contemplar seus dois componentes metodológicos: o método da intervenção e o método de avaliação da intervenção.

O componente da intervenção, propriamente dito, deve ter seu lugar assegurado no relatório, devendo ser apresentado com detalhes. Já o método da intervenção demanda planejamento e intencionalidade, por parte do pesquisador, bem como o referencial teórico – que o auxilia na compreensão da realidade e na implementação da intervenção. Assim, constitui-se em parte importante do método da pesquisa, ideia também defendida por Engeström (2011).

Assim como a intervenção, o método de avaliação da intervenção (também chamado de componente investigativo) também deve ocupar um lugar de destaque no relatório, já que é a partir de sua leitura que o leitor terá clareza de que as intervenções realizadas são, efetivamente, investigações.

Atentando para essas características, destaca-se que as pesquisas do tipo intervenção pedagógica são realizadas sobre e com seres humanos, e fora do ambiente protegido de um laboratório, e é apontada por Robson (1995, p.2, tradução nossa) como “pesquisas no mundo real”. Esse autor destaca, ainda, a distância existente entre a produção acadêmica da área da Educação e seus reflexos na prática dos profissionais que trabalham nas instituições de ensino. Para ele, muitos docentes simplesmente repetem práticas realizadas por seus colegas, sobre as quais têm apenas informações superficiais, sem a preocupação de verificar se foram adequadamente avaliadas e, ainda, que impactos, efetivamente, produzem nos estudantes.

Para contrapor-se a tal problema, Robson (1995) enfatiza a potência da pesquisa intervenção pedagógica para subsidiar tomadas de decisões acerca de mudanças em práticas educacionais, promover melhorias em sistemas de ensino já existentes, ou avaliar inovações. É por meio de pesquisas dessa natureza, segundo esse autor, que a produção acadêmica pode produzir o desejado impacto nas práticas educacionais.

4.2. Contexto da pesquisa

A investigação desenvolvida foi submetida à apreciação do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP), e aprovada sob o CAAE 40153620.60000.5473. As tarefas propostas na investigação foram desenvolvidas em uma turma de estudantes dos anos iniciais do Ensino

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Fundamental. A unidade escolar a qual pertence o grupo de estudantes oferece 13 salas dos anos finais do Ensino Fundamental no período da manhã, e 12 salas dos anos iniciais do Ensino Fundamental no período da tarde. Em geral, as turmas são compostas, em média, por 30 alunos. Essa unidade escolar é pública, pertencente à Secretaria Municipal da cidade de São Paulo, e está localizada no bairro da Vila Maria, zona norte da cidade, e tem apresentado bons índices no que se refere ao rendimento nas avaliações externas.

Quanto à minha atuação como professora⁸, destaco que estou nessa unidade escolar desde o ano de 1996, tendo atuado sempre como docente em salas dos anos iniciais e, considerando os últimos vinte anos, de forma ininterrupta tenho atuado nos anos correspondentes ao Ciclo de Alfabetização, que compreende do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental.

Apesar de estar ministrando aulas para as turmas de 2º e 3º anos, optei por realizar a investigação com os estudantes de uma turma do 3º ano, cuja faixa etária corresponde a 8 anos completos, sendo que alguns estudantes já estão prestes a completar 9 anos de idade no segundo semestre do presente ano letivo. Normalmente, esses estudantes possuem a alfabetização consolidada no que se refere a demonstrarem maior autonomia na realização de leitura e escrita das atividades propostas, e apresentam mais desenvoltura para realizarem seus registros e argumentarem a respeito deles.

A sala de aula em que a pesquisa transcorreu tinha trinta estudantes, e para o desenvolvimento da investigação foi enviado o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) para todos os estudantes, assim como o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) aos seus responsáveis, tendo sido considerados participantes da pesquisa os estudantes que consentiram com a participação e que também tiveram o consentimento do responsável para sua participação.

Considerando o objetivo da investigação, tem-se que seu desenvolvimento foi pautado na construção de uma sequência de tarefas, na perspectiva apresentada por Simon (2005), no que se refere a THA. Com o intuito de investigar e analisar as estratégias de resolução de problemas que envolvem as ideias do Campo Aditivo, nas produções dos estudantes, destaca-se a intencionalidade de promover discussões e intervenções com vistas a propiciar

⁸ A investigação foi realizada com alunos da minha própria sala de aula. Ressalto, assim, que ao longo do desenvolvimento da investigação atuei como professora-pesquisadora neste processo.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

contribuições para o ensino da Matemática nos anos iniciais Ensino Fundamental, considerando a afirmação de Vergnaud (1993), quando este defende que a compreensão de um conceito ocorre por meio das situações vivenciadas pelo estudante no decorrer de sua escolarização.

Dessa forma, tem-se em conta ter sido indispensável a apresentação de diferentes situações-problema para que o estudante pudesse desenvolver seu repertório de estratégias, questionando a validade destas na situação enfrentada e, posteriormente, em outras situações semelhantes. Para Vergnaud (1996), esse processo conduz o estudante a reorganizar os conceitos e habilidades matemáticas apreendidos para aplicá-los em uma nova situação, buscando atingir seu objetivo.

Sublinha-se, assim, que a resolução de problemas foi empregada como ponto de partida na investigação, por meio de algumas situações-problema do campo aditivo que permitiram o uso de diferentes estratégias pelos estudantes (uso de desenhos, contagem, decomposição ou o algoritmo convencional) para a resolução.

4.3. Instrumentos para a produção de dados

Tendo em mente que numa pesquisa qualitativa o pesquisador tem como papel principal ser um investigador, destacamos a importância de se elaborar instrumentos para a produção de dados que possibilite:

[...] descrições detalhadas de situações, eventos, pessoas, interações e comportamentos observados: citações literais do que as pessoas falam sobre suas experiências, atitudes, crenças e pensamentos; trechos ou íntegras de documentos, correspondências, atas ou relatórios de casos (PATTON, 1986, p.22).

Para a produção desses elementos, e considerando as características da pesquisa, elegeu-se a observação participante como um importante instrumento, uma vez que atuei como professora-pesquisadora diretamente com o grupo de estudantes, sujeitos da investigação. Considera-se, em acordo com as afirmações de Lüdke e André (1986), que a observação participante promoveu que eu tivesse um grande envolvimento com a situação investigada.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Salienta-se que para a produção dos dados foram utilizados protocolos, caracterizados como uma sequência de tarefas composta por situações-problema previamente elaboradas e produzidas especificamente para o grupo de estudantes participantes da investigação.

Com o desenvolvimento da THA buscou-se, também, observar o desenvolvimento das minhas ações, enquanto professora, durante o planejamento e desenvolvimento das atividades para a sala de aula, considerando, por exemplo: (i) o desenvolvimento deste planejamento a partir das observações dos estudantes; (ii) as adaptações e modificações percebidas como necessárias durante o desenvolvimento da THA, a partir das hipóteses levantadas sobre como o estudante se apropria dos novos conhecimentos.

Ressalta-se, ainda, que, por meio da THA, se consideraram os objetivos de aprendizagem previstos para o 3º ano do Ciclo de Alfabetização e que estão associados à temática do campo conceitual aditivo. Esses objetivos, que são descritos a seguir, estão de acordo tanto com o proposto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) quanto pelo Currículo de Matemática da cidade de São Paulo. São eles:

(EF03MA05)⁹ Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais. Problemas envolvendo significados da adição e da subtração: juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades.

(EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental.

(EF03M06) Calcular o resultado de adição e subtração de números naturais, por meio de estratégias pessoais, decomposição de escritas numéricas, cálculo mental, estimativas e tecnologias digitais.

(EF03M07) Analisar, interpretar e solucionar problemas, envolvendo os significados do campo aditivo (composição, transformação e comparação) e validar a adequação dos resultados por meio de tecnologias digitais.

⁹ Os códigos alfanuméricos apresentados entre parênteses são os mesmos que estão presentes na BNCC. Esses códigos são utilizados para identificar os objetivos de aprendizagem propostos no documento, e ajudam a contextualizar qual é a etapa de ensino, a faixa etária e o campo de experiência relacionado a um determinado objetivo.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

(EF03M08) Calcular o resultado de adições e subtrações de números naturais, com recurso ou reserva à ordem superior, utilizando uma técnica convencional, e validar os resultados por meio de tecnologias digitais.

Considerando os objetivos descritos, destacam-se: (i) o objetivo (EF03MA05), em que a fluência nos cálculos mentais envolvendo adição e subtração deve ser uma prioridade nas propostas oferecidas aos estudantes do 3º ano que se relaciona com o trabalho referente às estratégias pessoais utilizadas e necessárias para a resolução de problemas do campo aditivo; (ii) o objetivo (EF03M06), que propõe que a resolução de problemas de adição e de subtração dê significado ao trabalho com os cálculos ou representações pictóricas (estratégias pessoais), envolvendo essas operações, que é foco de investigação da pesquisa.

Ressalta-se que ambos os objetivos estão em consonância com a proposta da sequência de tarefas desenvolvida na pesquisa, por meio da qual se pretendeu promover, no coletivo de sala de aula, um ambiente que permitisse o surgimento de diferentes estratégias pessoais de resolução de situações-problema referentes às seis categorias do Campo Aditivo.

Destaca-se que na escola, na qual a investigação foi realizada, é utilizado material didático da área de Matemática, o qual foi elaborado de acordo com os objetivos citados anteriormente, chamados de Cadernos da Cidade, e que propõe algumas situações-problema. Porém, essas situações-problema não estão organizadas de acordo com o grau de complexidade necessário, e também não foram reformuladas, considerando os estudantes que são advindos de dois anos pandêmicos. Sendo assim, justifica-se a elaboração de uma proposta de tarefas, organizada dentro de uma sequência de situações-problema do campo aditivo, que atenda as demandas do grupo a ser pesquisado, considerando todas as suas especificidades e particularidades.

Ainda, referente ao material didático utilizado na Rede Municipal de São Paulo, deve-se reforçar que embora esteja previsto, tanto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como no Currículo de Matemática da cidade de São Paulo, propostas que cingem um trabalho efetivo acerca da resolução e elaboração de problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias sejam elas pessoais ou convencionais, os materiais didáticos oferecidos não contemplam de forma efetiva tais habilidades, apesar de estar presente, nas

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Orientações Didáticas do Currículo de Matemática da cidade de São Paulo, a indicação da adoção da teoria dos Campos Conceituais como uma teoria que atende à necessidade de ensinar as operações a partir da construção conceitual sobre os seus diferentes significados e das relações envolvidas entre eles.

Considerando a adoção evidenciada pelo documento, o que se observa é a resolução de problemas, compreendida como um processo de construção que vai além do certo ou errado. Diante disso, o olhar dos professores, especialmente sobre como o(a) estudante soluciona um problema a ele apresentado, dá indícios de quais conhecimentos esse estudante possui e quais precisam de aprofundamento.

Para tanto, destaco, dentre os objetivos citados anteriormente, os (EF03MA05) e (EF03M06), os quais se referem às estratégias pessoais que os estudantes precisam fazer uso para resolverem os problemas do Campo Aditivo propostos, haja vista a intencionalidade de se investigar tais estratégias de resolução a partir de uma sequência didática de tarefas proposta na construção da THA.

Embora tenhamos um documento curricular, a BNCC, que normatiza os objetivos e habilidades que devem ser contemplados nos materiais didáticos elaborados e desenvolvidos com os estudantes, é possível observar que nem sempre as tarefas que envolvem situações-problema do campo aditivo, e que contemplam as seis categorias, estão propostas de forma adequada para serem desenvolvidas. É necessário considerar as características que são inerentes aos diversos grupos de estudantes e os ajustes que se fazem necessários, caso contrário, as tarefas deixam de oferecer desafios possíveis e promover uma aprendizagem significativa.

Enfatiza-se, assim, que por esse motivo, de cunho pedagógico, foi elaborada uma sequência de tarefas tida como referência, de modo que realmente fosse possível a investigação e observação dos saberes que circulam em sala de aula. Essa observação se deu por meio da análise das estratégias pessoais de resolução que os estudantes registraram quando estavam resolvendo as situações-problema.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

5. PROPOSTA DIDÁTICA DE TAREFAS: IMPLEMENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Tendo em vista as discussões aqui apresentadas, e considerando a investigação proposta, neste capítulo é apresentada uma proposta de tarefas, caracterizada por uma sequência de situações-problema pertencentes ao campo aditivo, a qual foi elaborada durante o desenvolvimento da pesquisa, reavaliada e replanejada.

De acordo com Simon e Tzur (2004), a seleção de tarefas não é deixada à intuição ou tentativa e erro, uma vez que a THA pressupõe o oferecimento de uma estrutura para se pensar sobre como as tarefas podem promover o processo de aprendizagem, contribuindo para que se identifique objetivos da aprendizagem, se defina sequências de tarefas e se construa uma evolução detalhada das compreensões matemáticas dos estudantes.

Para tanto, destaco que para a elaboração desta sequência foram mobilizados alguns conhecimentos que podem ser entendidos como necessários. São eles:

- ⇒ Conhecimento do conteúdo específico de matemática referente à faixa etária pesquisada e previsto no currículo da cidade de São Paulo;
- ⇒ Conhecimento dos conteúdos procedimentais e conceituais já apropriados ou aproximados pelos estudantes que serão sujeitos desta investigação;
- ⇒ Conhecimento referente a Teoria dos Campos Conceituais, mais especificamente aos problemas do campo aditivo que, segundo Vergnaud (2009), são categorizados por seis categorias de relações aditivas.

Atentando para a elaboração da proposta de tarefas, caracterizada por uma sequência de situações-problema, foram consideradas as discussões de Zabala (1988), no que diz respeito a ponderar as tarefas desenvolvidas com os estudantes, como uma série ordenada e articulada de tarefas, constituindo-se, assim, numa sequência, ou seja, é quando o professor, a partir dos objetivos que pretende alcançar com seus alunos, vai organizar, sistematicamente, uma série de tarefas para atingir a aprendizagem daqueles conteúdos selecionados para uma determinada unidade didática: os conceituais, procedimentais e atitudinais.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Conforme mencionado, os conhecimentos necessários foram observados no decorrer do desenvolvimento da sequência das situações-problema, haja vista que: (i) os conteúdos conceituais estão diretamente relacionados com a área de conhecimento pesquisada, que envolve os conceitos matemáticos; (ii) os conteúdos procedimentais foram necessários e solicitados nos momentos em que os estudantes utilizaram alguns procedimentos, tais como: realização da leitura e o registro das estratégias que foram utilizadas nas resoluções das situações-problema propostas; (iii) e, por fim, mas não menos importante, os conteúdos atitudinais, por meio dos quais os alunos fizeram uso da argumentação, respeito às opiniões dos colegas e respeito aos colegas.

Dessa forma, ao pensar em produzir esta sequência de situações-problema, foram levados em consideração os seguintes critérios, os quais foram norteadores para a elaboração das tarefas propostas e que me permitiram explorar os conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais previamente definidos São eles:

- determinar os conhecimentos prévios que cada aluno tinha em relação aos novos conteúdos de aprendizagem;
- inferir se as tarefas eram adequadas ao nível de desenvolvimento de cada aluno;
- analisar se as tarefas representavam um desafio alcançável para os alunos, ou seja, se levavam em conta suas competências atuais e os faziam avançar com a ajuda necessária; portanto, que permitiam criar zonas de desenvolvimento proximal;
- evocar um conflito cognitivo e promover a atividade mental do aluno, necessária para que estabelecessem relações entre os novos conteúdos e os conhecimentos prévios;
- promover uma atitude favorável, ou seja, que fossem motivadoras em relação à aprendizagem dos novos conteúdos;
- ajudar o aluno a adquirir habilidades relacionadas com o aprender a aprender, que lhe permitam ser cada vez mais autônomo em suas aprendizagens.

Enfatiza-se, ainda, a concordância com a afirmação de Magina et al. (2001, p.12) quando diz que:

[...] para ensinar o conceito de adição e subtração não basta [...] simplesmente ficar repetindo problemas cujo raciocínio envolvido é o

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

mesmo. É preciso ir além, preocupando-se com o desenvolvimento do conceito que estamos trabalhando com nossos alunos.

Tendo em conta essa afirmação, ressalta-se que as tarefas propostas na sequência de situações-problema, além de contemplarem as seis categorias sugeridas por Vergnaud (1996), acerca do campo conceitual aditivo, também foram norteadas pela categorização que Vergnaud (1982) apresenta para se classificar os problemas de adição e subtração, que são:

1- Problemas de mudança: os problemas dessa categoria envolvem um processo de ativamente juntar duas quantidades. Geralmente, dá-se uma quantidade inicial e uma ação direta ou indireta que causa um aumento ou acréscimo dessa quantidade.

2 - Problemas de igualização: essa categoria envolve a mesma natureza de ação encontrada nos problemas de mudanças, mas envolve também uma comparação. Problemas de igualização envolvem a mudança de uma quantidade para que as duas tenham a mesma quantidade ou tenham o mesmo número de atributos.

3 - Problemas de comparação: Os problemas desse tipo envolvem a comparação entre duas quantidades, e a diferença entre duas quantidades é que deve ser encontrada.

4 - Problemas de combinação: Esses problemas descrevem um relacionamento estético entre uma quantidade e suas partes e incluem casos em que as partes são dadas e o todo é desconhecido.

Levando em consideração esses elementos, pode-se enfatizar que o campo conceitual aditivo deve ser compreendido como

[...] o conjunto das situações, cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações ou uma combinação destas operações, e também como o conjunto dos conceitos, teoremas e representações simbólicas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas (VERGNAUD, 1990, p. 9).

Tendo em conta que ao ingressar no 3º ano do Ensino Fundamental, a grande maioria das crianças já têm a capacidade de coordenar os esquemas de juntar e separar por meio da contagem e ou estratégias pessoais ou convencionais de cálculo, observa-se que elas resolvem uma variedade de problemas que envolvem as relações entre o todo e suas partes.

Sendo assim, vale ressaltar que os dados dos problemas a seguir foram obtidos a partir da aplicação de tarefas envolvendo o campo conceitual aditivo numa turma de 30 alunos do 3º ano de uma escola pública da cidade de São Paulo. Gostaria de evidenciar que esses

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

estudantes são oriundos do período pandêmico que vivemos de forma tão intensa nos anos de 2020 e 2021. Uma das muitas consequências desse período foram crianças que na sua maioria não tiveram acesso à escola e às aulas, mesmo que de forma remota. Dessa forma, muitas delas estão de fato frequentando o espaço escolar e entrando em contato com a rotina de sala de aula, considerando aqui frequentar as aulas e participar ativamente das propostas, apenas no ano de 2022.

Levando-se em consideração o cenário do qual os estudantes pesquisados são provenientes, e conforme já mencionado no parágrafo anterior, se justifica a articulação da proposição da sequência de tarefas proposta de acordo com a THA: desenvolvido dentro de uma concepção de que todo ensino precisa ser baseado em evidências.

Considerando essa concepção e articulação, o professor é um profissional que coleta informações sobre seus alunos e as interpreta a partir da pesquisa científica a fim de planejar seu programa de ensino. Reconhecer que a atividade do professor em sala de aula envolve simultaneamente dois processos de ensino-aprendizagem: um relacionado à aprendizagem do aluno e o outro relacionado à aprendizagem do professor.

Portanto, compreende-se que a produção e análise dos dados é um processo que vai se construindo aos poucos, e, por meio dessas ações, tem-se que "[...] o processo de análise dos dados é como um funil: as coisas são abertas de início e vão se tornando mais fechadas e específicas no extremo" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 50). Considerando este processo como norteador é que este capítulo de descrição e análise sobre as tarefas desenvolvidas com os estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental foi construído.

Para esta construção, optou-se por um movimento de apresentação que está dividido em três seções: na primeira seção, “Descrição das tarefas e análise das estratégias de resolução dos estudantes”, realiza-se a descrição da tarefa que será proposta aos estudantes, juntamente com as análises preliminares dos dados produzidos, em cada uma delas, a partir do referencial teórico adotado para a pesquisa. Destaca-se, assim, que as falas, ações e atitudes, tanto com referência a mim, quanto das interações entre mim e os estudantes, e entre os estudantes, dentre outros elementos, foram tomadas como unidades de significados para a análise, o que implicou em escolhas e decisões que foram baseadas nos objetivos e no referencial teórico escolhidos.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Na segunda seção, “A análise da tarefa”, realiza-se uma síntese da tarefa aplicada junto aos estudantes. Nessa síntese, retoma-se algumas discussões e análises feitas durante as descrições na seção anterior. No entanto, busca-se, nessa seção, apresentar justificativas, argumentações e articulações teóricas, considerando, a Teoria dos Campos Conceituais, em particular, as situações-problema que envolvem as estruturas aditivas e os pressupostos da Trajetória Hipotética de Aprendizagem, com a intencionalidade de melhor posicionar o leitor sobre as escolhas feitas durante a minha prática pedagógica e o processo de descrição e análise das tarefas propostas.

Na terceira seção, “Reflexões sobre a tarefa”, apresentam-se as minhas reflexões acerca da minha própria prática, a partir de uma interlocução com o referencial teórico que norteou a elaboração e construção das tarefas que compõem a pesquisa desenvolvida com os alunos.

As descrições e análises apresentadas ao longo deste capítulo não retratam, de modo nenhum, todos os momentos ocorridos e observados durante a minha atuação com os estudantes. Sendo assim, julga-se importante destacar que a opção foi pela escolha das situações consideradas serem mais significativas para os objetivos da investigação realizada.

Evidencia-se que a intencionalidade em optar por essa dinâmica de apresentação e comunicação das reflexões e análises sobre a minha atuação, ao desenvolver as tarefas com os estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental, é justificada pelo interesse em construir este capítulo baseado em uma abordagem indutiva, que, para Alves-Mazzotti (2002, p. 131), significa que “[...] o pesquisador parte de observações mais livres, deixando que dimensões e categorias de interesse emergjam progressivamente durante o processo de coleta e análise de dados”.

A partir da apresentação e justificativas para a construção deste capítulo, a seguir são descritas as seções referenciadas acima, considerando as tarefas propostas.

5.1. Descrição das tarefas e análise das estratégias de resolução dos estudantes

Nesta seção é realizada a descrição da tarefa que foi proposta aos estudantes, juntamente com as análises preliminares dos dados produzidos, em cada uma delas, a partir do referencial teórico adotado para a pesquisa.

5.1.1. Tarefa 1 – Problemas de composição

As duas situações apresentadas no Quadro 16 a seguir são caracterizadas como problemas de composição, e compõem a Tarefa 1, a qual foi desenvolvida de forma individual pelos estudantes, em um mesmo dia. Alguns deles solicitaram que fosse realizada uma leitura coletiva e outros conseguiram ler e resolver a tarefa de forma bastante autônoma. Guimaraes (2005) destaca que os alunos precisam da mediação do professor no processo de interpretação e estruturação de situações que são lhes colocadas a partir da apresentação de situações-problema. Ao concordar com a afirmação do autor, entendi ser importante realizar a leitura juntamente com os estudantes.

Uma das orientações dada aos alunos foi para que eles, ao resolverem a tarefa, realizassem o registro da estratégia utilizada para sua resolução.

Quadro 16 – Tarefa 1¹⁰

Características:	Situações-problema que envolvem a primeira categoria: duas medidas se compõem para resultar em uma terceira medida. Essa categoria se divide em duas classes. Assim, foi elaborado uma situação-problema para cada classe.
Conteúdo Estruturante:	Números e Álgebra.
Conteúdo Específico:	Operações: adição e subtração.
Objetivo:	Resolver situações problemas de composição.

¹⁰ As tarefas são adaptações realizadas a partir das sequências de atividades presentes no livro Teoria dos Campos Conceituais: Situações problemas da estrutura aditiva e multiplicativa de Naturais.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Metodologia:	Para a realização desta tarefa foram distribuídas as situações-problema já impressas, e cada estudante resolveu-as individualmente. Em seguida, foi solicitado que fizessem, na própria folha, os registros necessários. Ainda, foi incentivado que aqueles que desejassem expusessem suas resoluções para a turma.
Expectativa:	Nesta tarefa, possivelmente os estudantes não demonstrariam dificuldades, uma vez que os problemas apresentam duas medidas para se encontrar a terceira.
Problemas apresentados aos estudantes	
<p>Problema da 1ª classe: Conhecendo duas medidas elementares, é possível encontrar a medida composta.</p> <p>Enunciado: A nossa sala de aula é formada por 15 meninas e 12 meninos. Quantos alunos têm ao todo?</p>	
<p>Problema da 2ª classe: Conhecendo uma das medidas elementares e a composta, pode-se determinar a outra medida elementar.</p> <p>Enunciado: Na nossa sala de aula há 35 livros de Matemática. Desses, já foram distribuídos 20 livros. Quantos livros ainda não foram distribuídos?</p>	

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

No dia da realização desta tarefa apenas 23 crianças estavam presentes na sala, e os dados obtidos foram os seguintes:

Quadro 17 – Estratégias dos estudantes para o problema da 1ª classe

<p>Problema da 1ª classe: Conhecendo duas medidas elementares é possível encontrar a medida composta.</p> <p>Enunciado: A nossa sala de aula é formada por 15 meninas e 12 meninos. Quantos alunos têm ao todo?</p>

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Registraram apenas o resultado correto.	30%	6 estudantes
Registraram o algoritmo da adição.	34%	7 estudantes
Registraram o algoritmo da adição e erraram o resultado.	13%	4 estudantes
Erraram o cálculo e o resultado.	10%	2 estudantes
Registraram com contagem 1 a 1.	13%	4 estudantes

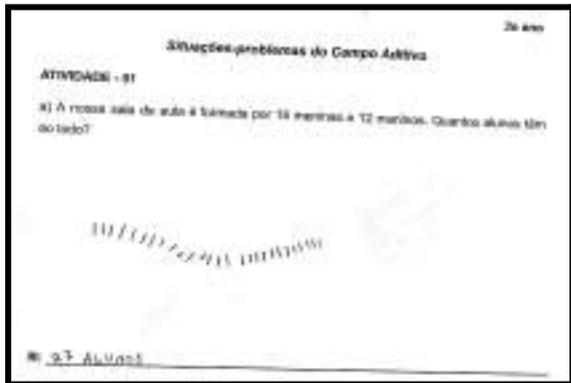
Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Para a resolução da situação-problema da 1ª classe os estudantes não demonstraram nenhuma dificuldade para entender o enunciado ou para coordenar o esquema de ação mais adequado para a situação. No caso, utilizaram o esquema de juntar. Alguns realizaram o algoritmo convencional, outros o registro pictórico (contagem 1 a 1), e outros registraram apenas o resultado, alegando que resolveram “de cabeça” e não achavam necessário o registro de nenhuma estratégia, apenas o resultado.

A seguir, apresento as duas estratégias que foram utilizadas pelos estudantes no momento da resolução da situação-problema proposta. Alguns alunos, como já mencionado no parágrafo anterior, fizeram o registro apenas do resultado, e quando questionados não souberam argumentar e explicar como pensaram para encontrar o resultado registrado.

Considerando que a situação-problema se refere à categoria de composição, em que se faz necessário a junção de duas medidas para se encontrar o todo, os estudantes quando se deparam com duas informações numéricas, e na pergunta há a expressão “ao todo”, eles automaticamente utilizaram o esquema de ação do juntar, mas não sabiam explicar como o fizeram, ou seja não sabiam nomear os procedimentos matemáticos utilizados. Alguns arriscaram dizer simplesmente que “fizeram de cabeça”. O que provavelmente ocorre com esses estudantes é o raciocínio aditivo, porém, com aplicação direta do esquema de ação de juntar

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

<p>Figura 1: Representação com a utilização do algoritmo.</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 2: Representação pictórica seguida de contagem.</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>
--	---

Quadro 18: Estratégias dos estudantes para o problema da 2ª classe.

Problema da 2ª classe: Conhecendo-se uma das medidas elementares e a composta pode-se determinar a outra medida elementar.

Enunciado: Na nossa sala de aula há 35 livros de Matemática. Desses, já foram distribuídos 20 livros. Quantos livros ainda não foram distribuídos?

Registrou apenas o resultado correto;	24%	6 estudantes
Registrou o algoritmo da subtração;	40%	9 estudantes
Registrou o algoritmo da subtração e errou o resultado;	16%	4 estudantes
Errou o cálculo e resultado;	10%	2 estudantes
Registrou com contagem 1 a 1;	10%	2 estudantes

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Na resolução da situação problema da 2ª classe os estudantes também não demonstraram nenhuma dificuldade para coordenar o esquema de retirar. Da mesma forma que no problema da 1ª classe, alguns realizaram o algoritmo convencional, outros o registro pictórico (contagem 1 a 1), e outros apresentaram apenas o resultado final, alegando que

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

resolveram “de cabeça” e não achavam necessário o registro de nenhuma estratégia, apenas o resultado.

Da mesma forma que na situação anterior, também não souberam nomear os procedimentos matemáticos envolvidos na aplicação do esquema de juntar. Nessa situação, como se conhece uma das medidas e o todo, e se quer descobrir a outra medida, o esquema de ação a ser utilizado é o de retirar, mas os estudantes não souberam explicitar os procedimentos utilizados para encontrar o resultado.

Veja, a seguir, o que os estudantes dizem quando questionados a respeito da resolução que realizaram nas duas situações-problema que compõem a 1ª categoria - Composição, considerando que eles não registraram a estratégia, apenas o resultado em ambas as situações.

Para fins de ilustração, apresento a seguir dois exemplos de argumentos utilizados pelos estudantes.

Professora: Como você encontrou esse resultado?

E1¹¹: Eu pensei e coloquei o resultado.

Professora: Você poderia me explicar como pensou?

E1: Eu não sei muito bem explicar, mas sei que é esse resultado.

Para a resolução da situação problema da 2ª classe, apresento o registro da conversa com um outro aluno.

Professora: Como você encontrou esse resultado para essa situação-problema?

E2¹²: Eu olhei para a nossa sala e fiz um cálculo na minha cabeça.

Professora: Que cálculo foi esse?

E2: Foi um cálculo com números, mas não sei explicar com palavras.

Guimarães (2005), chama a atenção para a importância de o professor discernir o momento e a intensidade de sua ajuda junto de seus alunos quando estes estão resolvendo um

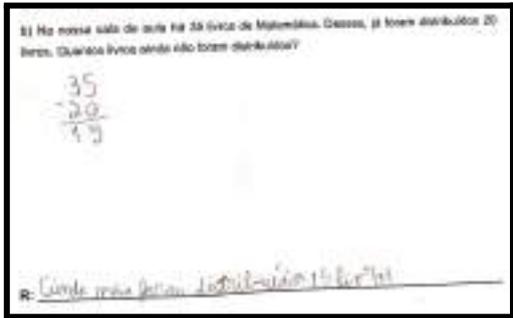
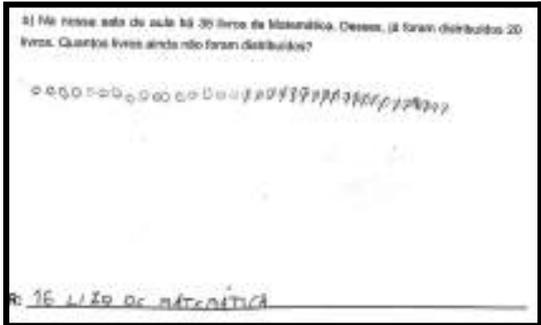
¹¹ Considerando E1 como o aluno estudante que argumentou a respeito do resultado registrado na situação problema da 1ª classe.

¹² Considerando E2 como o aluno que argumentou a respeito do resultado registrado na situação problema da 2ª classe.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

problema. Segundo essa autora, tal discernimento deve levar em conta o grau de reflexão exigido pelo problema, principalmente quando esse constitui uma novidade.

Observe, a seguir, as estratégias que surgiram no momento das resoluções.

Diferentes estratégias de resolução	
<p>Figura 3: Representação com a utilização do algoritmo.</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 4: Representação pictórica seguida de contagem.</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>

Em ambas as situações se exige raciocínio aditivo, mesmo que sejam as mais simples, e daí a razão de não apresentarem erros ou dificuldades para resolverem os problemas. O desenvolvimento do raciocínio aditivo pode ser observado no momento em que as propostas de tarefas se tornam mais complexas e os estudantes necessitam utilizar um tipo de raciocínio que vai além da aplicação dos esquemas de ação.

Na análise das resoluções das próximas situações-problema será possível observar a ampliação do raciocínio aditivo, já que serão problemas mais complexos e exigirão a coordenação entre três esquemas de ação diferentes.

5.1.2. Reflexão sobre a Tarefa 1

As situações-problema propostas na tarefa 1 contemplam duas classes de problemas da categoria de Composição. Como já mencionado na descrição da tarefa, os estudantes não demonstraram dificuldades para entender, operar com as informações ou resolver as situações problemas propostas. A maior dificuldade estava no fato de necessitarem registrar as possíveis estratégias utilizadas no momento da resolução. Há de se levar em consideração algumas variáveis que podem ter contribuído para tal dificuldade. Embora as situações

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

propostas apresentem reduzido grau de dificuldade e façam parte do cotidiano escolar dos estudantes, eles não estavam acostumados, por exemplo, a nomear, explicar ou registrar as estratégias, sejam elas numéricas ou pictóricas, que normalmente são utilizadas para resolver situações-problema da categoria de Composição.

Ao realizarem as próximas tarefas da sequência, os estudantes terão a oportunidade de entrar em contato com diferentes estratégias de resolução, o que provavelmente ampliará o repertório dos estudantes e os colocará em situações de protagonismo em que poderão compartilhar e validar muitos dos saberes matemáticos que trazem consigo.

5.1.3. Tarefa 2 – Problemas de transformação

As situações-problema apresentadas na tarefa 2 são problemas da *categoria de transformação*, e são divididos em 6 classes - são problemas em que uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida, conforme observa-se no Quadro 19.

Quadro 19: Tarefa 2¹³

Características:	Situações-problema que envolvem a segunda categoria (essa categoria pode se dividir em seis classes): é aquela em que uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida.
Conteúdo Estruturante:	Números e álgebra.
Conteúdo Específico:	Operações: adição e subtração.
Objetivo:	Reconhecer as situações - problema de transformação.
Metodologia:	A tarefa 2 deverá ser realizada em grupo. No grupo, todos deverão ler, entender, resolver e registrar a resolução encontrada. Ao final da realização da tarefa, um estudante de cada grupo deverá expor e comentar a respeito das estratégias utilizadas pelo grupo.

¹³ As tarefas são adaptações realizadas a partir das sequências de atividades presentes no livro Teoria dos Campos Conceituais: Situações problemas da estrutura aditiva e multiplicativa de Naturais.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

<p>Expectativa:</p>	<p>Acredita-se que os estudantes apresentarão algumas dúvidas, mas considerando que estarão em grupo, provavelmente consigam resolvê-las entre si.</p>
<p>Problemas apresentados aos estudantes</p>	
<p>Problema da 1ª classe: Conhecendo o estado inicial e a transformação positiva, pode-se determinar o estado final.</p> <p>Enunciado: Sua professora tinha R \$50,00 e ganhou R \$25,00. Quanto sua professora tem agora?</p>	
<p>Problema da 2ª classe: Conhecendo-se o estado inicial e o estado final pode-se determinar a transformação positiva.</p> <p>Enunciado: Pedro tinha 40 figurinhas. Jogou com seu irmão e ganhou algumas figurinhas de modo que agora ele tem 65. Quantas figurinhas Pedro ganhou?</p>	
<p>Problema da 3ª classe: Conhecendo-se uma transformação positiva e o estado final pode-se obter o estado inicial.</p> <p>Enunciado: Mariana recebeu R\$ 60,00 de sua amiga. Ela guardou em sua carteira. Agora ela tem R\$ 85,00. Quanto Mariana possuía antes?</p>	
<p>Problema da 4ª classe: Conhecendo-se o estado inicial e a transformação negativa pode-se obter o estado final.</p> <p>Enunciado: Matheus tem 110 figurinhas. Ele deu 45 para seu irmão. Com quantas figurinhas ele ficou?</p>	
<p>Problema da 5ª classe: Conhecendo-se o estado inicial e o estado final pode-se obter a transformação, que nesta classe é negativa.</p> <p>Enunciado: Júnior tinha 95 bolinhas de gude e jogou uma partida com seu primo. Agora ele tem 63 bolinhas de gude. Assim, quantas bolinhas de gude ele perdeu na partida?</p>	
<p>Problema da 6ª classe: Conhecendo-se o estado final e a transformação negativa, obtém-se o estado inicial.</p> <p>Enunciado: Sua professora tem uma certa quantia de dinheiro. Ela deu R\$ 150,00 para sua irmã e agora tem R\$ 90,00. Quantos reais ela possuía?</p>	

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

A tarefa 2 foi proposta em dias diferentes, ao longo de uma semana, tendo sido desenvolvidas duas situações-problema na segunda-feira, duas na quarta-feira, e as duas

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

últimas situações na sexta-feira. Vale ressaltar que para a realização da tarefa 2 os agrupamentos foram mantidos ao longo da semana, e os alunos foram assim divididos: (i) na segunda-feira participaram da atividade 25 crianças, divididas em 5 grupos; (ii) na quarta-feira, participaram 26 crianças, divididas em 5 grupos; (iii) na sexta-feira, participaram 23 crianças, divididas nos mesmos 5 grupos.

Para a resolução da tarefa 2, os estudantes foram agrupados em equipes com uma média de 4 crianças por equipe. Os agrupamentos foram propostos por mim, e para realizar esse agrupamento levei em consideração as estratégias apresentadas na resolução da tarefa 1 (crianças que resolveram a situação-problema, mas não registraram nenhuma estratégia foram agrupadas com crianças que registraram algoritmos ou a representação pictórica), e as dificuldades apresentadas no momento da realização da leitura (crianças que leem com fluência ficaram agrupadas com crianças que não lê ou ainda demonstram pouca fluência na leitura).

A intenção de agrupar num mesmo grupo crianças que demonstraram habilidades e estratégias diferentes para resolver as situações-problema propostas, é promover a integração e a troca de informações entre eles. Durante as atividades em grupo, os alunos são expostos à construção coletiva do conhecimento, além disso, os estudantes desenvolvem a capacidade de ouvir e respeitar opiniões diferentes, permitindo que eles se unam a fim de alcançar um objetivo em comum, que nesse caso, é decidirem por uma única forma de resolver e registrar a estratégia mais adequada para a situação-problema proposta.

Corroborando essa ideia, Abramowicz (2018) nos diz que o trabalho em grupo pode ser eficaz para vários objetivos, entre eles, proporcionar: (i) a experimentação e o trabalho com pessoas que se diferenciam entre si; (ii) o encontro com pessoas que ajudam a despertar novos/outros conhecimentos, formas de pensamento e atitudes; (iii) auxiliar no processo de socialização no encontro com o outro; (iv) a compreensão de que a construção coletiva pode potencializar as formas de conhecer o conhecer.

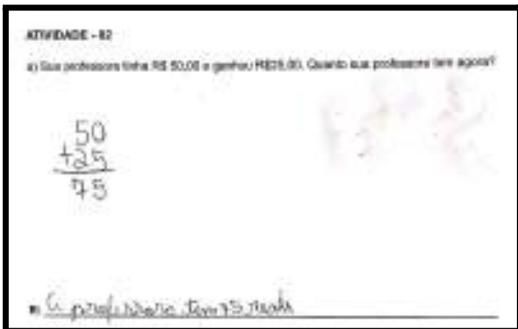
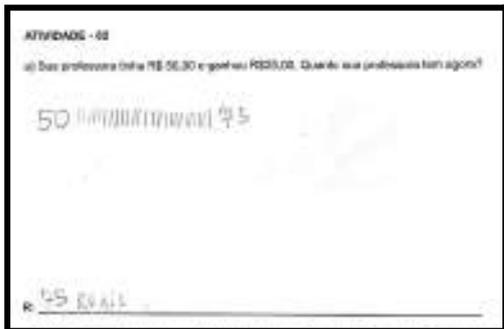
Vejamos a ocorrência das diferentes estratégias na resolução das situações-problema pertencentes a tarefa 2, considerando os 5 grupos formados em sala:

Quadro 20: Estratégias dos estudantes para o problema da 1ª classe

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

<p>Problema da 1ª classe: Conhecendo o estado inicial e a transformação positiva, pode-se determinar o estado final.</p> <p>Enunciado: Sua professora tinha R \$50,00 e ganhou R \$25,00. Quanto sua professora tem agora?</p>		
Representação com a utilização do algoritmo.	80%	20 (4 grupos)
Representação pictórica seguida de contagem.	20%	05 (1 grupo)

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Diferentes estratégias de resolução	
<p>Figura 5: Representação com a utilização do algoritmo.</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 6: Representação pictórica seguida de contagem.</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>

Para a resolução da situação-problema da 1ª classe os grupos utilizaram predominantemente o algoritmo da adição, e apenas um grupo utilizou a representação pictórica com a contagem 1 a 1. Em ambas as estratégias fica muito evidente que o esquema de ação de juntar está representado com o algoritmo da adição ou com a disposição de sinais gráficos que demonstram uma contagem crescente e sequencial.

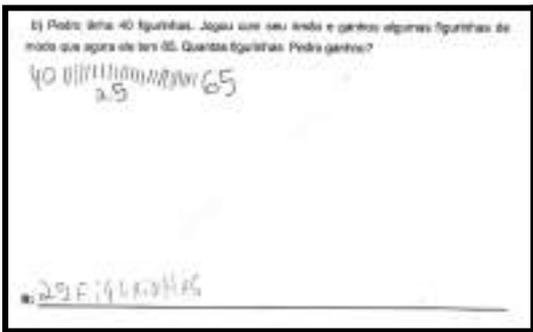
Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

O grupo que realizou a estratégia pictórica, quando questionado quanto a forma de registro, argumentou que preferiu registrar dessa forma para garantir que o resultado estaria correto, pois quando se conta de 1 em 1 não é possível errar a resposta.

Quadro 21: Estratégias dos estudantes para o problema da 2ª classe

Problema da 2ª classe: Conhecendo-se o estado inicial e o estado final pode-se determinar a transformação positiva.		
Enunciado: Pedro tinha 40 figurinhas. Jogou com seu irmão e ganhou algumas figurinhas e modo que agora ele tem 65. Quantas figurinhas Pedro ganhou?		
Representação com a utilização do algoritmo.	80%	20 (4 grupos)
Representação pictórica seguida de contagem.	20%	05 (1 grupo)

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Diferentes estratégias de resolução	
<p>Figura 7: Representação com a utilização do algoritmo.</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 8: Representação pictórica seguida de contagem.</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>

Nessa situação, referente à situação-problema da 2ª classe, embora as estratégias tenham sido iguais às da situação-problema da 1ª classe, visto que foram realizadas no mesmo dia e as situações-problema estavam ambas na mesma folha, essa situação-problema envolve

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

um esquema de ação, mas a solução exige a aplicação de um esquema inverso. São os chamados “problemas inversos”.

Os grupos que utilizaram o algoritmo da subtração como estratégia, quando questionados do porquê da escolha, argumentaram que a pergunta queria saber “quanto Pedro ganhou?”, mas que não daria para resolver com a adição sem saber a quantidade exata, por isso, precisaram descobrir separando a quantidade que Pedro tinha no início do jogo e a quantidade que ficou com ele no final, e para isso fizeram uma subtração que representava essa ideia de separar as quantidades.

Já o grupo que se sentiu mais seguro para representar a primeira situação com a representação pictórica, pois não queria errar o resultado, fez o mesmo na segunda situação, e quando questionado disse que daria, sim, para juntar as quantidades, mas para isso precisaram contar do 40 até o 65 para saber quanto Pedro ganhou, e representaram com pauzinhos e números.

Durante a conversa eu perguntei se poderiam utilizar algum algoritmo para representar essa mesma ideia que eles registraram com a estratégia pictórica. No mesmo momento todos do grupo disseram que sim, com a adição, $40 + 25 = 65$. Pedi, então, que registrassem, e rapidamente um dos estudantes alegou que aquela não foi a estratégia utilizada para encontrarem o resultado de 25, resposta com a qual todos concordaram.

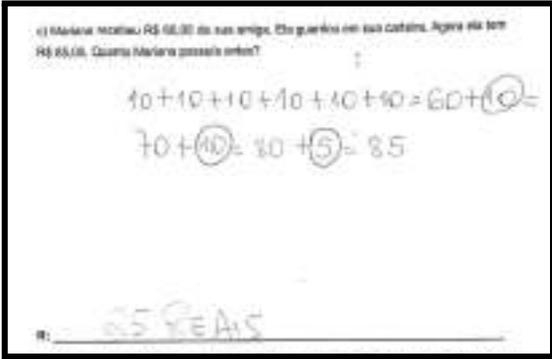
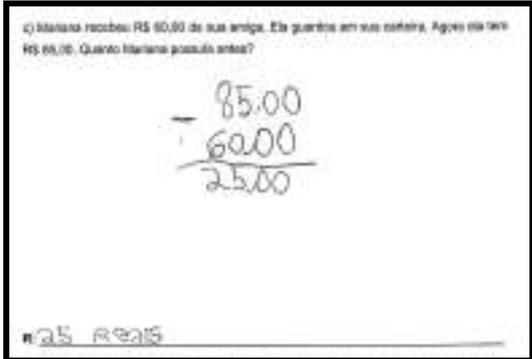
Na quarta-feira foram propostas as situações problemas da 3ª e 4ª classe – Quadros 22 e 23, para que nos mesmos grupos os estudantes pudessem resolver e registrar suas estratégias.

Quadro 22: Estratégias dos estudantes para o problema da 3ª classe

Problema da 3ª classe: Conhecendo-se uma transformação positiva e o estado final, pode-se obter o estado inicial.		
Enunciado: Mariana recebeu R\$ 60,00 de sua amiga. Ela guardou em sua carteira. Agora ela tem R\$ 85,00. Quanto Mariana possuía antes?		
Representação com a utilização do algoritmo da decomposição.	20%	05 (1 grupo)
Representação com a utilização do algoritmo convencional.	80%	20 (4 grupos)

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Diferentes estratégias de resolução	
<p>Figura 9: Representação com a utilização do algoritmo da decomposição</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 10: Representação com a utilização do algoritmo convencional</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>

Para a resolução da situação-problema da 3ª classe os grupos realizaram a leitura autonomamente, e eu perguntei se algum grupo tinha dúvidas ou precisava de alguma orientação. A resposta foi que não tinham dúvidas, e assim seguiram resolvendo a situação proposta.

A grande maioria dos grupos utilizou a estratégia do algoritmo da subtração e obtiveram o resultado correto, porém, apenas um dos grupos apresentou uma estratégia diferenciada, como pode ser observado na Figura 9. O grupo que registrou essa estratégia foi o mesmo que no encontro anterior, na segunda-feira, havia registrado a estratégia de forma pictórica. No momento da socialização da estratégia para os demais grupos, os estudantes desse grupo disseram que pensaram em uma estratégia diferente de “conta armada”, mas que utilizasse apenas números.

Diante da explicação do grupo referente à estratégia utilizada, perguntei, de forma geral, o que acharam daquela estratégia, se era adequada e se gostariam de utilizá-la também em situações-problema futuros.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

A maioria dos estudantes achou interessante a estratégia, e apenas um dos integrantes de um grupo respondeu que achava mais fácil fazer a “conta armada”, que é mais rápido e por isso, não utilizariam essa estratégia com os números separados.

Vergnaud (1982) reforça essa ideia ao afirmar que a expansão dos conhecimentos do Campo Aditivo passa, necessariamente, pelo seu ensino. Assim, cabe ao professor identificar conhecimentos que o estudante ainda não domina e criar situações-problema que ajudem a expandir esse conhecimento e, conseqüentemente, melhorar seu desempenho.

Situações como as descritas anteriormente ilustram o celeiro de saberes que circulam em sala de aula e que devem ser compartilhados e socializados para que os estudantes possam aprender a aprender com seus pares e com a mediação do professor.

Quadro 23: Estratégias dos estudantes para o problema da 4ª classe

Problema da 4ª classe: Conhecendo-se o estado inicial e a transformação negativa pode-se obter o estado final.		
Enunciado: Matheus tem 110 figurinhas. Ele deu 45 para seu irmão. Com quantas figurinhas ele ficou?		
Representação com a utilização do algoritmo	80%	20 (4 grupos)
Representação pictórica - decomposição	20%	5 (1 grupo)

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Diferentes estratégias de resolução	
<p>Figura 11: Representação pictórica - decomposição</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 12: Representação com a utilização do algoritmo</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>

Durante a socialização da situação-problema da 4ª classe o grupo, que na situação anterior utilizou a estratégia de decomposição com representação numérica, agora, nesta situação, também fez uso da decomposição, porém, apenas de forma pictórica, por meio do uso de quadradinhos.

Ao serem questionados sobre o motivo de estarem usando essa forma pictórica no lugar de números, os estudantes desse grupo disseram que o desenho ajuda no momento de registrar como se pensa para resolver um problema. A justificativa dada pelos estudantes, assim como a forma como a representação pictórica foi utilizada, revela o uso de um teorema em ação (VERGNAUD, 1982) pelos estudantes, ou seja, demonstra um conhecimento matemático desenvolvido por eles, e que normalmente é formado a partir das experiências vivenciadas.

Considerando os estudos de Nunes et al. (2009), pode-se perceber que o tipo de objeto utilizado pelos estudantes não importa, pois, o que importa, de fato, é a ação e seu resultado. Assim, é admissível concluir que a justificativa dos estudantes demonstra que eles sabem, implicitamente, que o resultado obtido com o uso da representação pictórica é o mesmo que seria obtido se eles tivessem utilizado a representação numérica. Situações dessa natureza permitiram que eu observasse que os estudantes demonstraram ter uma capacidade de abstração e generalização, uma vez que eles sabiam que o resultado obtido com o uso da representação pictórica era o mesmo que seria obtido se tivessem utilizado o algoritmo convencional da subtração, por exemplo.

Os demais grupos utilizaram o algoritmo convencional da subtração, inclusive fazendo uso correto dos reagrupamentos necessários para efetuar o cálculo.

Quadro 24: Estratégias dos estudantes para o problema da 5ª classe

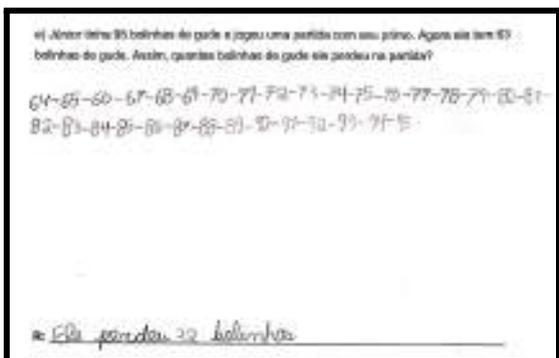
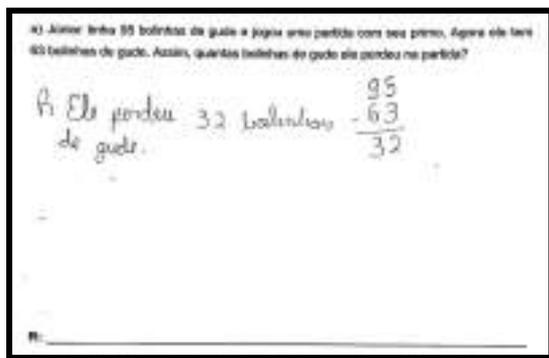
Problema da 5ª classe: Conhecendo-se o estado inicial e o estado final pode-se obter a transformação, que nesta classe é negativa.		
Enunciado: Júnior tinha 95 bolinhas de gude e jogou uma partida com seu primo. Agora ele tem 63 bolinhas de gude. Assim, quantas bolinhas de gude ele perdeu na partida?		
Representação com a utilização do algoritmo	80%	20 (4 grupos)

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Representação numérica - contagem 1 a 1	20%	5 (1 grupo)
---	-----	-------------

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Na resolução da situação-problema da 5ª classe os estudantes também foram agrupados, resolveram e registraram a estratégia utilizada. Para a resolução, eles tiveram de obter uma transformação negativa e para isso apresentaram as seguintes estratégias.

Diferentes estratégias de resolução	
<p>Figura 13: Representação numérica - contagem 1 a 1</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 14: Representação com a utilização do algoritmo</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>

Apenas um dos grupos utilizou a representação numérica com contagem 1 a 1, contando a partir do estado final e registrou como estratégia a contagem numérica. Já outro grupo utilizou como estratégia o algoritmo da subtração.

Perguntei ao grupo que realizou a contagem 1 a 1 com representação numérica: “Porque vocês registraram a sequência numérica do 64 ao 95?”, e os alunos responderam: “Ué, se o Junior tinha 95 bolinhas e depois de perder ficou com 63. Nós contamos do 63 até o 95, e assim, descobrimos quantas bolinhas foram perdidas”. Perguntei, ainda, se haveria outra estratégia também adequada para a resolução, e os alunos responderam: “Fazer a conta de menos é o mais fácil e não precisa contar muito. Quando o número é grande, fazer a contagem pode confundir e errar a resposta”. Então questionei: “Como vocês sabem que tem

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

que fazer conta de menos?” “Qual a dica que vocês poderiam dar ao grupo que utilizou como estratégia a contagem?”

Nesse momento, todos os grupos que realizaram o algoritmo foram unânimes em responder: *“Tem a palavra perder na pergunta e combina com a conta de menos”*. Ao ouvir essa resposta, registrei as falas dos estudantes e segui para a socialização da situação-problema seguinte, a fim de validar ou desestabilizar os estudantes em relação a um conceito matemático que começava a ser construído por eles e que estava relacionado com os esquemas de ação de ganhar, perder, juntar e separar.

Quadro 25: Estratégias dos estudantes para o problema da 6ª classe

Problema da 6ª classe: Conhecendo-se o estado final e a transformação negativa, obtém-se o estado inicial.		
Enunciado: Sua professora tem uma certa quantia de dinheiro. Ela deu R\$ 150,00 para sua irmã e agora tem R\$ 90,00. Quantos reais ela possuía?		
Representação com a utilização do algoritmo	100%	25 (5 grupos)

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

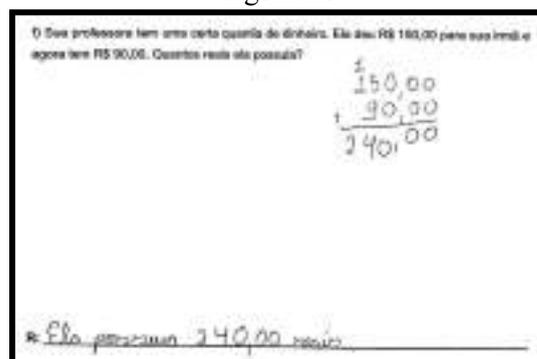
Diferentes estratégias de resolução

Figura 15: Representação com a utilização do algoritmo



Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Figura 16: Representação com a utilização do algoritmo



Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

No momento de socializarmos a situação-problema sobre a 6^a classe, todos os grupos apresentaram como estratégia o algoritmo da adição e, então, imediatamente questionei a turma: “*Nenhum grupo encontrou uma estratégia diferente do algoritmo?*” O grupo que apresentou na situação anterior a estratégia de contagem numérica respondeu a minha indagação dizendo: “*Sabe, pró, pensamos que como os números são grandes é mais difícil contar de 1 em 1 e a conta de mais é bem fácil de fazer*”. Diante dessa fala, realizei um registro pessoal para ser retomado na proposição da tarefa 3. O registro foi exatamente sobre o fato de a turma utilizar os algoritmos para resolver as situações propostas e, durante a socialização, verbalizar que os algoritmos são estratégias adequadas para se operar com grandezas maiores. Será uma generalização do uso do algoritmo?

5.1.4. Reflexões sobre a tarefa 2

Na tarefa 2 os estudantes resolveram uma sequência de situações-problema da categoria de transformação. Nessa classe de problemas a ideia temporal está sempre envolvida, e ela estabelece uma relação entre uma quantidade inicial e uma quantidade final. Há seis situações possíveis, sendo três relacionadas a transformações positivas e três relacionadas a transformações negativas. Os problemas que informam sobre a quantidade inicial e sobre a transformação (positiva ou negativa) são considerados como problemas protótipos. Já os problemas que informam sobre as quantidades iniciais e finais, perguntando sobre o valor da transformação, são considerados problemas com grau de complexidade menor. Por fim, os problemas que oferecem os valores da transformação e a quantidade final, perguntando pela quantidade inicial, são considerados como um problema de maior complexidade.

Diante das estratégias apresentadas pelos estudantes é possível observar que na situação-problema anterior, em que se necessitava obter o estado inicial como resposta, os estudantes demonstraram menor variedade de estratégias nas resoluções. Todos os grupos fizeram uso do algoritmo convencional da adição. Algumas hipóteses podem ser levantadas, por exemplo: (i) refere-se à última situação-problema a ser resolvida na sequência da tarefa 2; (ii) a situação problema envolve grandezas monetárias maiores e, provavelmente, os estudantes entenderam que resolver utilizando contagem 1 a 1, desenhos ou a decomposição, não seriam estratégias viáveis e, por isso, fizeram a opção pelo algoritmo convencional.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Já nas demais situações-problema, as que envolvem transformações negativas e positivas, os grupos arriscaram diversificar nas estratégias de resolução e compartilharam seus saberes nos momentos de socialização. Alguns grupos fizeram uso da representação pictórica, do cálculo por meio da decomposição, da contagem 1 a 1 com representação numérica e do algoritmo convencional da adição ou subtração.

No caso da última estratégia utilizada, o algoritmo convencional, os estudantes, quando questionados do porquê da escolha, argumentaram ser “um cálculo mais fácil e rápido” e que algumas palavras como “perder e ganhar” dão a dica do cálculo que deverá ser realizado.

Os grupos que se utilizaram das demais estratégias já citadas demonstraram saberes igualmente potentes aos que resolveram apenas com o algoritmo convencional, porém, ainda não formalizaram alguns dos conceitos que envolvem as operações matemáticas, como utilizar de forma adequada as operações matemáticas correspondentes a cada situação problema proposta.

Dessa forma, pode-se observar a importância de socializar e validar as diferentes estratégias surgidas no decorrer da sequência da tarefa 2 e, nesse sentido, Vergnaud (2011, p. 26) reforça o papel do professor no ensino da resolução de problemas como “um mediador essencial”, cujo “papel não se limita a acompanhar a atividade dos alunos”, mas é essencial na “escolha das situações a serem propostas aos alunos” e na “representação de sua estrutura conceitual por meio de formas simbólicas acessíveis”.

Ao longo do desenvolvimento da sequência da tarefa 2, composta por situações-problema que envolvem transformações, foi possível observar o quanto os estudantes em seus respectivos grupos, apresentaram determinado “refinamento” nas estratégias de resolução e o quanto sabiam argumentar a respeito das escolhas realizadas. Essa apropriação de procedimentos de registro, de argumentação e de conceitos, no que se refere à escolha adequada da resolução, foram levadas em consideração no momento de planejamento da sequência de situações-problema da tarefa 3, que envolvem problemas da categoria de comparação.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

5.1.5. Tarefa 3 - Problemas de Comparação

As situações-problema que serão analisadas a seguir referem-se à categoria dos problemas de comparação, e estão apresentadas no Quadro 26. Nessa categoria é possível comparar duas quantidades – denominadas referente e referido – existindo, sempre, uma relação entre elas.

Quadro 26: Tarefa 3¹⁴

Características:	Situações-problema que envolvem a 3ª categoria: é aquela em que uma relação estática articula duas medidas. As situações-problema dessa categoria são apresentadas em 6 classes de problemas.
Conteúdo Estruturante:	Números e álgebra.
Conteúdo Específico:	Operações: adição e subtração.
Objetivo:	Reconhecer as situações-problema em que uma relação articula duas medidas.
Metodologia:	A tarefa foi proposta para ser realizada individualmente. Cada estudante deveria fazer a leitura da situação-problema e realizar o registro da estratégia de resolução efetuada.
Expectativa:	Esperava-se que a partir da tarefa algumas dúvidas começassem a surgir, devido ao grau de complexidade das situações-problema apresentadas.

¹⁴ As tarefas são adaptações realizadas a partir das sequências de atividades presentes no livro Teoria dos Campos Conceituais: situações-problema da estrutura aditiva e multiplicativa de Naturais.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Problemas apresentados aos estudantes
<p>Problema da 1ª classe: Conhecendo uma das medidas (referente) e a relação, pode-se determinar a outra medida (referido).</p> <p>Enunciado: Lucas possui 45 adesivos em sua coleção. Lucas tem 23 a mais do que Gabriel. Quantos adesivos tem Gabriel?</p>
<p>Problema da 2ª classe: Conhecendo-se uma das medidas (referente) e a relação, pode-se determinar a outra medida (referido).</p> <p>Enunciado: Camila possui 36 gibis. Camila tem 9 gibis a menos do que Fernanda. Quantos gibis tem Fernanda?</p>
<p>Problema da 3ª classe: Considerando-se as medidas, referente e referido, pode-se determinar a relação negativa.</p> <p>Enunciado: Gustavo e Giovana são irmãos. Ele tem R\$63,00 em seu cofrinho e Giovana tem R\$ 51,00. Quantos reais Giovana tem a menos do que Gustavo?</p>
<p>Problema da 4ª classe: Conhecendo-se uma das medidas, referente ou referido, pode-se determinar a relação positiva.</p> <p>Enunciado: Mariana tem R\$ 48,00 e Pedro tem R\$ 52,00. Quantos reais Pedro tem a mais do que Mariana?</p>
<p>Problema da 5ª classe: Conhecendo-se uma das medidas (referido) e a relação positiva, pode-se determinar a outra medida (referente).</p> <p>Enunciado: Gustavo possui 100 cards. Henrique tem 25 cards a mais do que Gustavo. Quantos cards tem Henrique?</p>
<p>Problema da 6ª classe: Conhecendo-se uma das medidas (referido) e a relação negativa, pode se determinar a outra medida (referente).</p> <p>Enunciado: Everton tem 100 bolinhas de gude. Érick tem 32 a menos do que Everton. Quantas bolinhas de gude possui Érick?</p>

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

As situações-problema que compõem a tarefa 3 estão descritas no Quadro 27, bem como os índices apresentados para cada estratégia de resolução utilizada pelos estudantes.

Quadro 27: Estratégias dos estudantes para o problema da categoria de comparação

Problema da 1ª classe: Conhecendo uma das medidas (referente) e a relação, pode-se determinar a outra medida(referido).

Enunciado: Lucas possui 45 adesivos em sua coleção. Lucas tem 23 a mais do que Gabriel. Quantos adesivos tem Gabriel?

Problema da 2ª classe: Conhecendo-se uma das medidas (referente) e a relação, pode-se determinar a outra medida (referido).

Enunciado: Camila possui 36 gibis. Camila tem 9 gibis a menos do que Fernanda. Quantos gibis tem Fernanda?

Problema da 3ª classe: Considerando-se as medidas, referente e referido, pode-se determinar a relação negativa.

Enunciado: Gustavo e Giovana são irmãos. Ele tem R\$63,00 em seu cofrinho e Giovana tem R\$ 51,00. Quantos reais Giovana tem a menos do que Gustavo?

Problema da 4ª classe: Conhecendo-se uma das medidas, referente ou referido, pode-se determinar a relação positiva.

Enunciado: Mariana tem R\$ 48,00 e Pedro tem R\$ 52,00. Quantos reais Pedro tem a mais do que Mariana?

Problema da 5ª classe: Conhecendo-se uma das medidas (referido) e a relação positiva, pode-se determinar a outra medida (referente).

Enunciado: Gustavo possui 100 cards. Henrique tem 25 cards a mais do que Gustavo. Quantos cards tem Henrique?

Problema da 6ª classe: Conhecendo-se uma das medidas (referido) e a relação negativa, pode se determinar a outra medida (referente).

Enunciado: Everton tem 100 bolinhas de gude. Érick tem 32 a menos do que Everton. Quantas bolinhas de gude possui Érick?

Algoritmo convencional da adição ou subtração	70%	20 estudantes
Decomposição com representação numérica	20%	4 estudantes
Contagem 1 a 1	10%	2 estudantes

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Referente à análise das situações-problema da categoria comparação, optou-se pela análise das seis tarefas que compõem as seis classes propostas. A alteração na forma da análise realizada até o momento se deve ao fato de que ao longo do desenvolvimento das tarefas das categorias de composição e transformação, observei a pouca variedade nas estratégias de resolução demonstradas pelos estudantes.

A intenção com esta investigação é observar as diversas estratégias pessoais que os estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental apresentam ao resolver situações-problema pertencentes ao Campo Aditivo e, desse modo, justifica-se a alternância na metodologia utilizada, a fim de promover uma possibilidade do surgimento de maior variedade nas estratégias utilizadas pelos estudantes e, assim, ser possível realizar uma análise mais plural.

As tarefas pertencentes à categoria de comparação são seis, como já mencionado, e atende as classes que compõem tal categoria. As situações-problema foram aplicadas ao longo de uma semana, considerando: a segunda-feira para a realização de duas classes de problemas; a quarta-feira para a realização de mais duas classes; finalizando na sexta-feira, com as duas classes restantes, totalizando as seis classes pertencentes à categoria de composição. Nos três dias em que as tarefas foram propostas a sala de aula estava com 26 alunos, considerando quatro faltas nos dias em que a pesquisa foi realizada.

As situações-problema foram propostas individualmente, para que cada estudante realizasse o seu registro pessoal na tarefa, e nos dias em que a pesquisa foi realizada, planejei cerca de 100 minutos para a realização das tarefas para cada dia, considerando que os estudantes deveriam ler as duas situações propostas, resolvê-las e compartilhar com o grupo, caso desejassem, a estratégia utilizada. A seguir são apresentadas as estratégias utilizadas pelos estudantes, considerando-se o conjunto das seis classes pertencentes à categoria de problemas de Composição.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Diferentes estratégias de resolução	
<p>Figura 17: Representação com correspondência 1 a 1</p> <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 18: Representação com correspondência 1 a 1</p> <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>
<p>Figura 19: Representação com algoritmo convencional</p> <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 20: Representação com algoritmo convencional</p> <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>
<p>Figura 21: Representação com algoritmo convencional</p> <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 22: Representação com decomposição e representação numérica</p> <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Na segunda-feira, no início da aula, lembrei aos alunos alguns combinados importantes para que a pesquisa acontecesse ao longo da semana, da melhor forma, e para que todos os envolvidos pudessem participar de maneira tranquila. Vale ressaltar que na tarefa 2 os estudantes foram agrupados em grupos com cinco estudantes e, para a realização da tarefa 3, eles resolveram as tarefas individualmente, o que não causou desconforto, pois me coloquei à disposição para mediar qualquer possível dificuldade ou sanar eventuais dúvidas.

Durante a realização da tarefa 3, conforme as figuras 17 a 22, entreguei uma folha para cada estudante, nos dias combinados, e solicitei que realizassem a leitura e depois a resolução, lembrando sempre da importância de registrar a estratégia utilizada para encontrar o resultado.

Os estudantes estavam tranquilos e sempre que necessário solicitaram a minha presença para eventuais dúvidas, tais como: ajudar na leitura, esclarecer algum termo que tivesse ficado dúvida, confirmar a necessidade do registro da estratégia e solicitar ajuda para organizar e assim registrar a estratégia utilizada.

Considerando as estratégias apresentadas nas figuras 19 a 22, os estudantes utilizaram predominantemente o algoritmo da adição ou subtração como estratégia para resolver as situações-problema propostas, sendo que 20% fizeram uso da decomposição numérica, contando de 10 em 10, e apenas 10% responderam com o uso da contagem 1 a 1, utilizando a representação pictórica como apoio.

Durante a realização da tarefa, ao longo dos três dias, foi nítida a segurança de muitos estudantes no momento de argumentar a respeito da estratégia escolhida para a resolução.

Veja um diálogo realizado durante um dos encontros:

Professora: Quem gostaria de compartilhar a estratégia e a forma como pensou para resolver a situação problema B.

E1: Esse é muito fácil, mas tem uma pegadinha.

Professora: É mesmo? E qual seria essa pegadinha?

E1: Porque está escrito que a Camila tem 9 gibis a menos que a Fernanda, mas o cálculo é de mais.

Professora: Quem concorda com o colega?

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

E2: Eu fiz uma conta de menos porque meu pai sempre fala que as palavras dão dica. E a palavra menos combina com a conta de menos.

Professora: Mais alguém gostaria de concordar, discordar ou pensou algo diferente dos colegas? Neste momento todos se mantiveram calados e apenas balançaram com a cabeça com sinal de “não”.

A minha expectativa era que os estudantes quisessem discordar ou até comentar algo a respeito da fala do estudante E2, mas, como não ocorreu, coube a mim me conter para, ao invés de provocar ou instigar os estudantes, ou induzi-los a responder o que gostaria de ouvir, por exemplo, que nem sempre a palavra “menos” nas situações-problema indica um cálculo de subtração.

O diálogo apresentado representa exatamente o momento em que me percebo ocupando apenas o lugar de espectador, ouvinte e o de provocador de boas conversas. Para Freire (1997), o papel do professor é o de estabelecer relações dialógicas de ensino e aprendizagem, em que professor, ao passo que ensina, também aprende. Juntos, professor e estudante aprendem, em um encontro democrático e afetivo, em que todos podem se expressar.

Garantindo a democracia da pesquisa, segui com a resolução das situações da 3a e 4a classe, na quarta-feira. A única dificuldade observada em quatro estudantes foi no momento de realizarem a leitura das situações, pois necessitaram do meu auxílio e, após ouvirem a leitura, resolveram as situações com algoritmos. No momento de socializar as estratégias os estudantes foram unânimes em argumentar que essas situações eram muito fáceis e que os números (grandezas) eram bons para calcular, e nem precisava fazer cálculo na situação da 4a classe, pois era só contar quanto faltava do 48 para o 52 e colocar a resposta, mas como era um combinado nosso, precisaram registrar uma conta, no caso, o algoritmo da subtração.

Já na sexta-feira, os estudantes resolveram as situações da 5a e 6a classe e os mesmos quatro estudantes que na quarta-feira solicitaram ajuda para realizar a leitura, solicitaram também na sexta-feira. No mais, não houve nenhuma ocorrência relevante. Na socialização dessas situações-problema uma estratégia, apresentada na Figura 21, merece destaque, e principalmente pelo argumento do estudante, o qual revela muitos dos saberes já adquiridos. Veja parte do diálogo a seguir:

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Professora: Você poderia me explicar como pensou para resolver e registrar essa estratégia de resolução?

E1: Prô, esse problema é muito fácil, porque tem que fazer $100 - 32$. O que foi difícil é a conta de menos com esses números. Aí, eu pensei: 100 é igual a $50 + 50$, então posso tirar 32 de 50 que é mais fácil, e depois juntar o resultado com os outros 50. Deu 68 de resultado.

Ao compartilhar esse argumento com o grupo, alguns estudantes que já sabem realizar o algoritmo de forma operatória bastante eficaz, alegaram que é mais difícil fazer assim, mas que é melhor do que contar com bolinhas e pauzinhos.

Para Vergnaud (1996, p. 155) o conhecimento é “tanto o saber fazer como os saberes expressos”. No saber fazer estão envolvidas as competências e as habilidades e, nestas, podem ser observados e analisados os saberes expressos pelo estudante, quando defrontado com as situações e, a partir daí, pode-se analisar a sua aprendizagem.

Os estudantes ao longo do desenvolvimento da sequência de tarefas, vêm apresentando e explicitando esse conhecimento ao qual Vergnaud se refere, considerando os avanços na elaboração das estratégias utilizadas na resolução das situações-problema propostas e a argumentação empregada para explicá-las.

5.1.6. Reflexões sobre a tarefa 3

Na sequência de situações-problema da tarefa 3 os estudantes resolveram individualmente os problemas e registraram suas estratégias pessoais. Conforme observado nos exemplos citados anteriormente, a grande maioria utilizou o algoritmo da adição ou subtração como estratégia de resolução. Nas situações-problema de comparação do Campo Aditivo, as palavras “mais” e “menos” são muito empregadas nos enunciados, e os estudantes precisam entendê-las no sentido comparativo, diferentemente de quando usadas nas situações-problema que envolvem a categoria de transformação.

Nas estratégias apresentadas pelos estudantes é possível observar que a grande maioria se atentou às palavras “mais e menos”, mas, normalmente identificaram as ideias de adição e subtração com mudanças nas quantidades. Como nos problemas comparativos não há mudanças nas quantidades, os estudantes não conseguiram raciocinar de imediato sobre as relações quantitativas envolvidas nos problemas.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Uma hipótese para facilitar o raciocínio e a resolução dessas situações-problema é transformar a pergunta. Por exemplo: ao invés de perguntar: “Quantos reais Giovana têm a menos do que Gustavo?”, poder-se-ia perguntar “Quantos reais são necessários para que Giovana fique com a mesma quantia que Gustavo?”. Para se resolver um problema com essa pergunta, uma estratégia bastante possível, seria a correspondência 1 a 1, como observado nas figuras 17 e 18.

Dessa forma, é possível dizer que os conceitos de adição e subtração tem origem nos esquemas de ação. São eles: juntar, retirar e a correspondência um a um. Cada um desses esquemas já é utilizado pelos estudantes antes mesmo de ingressarem na escola, pois eles fazem uso em situações do cotidiano, porém, devido à preocupação com o ensino das técnicas operatórias, os estudantes são expostos a uma bateria de exercícios para treinarem os algoritmos de adição e subtração de forma descontextualizada, sem articular os três esquemas de ação ligados aos conceitos de adição e subtração.

Conforme previsto na BNCC, ao descrever a competência 6, específica para a área de Matemática, é destacado que o aluno deve

enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados)” (p. 265).

É importante ressaltar a importância e a necessidade dos professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental oportunizar situações em que os estudantes possam inferir, compartilhar e argumentar a respeito de suas hipóteses de estratégias pessoais de resolução de problemas, sejam elas do campo aditivo ou não.

5.1.7. Tarefa 4 - Problemas de transformação

As situações-problema analisadas a seguir referem-se à ideia de transformação, envolvendo a quarta categoria: é aquela em que duas transformações se compõem para resultar em uma transformação. Nessa categoria temos duas classes de situações, conforme o quadro a seguir:

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Quadro 28: Tarefa 4¹⁵

Características:	Situações-problema envolvendo a quarta categoria: é aquela em que duas transformações se compõem para resultar em uma transformação. Nessa categoria temos duas classes de situações.
Conteúdo Estruturante:	Números e álgebra.
Conteúdo Específico:	Operações: adição e subtração.
Objetivo:	Resolver situações problemas de transformação.
Metodologia:	A tarefa foi proposta para ser realizada individualmente. Cada estudante deveria fazer a leitura da situação-problema proposta e realizar o registro da estratégia de resolução utilizada.
Expectativa:	Nessa tarefa, as situações-problema apresentam um considerável grau de complexidade, o que provavelmente causará dúvidas nos estudantes.
Problemas apresentados aos estudantes	
<p>Problema da 1ª classe: Conhecendo-se duas transformações elementares, pode-se encontrar a transformação composta.</p> <p>Enunciado: Um ônibus partiu do ponto inicial com 14 passageiros, no 2º ponto subiram 5 passageiros, no ponto final chegou com 25 passageiros, o que aconteceu durante o percurso?</p>	
<p>Problema da 2ª classe: Conhecendo-se a transformação composta e uma das transformações elementares, pode-se encontrar a outra transformação elementar.</p> <p>Enunciado: Marcos jogou duas partidas de videogame. Na primeira partida ele ganhou 21 pontos. No final da segunda partida ele ficou com um total de 18 pontos. Ao final das duas partidas, quantos pontos ele perdeu?</p>	

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

¹⁵ As tarefas são adaptações realizadas a partir das sequências de atividades presentes no livro Teoria dos Campos Conceituais: situações problemas da estrutura aditiva e multiplicativa de Naturais.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Considerando que essa tarefa é composta por duas situações-problema, conforme Quadro 28, optei por aplicá-la em um único dia, numa quarta-feira, em que estavam presentes 23 estudantes. Assim, entreguei uma folha contendo as duas situações-problema propostas e realizei a leitura de forma coletiva. Posteriormente, as tarefas foram realizadas individualmente.

A partir dessa tarefa passei a fazer a opção por realizar a leitura coletiva das situações-problema propostas, visto que apresentavam um volume de texto maior, com mais informações a serem consideradas na resolução e maior grau de complexidade presente nas tarefas.

O combinado, sobre a necessidade para a realização do registro de resolução se manteve, e os estudantes tiveram que registrar suas estratégias e argumentar a respeito quando solicitados, no momento da socialização.

A seguir é possível observar a pouca variedade de estratégias utilizadas pelos estudantes ao realizarem o registro das resoluções. A grande maioria fez uso dos algoritmos convencionais. Alguns arriscaram breves ensaios e utilizaram a representação com correspondência 1 a 1 para validarem o resultado obtido mediante a resolução com uso de algoritmo, conforme pode ser observado nas figuras 23 e 24, assim como no Quadro 29.

Quadro 29: Estratégias dos estudantes para os problemas da categoria - Duas transformações

<p>Problema da 1ª classe: Conhecendo-se duas transformações elementares, pode-se encontrar a transformação composta.</p> <p>Enunciado: Um ônibus partiu do ponto inicial com 14 passageiros, no 2º ponto subiram 5 passageiros, no ponto final chegou com 25 passageiros, o que aconteceu durante o percurso?</p>		
<p>Problema da 2ª classe: Conhecendo-se a transformação composta e uma das transformações elementares, pode-se encontrar a outra transformação elementar.</p> <p>Enunciado: Marcos jogou duas partidas de videogame. Na primeira partida ele ganhou 21 pontos. No final da segunda partida ele ficou com um total de 18 pontos. Ao final das duas partidas, quantos pontos ele perdeu?</p>		
Algoritmo convencional da adição ou subtração	85%	21 estudantes
Contagem 1 a 1	15%	4 estudantes

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Diferentes estratégias de resolução	
<p>Figura 23: Representação com correspondência 1 a 1</p> <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 24: Representação com correspondência 1 a 1</p> <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>
<p>Figura 25: Representação com algoritmo convencional</p> <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 26: Representação com algoritmo convencional</p> <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>
<p>Figura 27: Representação com algoritmo convencional</p> <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Quando questionados a respeito das estratégias utilizadas, alguns estudantes se manifestaram da seguinte forma:

Professora: Por que vocês utilizaram apenas algoritmos como estratégias para resolver as situações problemas da tarefa 4?

A1: Porque os números eram pequenos.

A2: Porque é mais fácil e rápido.

A3: Porque nós aprendemos a fazer contas de mais e menos e temos que utilizar para resolver os problemas.

A4: Com as contas fica mais fácil de explicar o que pensamos para resolver.

Diante da fala do estudante A4, fiquei pensando na hipótese de que os estudantes diante da “solicitação/exigência” para que registrassem suas estratégias de cálculo, estavam se sentindo obrigados a utilizar os algoritmos como forma de garantir o registro.

5.1.8. Reflexões sobre a tarefa 4

As situações-problema da tarefa 4 referem-se à ideia de transformação composta, em que o problema se inicia com uma quantidade determinada, algum tempo depois tem mais alguma quantidade, e no final tem um determinado número, o que promove uma transformação no final ou durante a atividade.

Para resolverem situações-problema que envolvam a ideia de transformação composta, os estudantes necessitaram realizar duas operações do campo aditivo, considerando que ocorre mais de uma transformação durante a situação proposta.

Situações-problema como as apresentadas na tarefa 4 demonstraram um grau de complexidade em que foi necessária a minha mediação. Durante a mediação precisei estar atenta ao como, quando e porque mediar o conhecimento matemático, no caso, os conceitos de medida, adição, subtração e transformação, e o estudante. Foi necessário lançar mão de estratégias como realizar a leitura coletiva das situações problemas para os estudantes, e passar pelas mesas tirando dúvidas durante a realização da tarefa e solicitando que registrassem a estratégia utilizada na resolução.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Alguns dos conceitos matemáticos pertencentes às situações-problema em questão, como a adição e subtração, foram evidenciados nas falas dos estudantes, quando argumentaram que “...*nós aprendemos a fazer contas de mais e menos e temos que utilizar para resolver os problemas*”, o que não quer dizer que os estudantes já são capazes de utilizarem os esquemas de ação de juntar e separar com proficiência, mas falas como a descrita anteriormente, acompanhadas de estratégias com o uso de algoritmos, apontam evidências de que se faz necessário a observação e um possível diagnóstico das aprendizagens consolidadas pelos estudantes. É importante ressaltar que nem sempre a evolução das habilidades desses estudantes segue o mesmo padrão ou apresenta-se como o esperado.

Nunes (2005) parte do pressuposto de que o ensino deve-se basear em evidências, cabendo ao professor coletar informações sobre seus alunos que lhe permita fazer intervenções e planejar seu programa de ensino, num processo de aprendizagem que não se limita apenas ao aluno, mas se estende ao próprio professor.

5.1.9. Tarefa 5 - Problemas de transformação da quinta categoria

No dia da realização da tarefa 5 estavam presentes 25 estudantes, e eles foram agrupados de acordo com os critérios citados anteriormente, e cada grupo composto por 5 estudantes recebeu duas folhas, contendo as situações da 1a e 2a classe, numa folha e a situação da 3a classe, na folha seguinte.

A tarefa 5 foi composta por 3 situações-problema envolvendo a quinta categoria: aquela em que uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo.

Quadro 30: Tarefa 5¹⁶

Características:	Situações-problema envolvendo a quinta categoria: é aquela em que uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo.
Conteúdo Estruturante:	Números e álgebra.

¹⁶ As tarefas são adaptações realizadas a partir das sequências de atividades presentes no livro Teoria dos Campos Conceituais: Situações problemas da estrutura aditiva e multiplicativa de Naturais.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Conteúdo Específico:	Operações: adição e subtração.
Objetivo:	Reconhecer as situações-problema, em particular, que a transformação opera sobre um estado relativo.
Metodologia:	Nessa tarefa, as três situações-problema foram propostas para serem realizadas em grupo, considerando que os agrupamentos seriam previamente organizados.
Expectativa:	Possivelmente, os estudantes, mesmo reunidos em grupos, apresentariam dúvidas e mais dificuldade para encontrar estratégias adequadas de resolução.
Problemas apresentados aos estudantes	
<p>Problema da 1ª classe: É aquela nas quais são conhecidas a primeira relação, e a transformação e o estudante fica encarregado de determinar a segunda relação.</p> <p>Enunciado: No ano de 2019, Fernando era 2 centímetros mais baixo do que Gustavo. Em 2021, Fernando cresceu 5 centímetros a menos do que Gustavo. Quem ficou mais baixo? Quantos centímetros?</p>	
<p>Problema da 2ª classe: São aquelas nas quais são conhecidas a transformação e a segunda relação e o estudante fica encarregado de descobrir a primeira relação.</p> <p>Enunciado: No início de 2019, João e Ester possuíam alturas diferentes. No início de 2020 João cresceu 2 cm a mais do que Ester, de modo que no início de 2021 ele tinha 7cm a mais do que ela. Assim, quantos centímetros a mais ou a menos João possuía no início de 2019 em relação à Ester?</p>	
<p>Problema da 3ª classe: É aquela em que se conhecem as relações inicial e final e cabe ao estudante descobrir a transformação.</p> <p>Enunciado: Até a rodada passada o time do São Paulo possuía 5 gols a mais do que o time do Palmeiras. Nessa rodada eles se enfrentaram e o time do São Paulo agora tem 7 gols a mais do que o time do Palmeiras. Quantos gols a mais o time do São Paulo marcou em relação ao time do Palmeiras na última rodada?</p>	

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

Para realização dessa tarefa a turma foi organizada em grupos, considerando agrupamentos pré-estabelecidos por mim. Para a composição dos grupos, levei em

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

consideração alguns aspectos importantes que seriam necessários para a realização da tarefa. Assim, em cada grupo havia estudantes com maior e menor fluência leitora, considerando o volume de texto das situações-problema propostas, estudantes que só utilizam o algoritmo como estratégias de resolução e estudantes que transitam entre os registros pictóricos e os numéricos.

Mesmo considerando que o grupo pesquisado já saiba os combinados que devem ser respeitados durante a realização da tarefa, retomei a discussão e, neste momento, informei que faria uma leitura coletiva das situações-problema propostas, para que assim todos soubessem a respeito, até porque havia a hipótese de que os estudantes apresentariam dúvidas sobre o entendimento das situações-problema. As hipóteses suscitadas levam em consideração o grau de dificuldade apresentado nessas situações-problema, pertencentes à 5ª categoria, já que os estudantes necessitavam fazer uso de uma transformação que opera nas relações.

Logo durante a leitura da situação da 1ª classe alguns estudantes sussurraram entre eles: “*Não entendi nada*”! Mesmo diante do que foi ouvido, segui com a leitura e com a comanda sobre o que deveria ser realizado e, ao final da leitura da primeira situação-problema, disse à turma que poderiam conversar no grupo e começar a resolver e registrar a resolução.

Durante os ensaios que fizeram para tentar resolver a 1ª situação-problema, observei um desconforto generalizado dos grupos, uma vez que não estavam conseguindo encontrar uma estratégia para conseguir explicitar a resolução. Foi então que pedi a todos que parassem o que estavam fazendo e prestassem atenção em mim, pois havia decidido que se fazia necessária uma mediação mais pontual ao grupo, de modo geral.

Com todos os estudantes voltados para mim, realizei novamente a leitura da situação-problema e, junto deles, começamos de forma coletiva a esmiuçar as informações que eram essenciais para a resolução.

Conforme pode ser observado no Quadro 31 e nas figuras 28 a 31, a partir da intervenção coletiva realizada em lousa, os grupos retomaram suas tarefas e conseguiram realizar seus registros. É possível observar que alguns grupos, mesmo utilizando os algoritmos para encontrarem a resolução da situação, utilizaram também outras estratégias, como o uso de recursos numéricos e pictóricos.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

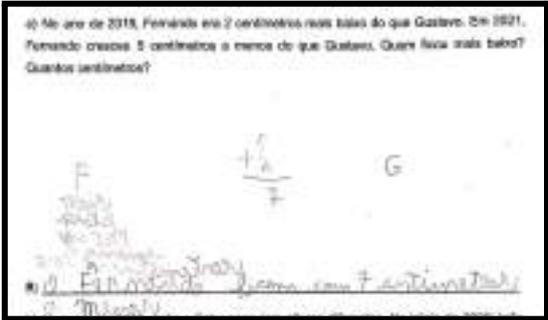
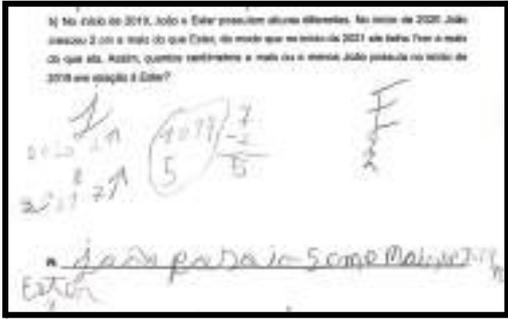
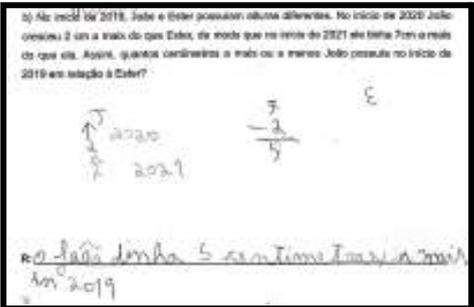
Quadro 31: Estratégias dos estudantes para os problemas da categoria Transformação sobre um estado relativo

<p>Problema da 1ª classe: É aquela nas quais são conhecidas a primeira relação, e a transformação e o estudante fica encarregado de determinar a segunda relação.</p> <p>Enunciado: No ano de 2019, Fernando era 2 centímetros mais baixo do que Gustavo. Em 2021, Fernando cresceu 5 centímetros a menos do que Gustavo. Quem ficou mais baixo? Quantos centímetros?</p> <p>Problema da 2ª classe: São aquelas nas quais são conhecidas a transformação e a segunda relação e o estudante fica encarregado de descobrir a primeira relação.</p> <p>Enunciado: No início de 2019, João e Ester possuíam alturas diferentes. No início de 2020 João cresceu 2 cm a mais do que Ester, de modo que no início de 2021 ele tinha 7cm a mais do que ela. Assim, quantos centímetros a mais ou a menos João possuía no início de 2019 em relação à Ester?</p> <p>Problema da 3ª classe: É aquela em que se conhecem as relações inicial e final e cabe ao estudante descobrir a transformação.</p> <p>Enunciado: Até a rodada passada o time do São Paulo possuía 5 gols a mais do que o time do Palmeiras. Nessa rodada eles se enfrentaram e o time do São Paulo agora tem 7 gols a mais do que o time do Palmeiras. Quantos gols a mais o time do São Paulo marcou em relação ao time do Palmeiras na última rodada?</p>		
Algoritmo convencional da adição ou subtração	100%	25 (5 grupos)
Contagem 1 a 1	0%	0 (nenhum grupo)

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

É importante destacar que as três situações-problema dessa tarefa foram realizadas mediante uma intervenção coletiva, num primeiro momento, e só após foram realizados grupos.

A intervenção foi pautada no sentido de retomar a leitura das situações-problema, destacar as informações relevantes para a resolução, discutir a respeito da ideia presente em cada situação e questionar de que maneira poderia ser encontrada a resposta para a pergunta referente a cada situação-problema.

Diferentes estratégias de resolução	
<p>Figura 28: Representação com algoritmo convencional</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 29: Representação com algoritmo convencional</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>
<p>Figura 30: Representação com algoritmo convencional</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 31: Representação com algoritmo convencional</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>

5.1.10. Reflexões sobre a tarefa 5

A tarefa 5 apresenta três situações-problema que envolvem a ideia de transformação, porém, todas com maior grau de complexidade, como bem pode observar ao longo da realização da tarefa.

Para se efetivar a realização da tarefa por meio das resoluções dos estudantes foi necessário e fundamental a minha mediação, a partir da atenção aos sinais demonstrados pelos estudantes durante a realização da proposta. Como mencionado na análise da atividade, ouvi comentários que declararam um pedido de ajuda por parte de alguns dos estudantes o desconforto diante do desafio que estava proposto. No sentido de auxiliar os estudantes, fiz uso da mediação intencional, por meio da leitura coletiva da situação-problema, da seleção de

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

dados relevantes para a resolução e a parceria compartilhada com a turma para juntos interpretarem, resolverem e registrarem a resolução encontrada.

Guimarães (2005) chama a atenção para a importância de o professor discernir o momento e a intensidade de sua ajuda junto a seus alunos, quando estes estão resolvendo um problema. Segundo essa autora, tal discernimento deve levar em conta o grau de reflexão exigido pelo problema, principalmente quando esse constitui uma novidade. Assim, deve-se compreender que o aluno necessita da mediação do professor no processo de interpretação e estruturação de situações que são lhes colocadas a partir da apresentação de situações-problema.

Tal pressuposto é substanciado pela Teoria dos Campos Conceituais, quando esta afirma que a construção do conhecimento é fruto de uma tríade: a maturação das estruturas cognitivas dos estudantes, suas experiências (familiarização) com esse conhecimento e, terceiro, a aprendizagem (VERGNAUD, 1994).

Deve-se enfatizar que embora o foco da pesquisa seja o de observar as diferentes estratégias para resolver as situações-problema, na tarefa 5, em especial, os estudantes construíram suas estratégias de resolução no coletivo, a partir da minha mediação pontual, o que não favoreceu a diversidade de estratégias, conforme observado nas figuras 28 a 31.

5.1.11. Tarefa 6 - Problemas de transformação que envolvem dois estados relativos

A tarefa 6 é composta por 2 situações problemas que envolvem transformações de relações, conforme quadro 32.

Quadro 32: Tarefa 6¹⁷

<p>Características:</p>	<p>Situações-problema envolvendo a sexta categoria: é aquela em que dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo. Pode ser dividida em duas classes.</p>
--------------------------------	--

¹⁷ As tarefas são adaptações realizadas a partir das sequências de atividades presentes no livro Teoria dos Campos Conceituais: Situações problemas da estrutura aditiva e multiplicativa de Naturais.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Conteúdo Estruturante:	Números e álgebra.
Conteúdo Específico:	Operações: adição e subtração.
Objetivo:	Reconhecer as situações problemas que se compõem.
Metodologia:	As tarefas foram propostas para serem realizadas em grupo, considerando a organização prévia dos agrupamentos.
Expectativa:	Esperava-se que os grupos demonstrassem dificuldade na realização da tarefa devido ao alto grau de complexidade das situações-problema e, dessa forma, a minha intervenção se faria muito presente durante o processo.
Problemas apresentados aos estudantes	
<p>Problema da 1ª classe: É aquela em que se conhece a relação elementar e a relação de composição para obter a relação desconhecida.</p> <p>Enunciado: Camila tem R\$ 5,00 a mais do que Renata. Por sua vez, Renata tem R\$ 7,00 a mais do Maria. Quanto Camila tem a mais do que Maria?</p>	
<p>Problema da 2ª classe: É aquela em que se conhece a relação de composição e a relação, de modo que a relação inicial não é conhecida.</p> <p>Enunciado: Keila tem certa quantia a mais do que Sara. No entanto, Sara tem R\$ 8,00 a mais do que Renata, de modo que Keila tem R\$ 11,00 a mais do que Renata. Assim, quanto Keila tem a mais do que Sara?</p>	

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Considerando um maior grau de complexidade presente nesses problemas, organizei a turma em 5 grupos. No dia da aplicação estavam presentes 25 estudantes e cada grupo foi composto por 5 estudantes. Vale ressaltar que os agrupamentos foram previamente organizados, levando em consideração critérios observados nos estudantes em momentos de resolução das tarefas anteriores, por exemplo, fluência leitora e fluência para explicar o que pensaram para resolver e o uso de estratégias numéricas e pictóricas.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

As situações problemas propostas a seguir, de acordo com o Quadro 33, estavam na mesma folha e foram aplicadas no mesmo dia. Assim, entreguei a cada estudante do grupo uma folha com a tarefa, solicitando que realizassem a leitura e em seguida registrassem a resolução.

Quadro 33: Estratégias dos estudantes para os problemas da categoria - Situações problemas que se compõem.

<p>Problema da 1ª classe: É aquela em que se conhece a relação elementar e a relação de composição para obter uma relação desconhecida.</p> <p>Enunciado: Camila tem R\$ 5,00 a mais do que Renata. Por sua vez, Renata tem R\$ 7,00 a mais do Maria. Quanto Camila tem a mais do que Maria?</p> <p>Problema da 2ª classe: É aquela em que se conhece a relação de composição e a relação, de modo que a relação inicial não é conhecida.</p> <p>Enunciado: Keila tem certa quantia a mais do que Sara. No entanto, Sara tem R\$ 8,00 a mais do que Renata, de modo que Keila tem R\$ 11,00 a mais do que Renata. Assim, quanto Keila tem a mais do que Sara?</p>		
Algoritmo convencional da adição ou subtração	100%	25 (5 grupos)
Contagem 1 a 1	0%	0 (nenhum grupo)

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

De certa forma, como já era o esperado, devido ao grau de dificuldade da tarefa, os grupos não conseguiram resolver as situações propostas, e alguns estudantes disseram: “São muitas informações para ler e entender”; “O meu grupo não entendeu nada”; “Até pra fazer contas com os números que estão aqui é difícil”.

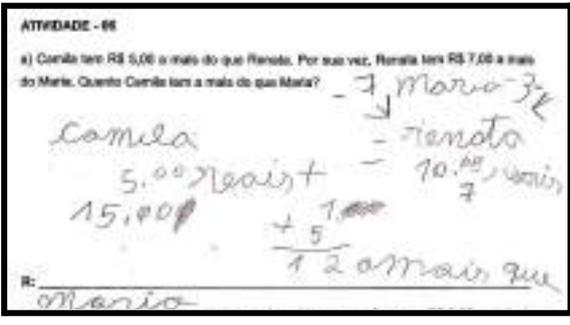
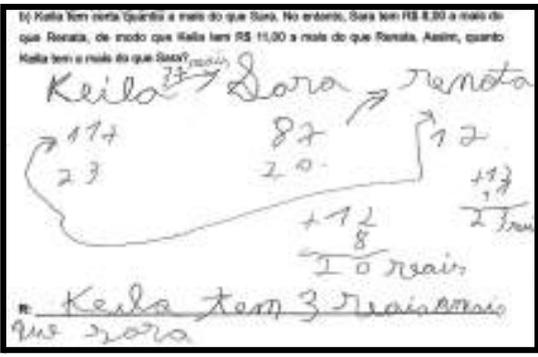
Como mencionado anteriormente, já era esperado essa dificuldade para selecionar, organizar e entender os dados das situações-problema, devido ao fato de se tratar de situações-problema que envolvem a composição de duas relações. Nessa categoria são dadas duas relações estáticas e se busca uma terceira que será gerada pela composição dessas duas. Assim, os estudantes não conseguiram operar com tantas informações, e então tomei a decisão de propor a resolução da tarefa de forma coletiva e na lousa.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

As duas resoluções foram realizadas na lousa e, como par mais experiente, juntamente com a turma, fui lendo, selecionando os dados mais relevantes e organizando na lousa todas as informações, para que juntos pudéssemos pensar numa estratégia que fosse a mais adequada para a resolução das duas situações-problema.

Mediante as resoluções realizadas na lousa, propus aos grupos que pensassem em outras formas de representar ou demonstrar outras maneiras, considerando aqui como estratégias para a resolução daquelas situações-problema propostas.

Conforme as figuras 32 a 35, podemos apreciar algumas das estratégias ressignificadas pelos estudantes.

Diferentes estratégias de resolução	
<p>Figura 32: Representação com algoritmo convencional</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 33: Representação com algoritmo convencional</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>
<p>Figura 34: Representação com algoritmo convencional</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>	<p>Figura 35: Representação com algoritmo convencional</p>  <p>Fonte: Elaborado pela autora (2022)</p>

5.1.12. Reflexões sobre a tarefa 6

No momento em que fiz a opção por aplicar e propor a resolução das situações-problema referente à 6ª categoria do campo aditivo, já intencionava que provavelmente os estudantes demonstrariam certa dificuldade. As situações pertencentes a esta categoria são situações com um grau de complexidade maior, em que se faz necessário articular alguns conceitos. Para tanto, ainda seria prudente desenvolver uma série de situações que dê sentido a esse conceito, como, situações-problema que trazem a ideia de juntar, transformar, comparar, operações de somar, dentre outras situações que podem ser oferecidas.

A compreensão de um conceito pelo estudante não se dá quando este é confrontado apenas com uma única situação. Por exemplo, ao buscar o domínio do conceito da operação de adição por um estudante dos anos iniciais, é necessário confrontá-lo com condições que facilitem a compreensão das propriedades da adição (associativa, comutativa, elemento neutro), que eles sejam direcionados a utilizar tais propriedades, mesmo sem colocá-las de forma explícita, e o contato com as formas de representação dessas propriedades e com os símbolos que fazem parte da definição da soma.

Sendo assim, diante do observado com os estudantes, faz-se necessário expô-los a outras situações-problema que apresentem um conjunto de diferentes relações que podem ser estabelecidas explicitamente ou implicitamente.

6. CONSIDERAÇÕES

Comumente chamamos este capítulo de "Considerações finais", mas atrevo-me a dizer que depois de realizada a investigação, a qual me deu suporte e informações para escrever esta dissertação, inicio o processo das minha considerações iniciais, visto que, a partir de agora, considero ter subsídios para problematizar e pesquisar de forma mais aprofundada questões que emergiram das discussões e dos dados produzidos pelos alunos no momento de realização das tarefas que foram propostas e organizadas numa sequência construída a partir dos referenciais da THA.

O objetivo deste estudo foi a investigação mediante a construção de uma sequência de tarefas, na perspectiva apresentada por Simon (2005), no que se refere a THA, com o intuito de investigar e analisar as estratégias de resolução de problemas que envolvem as ideias do Campo Aditivo, nas produções dos estudantes do 3o ano dos anos iniciais.

Para tanto sublinha-se os seguintes objetivos específicos: (i) propor tarefas elaboradas a partir da elaboração de uma THA; (ii) analisar as estratégias apresentadas pelos estudantes na resolução das situações-problema do campo aditivo; (iii) problematizar, validar e ampliar as diferentes estratégias de resolução das situações-problema do campo aditivo.

Com relação aos resultados obtidos na investigação, pude observar a variedade de estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo que os alunos do 3º ano do Ensino Fundamental foram capazes de construir ao longo do processo de investigação. Processo este que envolveu o planejamento das tarefas, de acordo com os conteúdos previstos nos documentos curriculares, a gradação contínua dos desafios propostos nas tarefas, a organização da tarefas em uma sequência que declarasse o grau de complexidade presente em cada situação-problema referente às seis categorias pertencentes ao campo aditivo, e a minha mediação constante e intencional, a fim de promover discussões produtivas e avanços na aprendizagem dos alunos.

Considerando as preciosas contribuições de Vergnaud (1996), as quais nortearam este estudo, destaco sua afirmação de que tanto os processos cognitivos quanto às respostas dos alunos são realizados em função das situações com as quais eles se deparam, e estas são responsáveis pelo sentido que é atribuído ao conceito pelos alunos, e, por esta razão, um conceito torna-se significativo para eles a partir de uma diversidade de situações.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Julgo que essa afirmação declara a necessidade de realizar a investigação com uma gama considerável de situações-problema que contemplassem as seis categorias do Campo Aditivo, bem como suas classes pertencentes a cada uma dessas categorias, e assim oportunizar tarefas que de fato promovessem um processo cognitivo efetivo, conforme pode ser observado na variedade de estratégias que foram utilizadas pelos alunos, bem como a elaboração de argumentos que justificassem determinadas estratégias em detrimento de outras, o que permitiu, desse modo, a construção dos conceitos que envolvem as estruturas aditivas. Além do mais, esse autor considera que as situações dão sentido aos conceitos, como citado na investigação, mas o sentido não está nas situações em si, assim como não está nas palavras ou nos símbolos matemáticos.

Como já mencionado anteriormente as tarefas foram organizadas em uma sequência, considerando a construção de uma THA. Deste modo, Simon e Tzur (2004) destacam que ao desenvolver uma THA pode-se explicar a relação entre a aprendizagem conceitual e as tarefas matemáticas, e a seleção de tarefas não é deixada à intuição ou tentativa e erro, uma vez que a THA pressupõe o oferecimento de uma estrutura para se pensar sobre como as tarefas podem promover o processo de aprendizagem, contribuindo para que se identifique objetivos da aprendizagem, se defina sequências de tarefas e se construa uma evolução detalhada das compreensões matemáticas dos alunos.

Finalizando essas considerações, destaco a elaboração do produto educacional que nasceu da minha inquietação enquanto professora-pesquisadora, e revela a necessidade de compartilhar saberes, provocações e reflexões acerca do processo de aprendizagem dos alunos no momento em que estão em ação: elaborando, reelaborando, construindo, acionando saberes que muitas vezes ficam velados em aula, e validando a construção coletiva do conhecimento.

Oficialmente finalizo este capítulo de "considerações", com a provocação que fiz no início do texto, quando digo que muito provavelmente estou apenas engatinhando em minhas considerações. A partir das reflexões geradas nesta investigação, pretendo dar continuidade no processo de gestação de outras tantas inquietações que me acompanham e que me mobilizarão a seguir em processos futuros de pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 4. ed. Lisboa: Edições 70, 2016.
- BARBIER, R. **A Pesquisa-Ação**. Tradução de Lucie Didio. Brasília: Liber Livro Editora, 2004.
- BRASIL. **Ministério da Educação**. Educação é a base. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-an-exo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192>. Acesso em 24 fev.2022.
- BRIZOLA, J.; FANTIN, N. **Revisão da Literatura e Revisão Sistemática da Literatura**. RELVA, Juara/MT/Brasil, v. 3, n. 2, p. 23-39, jul./dez. 2016.
- BROWN A, DOWLING P. **Fazer pesquisa / leitura de pesquisa: um modo de interrogatório para o ensino**. Londres: Routledge Falmer, 2001.
- CAMPOS, T. M. M; RODRIGUES, W. R. A idéia de unidade na construção do conceito do número racional. **Revemat - Revista Eletrônica de Matemática**, São Paulo, v. 1, n. 2, p. 35-44, 01 jan. 2007.
- CEDRAN, D. P.; KIOURANIS, N. M. M. **Teoria dos Campos Conceituais: visitando seus principais fundamentos e perspectivas para o ensino de ciências**. ACTIO, Curitiba, v. 4, n. 1, p. 63-86, jan./abr. 2019. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>>. Acesso em 04 mar.2022.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2014.
- ECHEVERRÍA, M.P.P. **A solução de problemas matemáticos**. In: POZO, J. I. (Org.). A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução: Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.
- FRANCO, M. A. S; LISITA, V. M. S. S. **Pesquisa-ação: limites e possibilidades na formação docente**. In: PIMENTA, Selma Garrido; FRANCO, Maria Amélia Santoro (Org.). Possibilidades investigativas/formativas da pesquisa-ação.2ed. São Paulo: Edições Loyola, 2014.
- GUALDI, A.P. H. S. **Mathematics classes: solving problems in first grade of the elementary school**. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

KINCHELOE, J. L. **A formação do professor como compromisso político. Mapeando o pós-moderno.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LÉVY, P. **A inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço.** 10. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2015.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986.

MAGINA, S. **Repensando adição e subtração: contribuições de teoria dos campos conceituais.** 2. ed. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S.; CAMPOS T. **As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico.** 2004. Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, v.6, n.1, pp. 53-71, 2004.

MAGINA, S.; SANTANA, E. R.; MERLINI, V.L. **A incongruência entre as palavras do enunciado do problema e a operação usada para resolvê-lo: uma contribuição para o debate.** XIV CIAEM-IACME, Chiapas, México, 2015.

MAZZOTTI, A. J. A; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa.** 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2000.

MENOTTI, R. M. **Frações e suas Operações: Resolução de Problemas em uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem.** Dissertação para título de Mestre em Matemática, UEL Londrina – PR, 2014. 154 páginas. Disponível em: <http://www.profmatt-sbm.org.br/dissertacoes?pag=52>. Acesso em 15 fev.2022.

MIZUKAMI, M. G. N. **Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S. Shulman.** Educação. v. 29, n. 2, p.33-49, jul/dez. 2004.

MOREIRA, P.C. **O conhecimento matemático do professor: formação na licenciatura e prática docente na escola básica.** 195f.Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2004.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação Matemática: números e operações numéricas.** São Paulo: Cortez, 2005.

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N.S.G. **Novas reflexões sobre ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Orgs.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

PAIVA, M. A. V. O professor de matemática e sua formação: a busca da identidade profissional. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (orgs). **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 89-111.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

PÉREZ SERRANO, G. **Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. I. Métodos.** Madrid: Editorial La Muralla, S.A, 1994. ____ (1994). **Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. II. Técnicas y análisis de datos.** Madrid: Editorial La Muralla, S.A., 1994.

PIRES, C.M.C. Perspectivas construtivistas e organizações curriculares: um encontro com as formulações de Martin Simon. *Educação Matemática Pesquisa*, v.11 no. 01, p.1445-166, 2009.

PONTE, João Pedro da (org.) - **Práticas profissionais dos professores de matemática.** Lisboa : Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. (Encontros de educação). ISBN 978-989-8753-06-9

RIBEIRO, R. M. **Modelagem Matemática e mobilização de conhecimentos didático-matemáticos na formação continuada de professores dos anos iniciais.** 2016. 263 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016

REZENDE, V.; BORGES, F.A. **Futuros professores de Matemática nos Anos Iniciais e suas estratégias diante de problemas do campo conceitual aditivo.** *Edu. Matem. Pesq.*, São Paulo, v.19, n.1, 327-352, 2007.

SANDIN ESTEBAN, M. P. **Pesquisa qualitativa em educação: fundamentos e tradições.** Porto Alegre: Artmed, 2010.

SANTANA, E. R. S. **Adição e Subtração: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** Ilhéus: Editus, 2012.

SANTOS, H. S. **A importância da utilização da história da matemática na metodologia de ensino: estudo de caso em uma Escola Municipal da Bahia.** 64 f. Monografia apresentada ao Curso de Matemática da Universidade Estadual da Bahia para obtenção do Grau em Licenciatura em Matemática.2010.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, G. S. de. **Contextualização no ensino-aprendizagem da Matemática: princípios e práticas.** *Educação em Rede: formação e prática docente*, Cachoeirinha/RS, v. 4, n. 5, p. 59-75, 2015.

SÃO PAULO. **Secretaria Municipal de Educação de São Paulo.** Currículo da Cidade. Disponível em : <<http://portal.sme.prefeitura.sp.gov.br/Portals/1/Files/50629.pdf>>. Acesso em 22 fev.2022.

SERRAZINA, L. Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em matemática num contexto de reforma curricular no 1.o ciclo. *Quadrante*, Lisboa, V.8, n. 9, p. 139-167,1999.

SIMON, M. A. **Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective.***Journal for reseach in Mathematics Educacion.* Vol. 26, n°2. P. 114-145, 1995.

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

SIMON, M. A.; TZUR, R.; HEINZ, K.; KINZEL, M. **Explicating a mechanism for conceptual learning: elaborating the construct of reflective Abstraction**. Journal for Research in Mathematics Education, 35(5), 305-329, 2004.

SIMON, M. A., TZUR, R. **Explicating the Role of Mathematical Tasks in conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory**. Mathematical Thinking and Learning, 6(2), 91-104, 2004.

TRALDI, A.; ROSEMBAUM, L. S. **Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções trigonométricas numa perspectiva construtivista**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.12, n.2, pp.369-393, 2010.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, set./dez. 2005, p. 443-466. Tradução de Lólio Lourenço de Oliveira.2005.

VERGNAUD, G. **A Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems**. In. T. Carpenter; T. Romberg; J. Moser (Eds.). Addition and Subtraction: a cognitive Perspective. New Jersey: Lawrence Erlbaum, 1982.

VERGNAUD, G. **Multiplicative structures**. In. HIEBERT, H. and BEHR, M. (Ed.). Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1988.

VERGNAUD, G. **La théorie des champs conceptuels. Recherches em Didactique des Mathématiques**, 10 (23), 1990.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1., 1993, Rio de Janeiro. **Anais**.Rio de Janeiro: UFRJ, 1993.

VERGNAUD, G. **Multiplicative conceptual field: what and why?** In Guershon, H. and Confrey, J. (1994). (Eds) The development of multiplicative reasoning in the leaning of mathematics. Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1994.

VERGNAUD, G. **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos**. Revista do GEMPA, Porto Alegre, Nº 4, pp. 9-19, 1996.

VERGNAUD, G. **A comprehensive theory of representation for Mathematics Education**. Journal of Mathematical Behavior, v. 2, n. 17, p. 167-181, 1998.

YIN, Roberto K. **Estudo de Caso: planejamento e métodos**. 3.ed. Tradução Daniel Grassi. Porto Alegre: Bookman, 2005.

APÊNDICE A - TALE



Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Comitê de Ética em Pesquisa

Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

Título da pesquisa: INVESTIGANDO ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMAS DO CAMPO ADITIVO A PARTIR DE UMA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM.

Por meio do presente documento você está sendo convidado(a) a participar como voluntário(a) em uma pesquisa educacional cujos objetivos são: (i) contribuir para os processos de ensino e aprendizagem do campo aditivo; (ii) promover o desenvolvimento de diferentes estratégias de resolução de problemas, a partir da construção de uma THA.

Para que a pesquisa possa ser realizada precisaremos que você realize as atividades que serão propostas durante as aulas regulares da turma. Os processos de resolução serão realizados em sala de aula, e fora da sala de aula suas respostas serão utilizadas somente para o estudo e possíveis artigos que dela derivem, e somente os pesquisadores responsáveis terão acesso a elas. Esclarecemos que a sua participação é voluntária e não haverá qualquer tipo de pagamento para participação na pesquisa. Ressaltamos, ainda, que você poderá deixar de participar a qualquer momento, bem como se recusar a responder qualquer pergunta sem qualquer tipo de prejuízo.

Os possíveis riscos associados à essa investigação referem-se:

- (1) ao possível uso de gravações em áudio ou vídeo das aulas durante a realização das atividades, haja vista que essas gravações podem gerar um fator de incômodo e/ou constrangimento nos participantes. Para minimizar esse risco destaco que ao longo da pesquisa não será feito nenhum tipo de julgamento ou de avaliação dos(as) alunos(as) participantes a partir das gravações, e que as filmagens ou gravações em áudio servirão apenas para que as situações vivenciadas ao longo das aulas possam ser,

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

posteriormente, mais bem descritas e analisadas. Os aparelhos, caso utilizados, serão instalados e operados de modo discreto, no entanto, é importante destacar que caso haja perturbação no ambiente, constrangimento e/ou incômodo, e os(as) alunos(as) participantes não se sintam à vontade com as gravações, os aparelhos poderão ser desligados e os registros do desenvolvimento das aulas passarão a ser realizados apenas com o uso do Diário de Campo;

- (2) ao risco de exposição dos dados dos(as) alunos(as) participantes sem o consentimento dos(as) mesmos(as). Como forma de minimizar esse risco serão adotados pseudônimos para todos os(as) participantes da pesquisa, sendo que seus dados verdadeiros, como nomes, deverão ser de conhecimento apenas da professora-pesquisadora e de seu professor-orientador.

Ressaltamos, ainda, que os possíveis riscos serão minimizados e/ou eliminados por meio da supervisão e da orientação da professora-pesquisadora e do professor-orientador por meio de orientações específicas para que a atividade seja desenvolvida.

O benefício dessa investigação refere-se à oportunidade de inserir os(as) alunos(as) em novas situações de ensino e aprendizagem, por meio do desenvolvimento de trajetórias hipotéticas de aprendizagem, contribuindo para o desenvolvimento de estratégias na resolução de problemas do campo aditivo. As atividades que serão propostas terão, ainda, como uma de suas características, ênfase na interpretação de textos e o desenvolvimento de raciocínio lógico, os quais poderão contribuir, significativamente, para o desenvolvimento da competência leitora e escritora.

Todo o material coletado será arquivado pela professora-pesquisadora por cinco anos, assegurando-se o sigilo sobre a participação dos envolvidos no projeto. Após esse período os dados serão destruídos por meio de incineração. Os conhecimentos resultantes do estudo poderão ser divulgados em revistas, em jornais, em congressos ou outros encontros acadêmicos/científicos, assim como por meio da produção de uma dissertação de mestrado e de um produto educacional. Em qualquer uma das situações seu nome e o da escola serão salvaguardados pelo uso de nomes fictícios.

Caso você não queira participar, nenhuma informação será coletada, incluindo registros escritos. Além disso, a recusa em participar do estudo não acarretará qualquer tipo de punição ou prejuízo acadêmico. Caso você deseje, por qualquer motivo, esclarecer algum aspecto do projeto e/ou das atividades que serão desenvolvidas no mesmo, poderá entrar em contato com os pesquisadores (cujos endereços eletrônicos e telefones estão abaixo), e, em caso de dúvidas éticas, poderá entrar em contato tanto com o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos do Instituto Federal de São Paulo (CEP/IFSP) quanto com a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), quando julgar pertinente. O CEP/IFSP fica na Rua Pedro Vicente, 625, Canindé – São Paulo - SP, Telefone: (11) 3775-4569, e-mail: cep_ifsp@ifsp.edu.br.



Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Agradecemos, desde já, a sua colaboração.

São Paulo, ____ de _____ de 2022.

Dr. Rogério Marques Ribeiro
Professor orientador
e-mail: rmarques@ifsp.edu.br
Av. Celso Garcia, 5754 – apto. 23 – bl 02 – São
Paulo – SP
Telefone: (11) 99383-3682

Julia Macedo de Oliveira Morioka
Professora-pesquisadora
e-mail: jmacedodeoliveiramorioka@gmail.com
Rua: Arminda de Lima, 955 – apto 81 – Vila
Progresso – Guarulhos - SP
Telefone: (11) 98757 2423

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Rua Pedro Vicente, 625 Canindé – São Paulo/SP
Telefone: (11) 3775-4665
E-mail: cep_ifsp@ifsp.edu.br

Declaro que entendi os objetivos, riscos e benefícios de minha participação na pesquisa e concordo em participar.

Participante da Pesquisa
Assinatura e nome do menor

APÊNDICE B - TCLE



Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Comitê de Ética em Pesquisa

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Venho, por meio deste, convidar o menor pelo qual o(a) senhor(a) é responsável, a participar da pesquisa intitulada “INVESTIGANDO ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMAS DO CAMPO ADITIVO A PARTIR DE UMA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM”, a ser realizada por mim, Julia Macedo de Oliveira Morioka, na EMEF João Domingues Sampaio, como parte dos estudos do curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática em desenvolvimento junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, sob orientação do professor Dr. Rogério Marques Ribeiro. O projeto de pesquisa foi aprovado pelo CEP-IFSP pelo CAAE número 40153620.6.0000.5473.

Os objetivos do projeto de pesquisa são: (i) contribuir para os processos de ensino e aprendizagem do campo aditivo; (ii) promover o desenvolvimento de diferentes estratégias de resolução de problemas, a partir da construção de uma THA. Você está sendo convidado(a) por ser aluno(a) dos anos iniciais e frequentar as aulas na turma na qual estou lecionando. Tenho como interesse observar as suas estratégias para resolução de situações problema do campo aditivo, e essa observação será feita durante o desenvolvimento de atividades em sala de aula.

Você tem plena liberdade de recusar-se a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma para o tratamento que recebe neste serviço. Sua participação não é obrigatória e nem remunerada, e essa participação consiste em realizar as atividades que serão propostas ao longo do desenvolvimento da pesquisa. É importante destacar que as atividades serão realizadas no horário regular das aulas já previstas pelo calendário escolar, ou seja, não haverá nenhuma atividade para ser realizada extraclasse.

Quanto ao sigilo da pesquisa informo que nenhuma outra pessoa, além de mim e de meu orientador, terá qualquer informação que for obtida durante a pesquisa sobre os(as) alunos(as)

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

sem a autorização dos(as) mesmos(as) e de seus responsáveis. O nome da escola, bem como as identidades pessoais dos(as) alunos(as), será mantido em sigilo, não sendo revelada em momento algum, nem mesmo nos documentos de divulgação dos resultados da pesquisa.

A pesquisa poderá implicar em benefícios aos(as) alunos(as) participantes, pois estes(estas) serão inseridos(as) em novas situações de ensino e aprendizagem, por meio do desenvolvimento de trajetórias hipotéticas de aprendizagem, contribuindo para o desenvolvimento de estratégias na resolução de problemas do campo aditivo. As atividades que serão propostas terão, ainda, como uma de suas características, ênfase na interpretação de textos e o desenvolvimento de raciocínio lógico, os quais poderão contribuir, significativamente, para o desenvolvimento da competência leitora e escritora.

Toda pesquisa com seres humanos também está sujeita a riscos. A fim de se explicitar os riscos que envolvem a realização desta pesquisa, bem como orientar a forma de minimizá-los, descrevo, a seguir, os elementos identificados:

(1) Um risco para os(as) alunos(as) participantes está no possível uso de gravações em áudio e vídeo das aulas durante a realização das atividades, haja vista que essas gravações podem gerar um fator de incômodo e/ou constrangimento nos participantes. Para minimizar esse risco pretendo, por meio da abordagem SUTIL e o uso do Círculo da Sabedoria, que fornecem a base instrucional da pesquisa, garantir que o respeito seja um ponto central na relação entre o professor e os(as) alunos(as). Sendo assim, ressalto que ao longo da pesquisa não será feito nenhum tipo de julgamento ou de avaliação dos(as) alunos(as) participantes, e que as filmagens servirão apenas para que as situações vivenciadas ao longo das aulas possam ser, posteriormente, mais bem descritas e analisadas. Entretanto, julgo importante destacar que caso o constrangimento e/ou o incômodo de fato aconteça, e os(as) alunos(as) participantes não se sintam à vontade com as gravações, os aparelhos poderão ser desligados e os registros do desenvolvimento das aulas passarão a ser realizados apenas com o uso do Diário de Campo;

(2) Um outro tipo de risco reside no temor de que o acesso do pesquisador às gravações comprometa a avaliação dos(as) alunos (as) ou a relação entre professora e alunos(as). Buscando minimizar esse risco, de forma que os(as) alunos(as) não se sintam vigiados(as) ou incomodados(as) com a presença de câmeras e/ou gravadores durante as aulas, os equipamentos serão instalados e operados de modo discreto. Caso haja perturbação no ambiente, comprometendo o desenvolvimento do trabalho e a sala de aula, ou mesmo seja percebido que os(as) alunos(as) estejam em situação de constrangimento, a pesquisa ou alguns dos procedimentos metodológicos serão interrompidos. Isso inclui, até mesmo, desligar os equipamentos e apagar gravações já realizadas;

(3) Um terceiro tipo de risco, para essa pesquisa, refere-se ao risco de exposição dos dados dos(as) alunos(as) participantes sem o consentimento dos(as) mesmos(as). Como forma de minimizar esse risco serão adotados pseudônimos para todos os(as) participantes da pesquisa, sendo que seus dados verdadeiros, como nomes, deverão ser de conhecimento apenas da pesquisadora e de seu orientador. Ainda, buscando evitar que qualquer tipo de dado do(a)



Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

participante seja divulgado sem o seu consentimento, há uma menção explícita neste termo de que o nome da escola, bem como as identidades pessoais dos sujeitos, será mantido em sigilo, não sendo reveladas em momento algum, nem mesmo nos documentos de divulgação dos resultados da pesquisa.

Considerando o interesse em poder gravar em áudio ou vídeo algumas das aulas, solicito a autorização para que os registros de imagem e áudio dos participantes possam ser feitos por meio de gravação. Ressalto que os materiais coletados serão mantidos sob guarda por um período mínimo de cinco anos após o término da pesquisa, sendo posteriormente descartado por meio de incineração.

Você poderá entrar em contato a qualquer momento tanto com o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos do Instituto Federal de São Paulo (CEP/IFSP) quanto com a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), quando julgar pertinente. O CEP/IFSP fica na Rua Pedro Vicente, 625, Canindé – São Paulo - SP, Telefone: (11) 3775-4569, e-mail: cep_ifsp@ifsp.edu.br Se preferir também poderá entrar em contato comigo ou com meu orientador por meio dos contatos que constam junto ao campo das assinaturas. Este documento (TCLE) está elaborado em duas VIAS, que devem ser rubricadas em todas as suas páginas, exceto a com as assinaturas, e assinadas ao seu término por você, ou por seu representante legal, pela pesquisadora responsável e pelo seu orientador, ficando uma via com cada um.

Dr. Rogério Marques Ribeiro
Orientador
e-mail: rmarques@ifsp.edu.br
Av. Celso Garcia, 5754 – apto. 23 – bl 02 – São Paulo –
SP
Telefone: (11) 3775

Julia Macedo de Oliveira Morioka
Mestranda no Programa de Pós-Graduação – Mestrado
Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do
IFSP/Campus São Paulo
e-mail: jmacedodeoliveiramorioka@gmail.com
Rua: Arminda de Lima, 955 – apto 81 – Vila Progresso –
Guarulhos - SP
Telefone: (11) 98757 2423

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Rua Pedro Vicente, 625 Canindé – São Paulo/SP
Telefone: (11) 3775-4665
E-mail: cep_ifsp@ifsp.edu.br



Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

Declaro que entendi os objetivos, riscos e benefícios de minha participação na pesquisa e concordo em participar.

Participante da Pesquisa

Assinatura e nome

Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.

PRODUTO EDUCACIONAL

Considerando que a pesquisa foi desenvolvida no âmbito de um Programa de Mestrado Profissional, no qual há a exigência de produção de um Produto Educacional, destaca-se que o Produto Educacional produzido é caracterizado como uma proposta de elaboração de THA para o processo de ensino e aprendizagem do campo conceitual aditivo. Destaco, ainda, que o Produto Educacional procura oportunizar a efetivação de uma interface com uma variedade de comunicação que possa ter valor social frente aos desafios atuais. Assim, a investigação desenvolvida teve a responsabilidade de produzir um Produto Educacional que estivesse alinhado com as necessidades presentes nos processos de ensino e aprendizagem do campo aditivo.

Em consonância com todas as características descritas acima, apresento como Produto Educacional e parte integrante da pesquisa intitulada “Investigando estratégias de resolução de problemas no campo aditivo, a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem”, a qual foi desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), sob orientação do Professor Doutor Rogério Marques Ribeiro, um material audiovisual que pode ser consultado no link https://www.canva.com/design/DAFJZ-B9gJw/PRwCoFPek6cipELcswfJg/edit?utm_content=DAFJZ-B9gJw&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=sharebutton, que tem como função compartilhar as estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo, apresentadas por estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental, bem como propor sugestões de atividades a que poderão ser desenvolvidas por outros professores com o intuito de problematizar a aprendizagem de seus estudantes.



Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem.