



# **Trajatória Hipotética de Aprendizagem o papel das tarefas a partir do conceito de variáveis**

**Amanda Oliveira Calazans**

**São Paulo  
2023**

# Amanda Oliveira Calazans

## **Trajatória Hipotética de Aprendizagem o papel das tarefas a partir do conceito de variáveis**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, como requisito para obtenção do título de Mestra em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Armando Traldi Jr.

São Paulo  
2023

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catálogo na fonte  
Biblioteca Francisco Montojos – IFSP Campus São Paulo  
Dados fornecidos pela autora

cl41t Calazans, Amanda Oliveira  
Trajetória hipotética de aprendizagem: o papel das tarefas a partir do conceito de variáveis / Amanda Oliveira Calazans. São Paulo: [s.n.], 2023. 146 f.

Orientador: Armando Traldi Jr

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2023.

1. Scratch. 2. Professor-pesquisador. 3. Anos Finais do Ensino Fundamental. 4. Educação Matemática. 5. Polinômios. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.

CDD 510

Amanda Oliveira Calazans

Trajetória Hipotética de Aprendizagem  
o papel das tarefas a partir do conceito de variáveis

Dissertação apresentada e aprovada em 19  
de dezembro de 2023 como requisito  
parcial para obtenção do título de Mestra  
em Ensino de Ciências e Matemática,

A banca examinadora foi composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Amando Traldi Jr  
IFSP – *campus* São Paulo  
Orientador e Presidente da Banca

Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro  
IFSP – *campus* São Paulo  
Membro da Banca

Prof. Dr. Alessandro Jacques Ribeiro  
Universidade Federal ABC  
Membro da Banca

Dedicado à Alice.

## Agradecimentos

À minha filha Alice, por ser minha inspiração, meu amor, meu lar e pela força e coragem que ela me fez sentir desde o momento em que a peguei no colo pela primeira vez.

Ao meu parceiro de vida Felipe, pelo apoio em todos os momentos, pelo incentivo e por lutar junto comigo pelas minhas conquistas.

À minha família, minha mãe e meu pai, por tudo, tudo. Minhas irmãs, por serem parceiras maravilhosas, tudo o que consegui foi por tê-las em minha vida.

À minha tia Ivi, por me formar e ensinar tanto sobre humanidade.

À minha nova família, Zuleica, Wanderley, Fernando, Guilherme e Fernanda, por acolherem a mim e a Alice e nos apoiarem tanto.

A todas as mulheres da minha família, avós Tota e Cida, tias e primas, que cuidaram de mim e, de alguma forma, garantiram que eu pudesse chegar até aqui.

À minha amiga Karen Freire, por nunca ter soltado a minha mão e sempre me lembrar de valorizar os meus feitos. Aos meus amigos da faculdade, Camila e Edimarcos, por sempre me fazerem sorrir.

Ao @coletivonavegante, em especial à minha amiga Carol, pelo design lindo do produto educacional.

Aos amigos Fujion, por cuidarem de mim e da Alice desde o Ensino Médio, em especial à Bea, Bruno, Carioca, Dani, Etiene, Guilherme, Marcus e Marina.

Ao professor Armando Traldi, pela orientação dedicada, compromisso com o projeto, acolhimento acadêmico, pelo respeito e por valorizar o meu conhecimento como professora.

Ao professor Alessandro, pelo olhar preciso e dedicado e pelas sugestões que foram muito importantes para a organização do meu trabalho. Ao professor Rogério pelo olhar atencioso e afetivo, com respeito e reconhecimento ao que eu não quis abrir mão nesta pesquisa.

Ao IFSP e aos professores do programa ENCiMA, em especial Wellington e Gustavo, pelas tardes de acolhimento, provocações e debate, mas, principalmente, pelas aulas com afeto.

Ao grupo de mestrandos de 2021, por serem tão disponíveis a ajudar e colocarem em prática ações coletivas que incentivam a permanência no programa e a conclusão de todas e todos. Em especial à Juliana Ribeiro e Theo Sander, pela generosidade, parceria, disponibilidade e companheirismo, essa trajetória (hipotética de aprendizagem – risos) teria sido mais difícil sem o nosso grupo do WhatsApp. E à Karen Blumfeldt pela amizade e toda parceria nos trabalhos dos cursos.

À Escola Gracinha e todos os seus funcionários e funcionárias, aos orientadores Daniel Rehfeld, Daniel Cerqueira e Luiza e aos diretores Wagner e Lígia, por receberem e apoiarem este trabalho.

Aos meus alunos, estudantes que receberam esta pesquisa, torceram e me apoiaram, vocês foram fundamentais para este trabalho acontecer.

Aos coordenadores da escola Alef Peretz, Aline, Ed, Maurício, Nancy e Rogério e aos diretores João e Marcelo, pelo apoio e incentivo.

Aos meus amigos professores e amigas professoras que sempre dedicaram um olhar generoso e são/foram os meus parceiros e parceiras que fazem/fizeram o dia a dia na escola melhor: Amandinha, Ana Marta, André, Andreia Conrado, Andrea Montellato, Antonieta, Beatriz Padial, Beca, Bel, Carla, Dani, Danielle, Diogo, Ekatherina, Flavinha, Fernanda Arruda, Fernanda Estevam, Flora, Guilherme, Julia Jacomini, Julia Milaré, Lucas Vasconcelos, Marcel, Marcela Piloto, Marcela Salztein, Marília, Marina, Maristela, Maurício, Milena Policastro, Milla, Mirela, Paulo Edison, Paulo Gonçalves, Pati, Pedro Bueno, Pedro Maciel, Pedro Régis, Rafael, Raphaela, Tucano, Victor Hugo, Vivi e tantos outros.

As minhas cachorrinhas Nani e Nina, sim, vou agradecer às minhas cachorrinhas porque estar com elas nessa trajetória me salvou muitas vezes.

Muito obrigada!

## RESUMO

CALAZANS, Amanda Oliveira. **Trajétoria Hipotética de Aprendizagem: o papel das tarefas a partir do conceito de variáveis**. 2023. 146 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2023.

O objetivo deste trabalho é investigar o potencial formativo de tarefas em uma trajetória hipotética de aprendizagem (THA), dedicada a introduzir a noção de variável no estudo de polinômios, com um grupo de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. Este estudo foi desenvolvido em uma escola da rede privada da cidade de São Paulo, em que a autora é a professora pesquisadora. A THA envolveu a construção de um cenário hipotético que possibilitou que a professora refletisse sobre a sua prática baseando-se na sua experiência e colocando como objeto de estudo a dinâmica da sala de aula em que atua, na tentativa de planificar o ensino de matemática sob uma perspectiva construtivista. A presente pesquisa é do tipo qualitativa pois considera a complexidade dos sujeitos envolvidos e tem maior foco no seu desenvolvimento do que no produto. Sua aplicação foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa e os dados produzidos foram registrados utilizando gravações de áudio, anotações de interações e observações de aula e protocolos dos estudantes participantes. A pesquisa revelou que, por meio da participação dos estudantes em tarefas desafiadoras envolvendo variáveis matemáticas, foi possível identificar a articulação de conceitos disponíveis para a formação de um novo conceito. Além disso, o caráter aberto e desafiador das tarefas sobre variáveis estimulou o debate em sala de aula e permitiu que estudantes com diferentes níveis de compreensão e a professora pesquisadora mobilizassem conhecimentos durante a execução das tarefas. A THA elaborada e as teorias utilizadas como referencial desta pesquisa foram adaptadas e originaram o produto educacional intitulado “Tarefas no Scratch para ensino de variáveis”, que será publicado junto a esta dissertação e poderá servir como referência para educadores e educadoras.

**Palavras-chave:** Scratch. Professor-pesquisador. Anos Finais do Ensino Fundamental. Educação Matemática. Polinômios.

## ABSTRACT

CALAZANS, Amanda Oliveira. **Hypothetical Learning Trajectory: the role of tasks from the concept of variables**. 2023. Master's thesis (Master in Science and Mathematics Teaching) – Federal Institute of Education, Science and Technology of São Paulo. São Paulo, 2023.

The goal of this work is to investigate the formative potential of tasks within a Hypothetical Learning Trajectory (HLT) designed to introduce the concept of variables in the study of polynomials. This trajectory is intended for a group of voluntary 8th-grade students from a private school in São Paulo, where the author of this work is a teacher-researcher. The HLT involves the construction of a hypothetical scenario that allows the teacher to investigate her practice based on her experience, with a focus on planning mathematics education from a constructivist perspective. This research can be classified as qualitative as it considers the complexity of the involved subjects and emphasizes their development over the end product. Its application was approved by the Research Ethics Committee, and the data were recorded using audio recordings, interaction notes, classroom observations, and protocols of participating students. The research revealed that through the students' participation in challenging tasks involving mathematical variables, it was possible to identify the articulation of concepts for the formation of higher-level concepts. Furthermore, the open and challenging nature of the tasks involving variables stimulated classroom discussions and enabled students with varying levels of comprehension, as well as the teacher-researcher, to mobilize knowledge during task execution. The developed HLT and the theories used as a reference for this research were adapted to create an educational product titled "Tasks in Scratch for Teaching Variables," which will be published alongside this dissertation and may serve as a reference for educators.

**Keywords:** Scratch. Teacher-researcher. Upper Grades of Elementary School. Mathematics Education. Polynomials.

## Lista de Quadros

QUADRO 1 - ASPECTOS DA COORDENAÇÃO PROGRESSIVA.....	25
QUADRO 2 - CATEGORIZAÇÃO DOS NÍVEIS DE DEMANDA COGNITIVA DE TAREFAS MATEMÁTICAS.....	29
QUADRO 3 - ORGANIZAÇÃO DE TAREFAS PARA A COMPREENSÃO CONCEITUAL.....	32
QUADRO 4 - ORGANIZAÇÃO DE TAREFAS PARA A COMPETÊNCIA ESTRATÉGICA.....	33
QUADRO 5 - ORGANIZAÇÃO DE TAREFAS PARA A COMPETÊNCIA CRÍTICA.....	34
QUADRO 6 - HABILIDADES RELACIONADAS AO TIPO DE USO DAS VARIÁVEIS.....	39
QUADRO 7 - IDENTIFICAÇÃO DOS TRABALHOS UTILIZADOS NO MAPEAMENTO.....	42
QUADRO 8 - IDENTIFICAÇÃO DAS CATEGORIAIS INICIAIS PARA ANÁLISE DE DADOS.....	56
QUADRO 9- CATEGORIAIS FINAIS PARA ANÁLISE DE DADOS.....	57
QUADRO 10- SÍNTESE DAS CATEGORIAS DE ANÁLISE.....	63
QUADRO 11 - NOMES DAS VARIÁVEIS DA TAREFA 1.....	72
QUADRO 12 - NOMES DAS VARIÁVEIS UTILIZADAS NAS CALCULADORAS.....	98

## Lista de Figuras

FIGURA 1 - CICLO DE ENSINO DE MATEMÁTICA .....	20
FIGURA 2 - COORDENAÇÃO DE CONCEITOS NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM.....	24
FIGURA 3 - PROCESSO DE APRENDIZAGEM PROMOVIDO PELA TAREFA.....	24
FIGURA 4 - FASES DAS TAREFAS .....	34
FIGURA 5 - HABILIDADES RELACIONADAS ÀS VARIÁVEIS NA BNCC DO EF ANOS FINAIS.....	35
FIGURA 6 - CRIAÇÃO DE UMA VARIÁVEL NO SCRATCH.....	37
FIGURA 7 - BLOCO DE CÓDIGOS DE EVENTOS DO SCRATCH .....	66
FIGURA 8 - BLOCO VARIÁVEIS DO SCRATCH.....	67
FIGURA 9 - NUVEM DE PALAVRAS SOBRE O CONCEITO DE VARIÁVEL.....	68
FIGURA 10 - PROGRAMA PARA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO UTILIZANDO UMA ÚNICA VARIÁVEL.....	82
FIGURA 11 - ORGANIZAÇÃO DO ESTUDANTE PARA O CÁLCULO DE PORCENTAGEM.....	89
FIGURA 12 - CÁLCULO DE PORCENTAGEM NA FORMA $(XY)/100$ .....	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
FIGURA 13 - CÁLCULO DE PORCENTAGEM NA FORMA $(X/100)*Y$ .....	100
FIGURA 14 - CÁLCULO DE PORCENTAGEM EM DUAS ETAPAS .....	101
FIGURA 15 - ERROS NO CÁLCULO DE PORCENTAGEM.....	101

## **Lista de Siglas e Abreviaturas**

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EF	Ensino Fundamental
HLT	Hypothetical Learning Trajectory
LTA	Learning Through Activity
PC	Pensamento Computacional
THA	Trajetória Hipotética de Aprendizagem
TMEA	Tarefas Matemáticas para o Ensino e Aprendizagem

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>15</b>
<b>2. PRESSUPOSTOS TEÓRICOS</b> .....	<b>19</b>
2.1. TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM.....	19
2.2. TAREFAS MATEMÁTICAS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM (TMEA) .....	27
2.3. UMA REFLEXÃO SOBRE O CONCEITO DE VARIÁVEL E O MODELO 3UV .....	35
2.4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	41
<b>3. METODOLOGIA</b> .....	<b>49</b>
3.1. CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	49
3.2. INSTRUMENTOS PARA PRODUÇÃO DE DADOS.....	51
3.2.1. CADERNO DE ANOTAÇÕES .....	52
3.2.2. GRAVAÇÕES DE ÁUDIO .....	53
3.2.3. PROTOCOLO DOS ESTUDANTES .....	54
3.4. CATEGORIAS DE ANÁLISE .....	55
3.5. CENÁRIO DA PESQUISA .....	58
3.5.1. A ESCOLA E OS(AS) ESTUDANTES .....	58
3.5.2. O SCRATCH.....	60
<b>4. A TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM PARA O CONCEITO DE VARIÁVEL</b> .....	<b>63</b>
4.1. TAREFA 1: EXPLORANDO O BLOCO DE VARIÁVEIS .....	65
4.1.1. PLANO DA PROFESSORA PARA A TAREFA 1 .....	66
4.1.2. DESENVOLVIMENTO E DADOS PRODUZIDOS DA TAREFA 1 .....	68
4.1.3. ANÁLISE DOS DADOS DA TAREFA 1.....	75
4.2. TAREFA 2: MONTANDO UMA CALCULADORA COM AS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS.....	78
4.2.1. PLANO DA PROFESSORA PARA A TAREFA 2 .....	79
4.2.2. DESENVOLVIMENTO E DADOS PRODUZIDOS DA TAREFA 2 .....	80
4.2.3. ANÁLISE DOS DADOS DA TAREFA 2.....	83
4.3. TAREFA 3: DESENVOLVER E INSERIR A OPERAÇÃO DE PORCENTAGEM NA CALCULADORA DA TAREFA 2 .....	86
4.3.1. PLANO DA PROFESSORA PARA A TAREFA 3 .....	87
4.3.2. DESENVOLVIMENTO E DADOS PRODUZIDOS DA TAREFA 3 .....	87
4.3.3. ANÁLISE DOS DADOS DA TAREFA 3.....	95
4.3.4. ANÁLISE DAS CALCULADORAS.....	98
4.4. TAREFA 4: COMPARTILHANDO AS CALCULADORAS SOB UM OLHAR CRÍTICO .....	102
4.4.1. PLANO DA PROFESSORA PARA A TAREFA 4 .....	103
4.4.2. DESENVOLVIMENTO E DADOS PRODUZIDOS DA TAREFA 4 .....	103

4.4.3. ANÁLISE DOS DADOS DA TAREFA 4.....	111
4.5. SÍNTESE DAS ANÁLISES E RESULTADOS.....	113
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>117</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>121</b>
<b>APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE - PARA ALUNOS MENORES DE IDADE).....</b>	<b>125</b>
<b>APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) .....</b>	<b>129</b>
<b>APÊNDICE C – CARTA DE AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA.....</b>	<b>133</b>
<b>ANEXO A – PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP .....</b>	<b>134</b>
<b>ANEXO B – LISTA COMPLETA DE DISSERTAÇÕES E TESES (CAPES) UTILIZADAS NO MAPEAMENTO .</b>	<b>140</b>

## 1. INTRODUÇÃO

---

*Eu nunca quisera abandonar a convicção  
de que é possível dar aula sem reforçar  
os sistemas de dominação existentes. Hooks, 2017*

Ao longo da minha trajetória como professora de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental (EF) e do Ensino Médio, pude entender que o desafio de ensinar não é exclusivo do(a) professor(a), assim como o de aprender não é único do estudante. Entendo que o exercício de criar um ambiente transformador em que professor(a) e estudantes movimentam um conhecimento de forma mútua, respeitando dificuldades e diversidades, superando barreiras e mobilizando saberes, é a prática necessária para construir um ensino que permita as transgressões (Hooks, 2017), onde todos, inclusive o(a) professor(a), podem aprender.

Na sala de aula, pode ser desafiador mostrar como a Matemática, em um movimento de generalizar padrões, pode facilitar a resolução de uma situação-problema, seja ela em contexto puro ou aplicado. Parte deste desafio está na convicção de alguns estudantes de que a Matemática é ininteligível, inacessível e, o mais difícil de escutar, que não é para todos e todas.

O desenvolvimento do pensamento algébrico e a fundamentação dos conceitos que o envolvem são fatores essenciais para que o estudante seja capaz de se sentir parte da construção do seu próprio saber matemático e, frente a esta verdade, encontro-me em uma frequente busca por estratégias e alternativas para aprender e ensinar.

Desde 2018, desenvolvo o ensino de variáveis e expressões algébricas utilizando a linguagem de programação por blocos do *Scratch*, que é um ambiente em que a programação é feita unindo-se blocos de comandos que são diferenciados por cores, nome e formato e que, segundo Maloney et al. (2010), permite que seus usuários, principalmente na faixa etária entre 8 e 16 anos, aprendam a programar enquanto trabalham em projetos personalizados, utilizando, por exemplo, histórias animadas e jogos.

Nesta experiência, observei que os estudantes têm a possibilidade de passar de consumidor para criador de recursos tecnológicos, além de poderem compreender, mesmo que primariamente, a linguagem e a lógica que estão por trás da codificação de máquinas e softwares. Esta interação com a linguagem de programação criou oportunidades em que eu pude intervir precisamente, identificando os algoritmos utilizados e debatendo sobre diferentes estratégias de resolução para um mesmo problema, sempre com o foco no percurso da aprendizagem, ou seja, valorizando como aquilo foi aprendido, objetivando estudar o erro, validando o processo e o constante chegar ao conhecimento. Diante deste cenário investigativo,

pude perceber que o estudante se vê ativo durante todo o processo de aprendizagem e a capacidade que o computador tem de apenas espelhar seu raciocínio, permite que ele exerça a habilidade de achar e corrigir os próprios erros.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o trabalho com variáveis e expressões algébricas deve ser ampliado nos 6º, 7º e 8º anos, dado que no 9º ano está prevista uma introdução ao estudo de funções.

No Ensino Fundamental – Anos Finais, os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado no Ensino Fundamental – Anos Iniciais. Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. (BRASIL, 2017, p. 270)

Este documento orienta uma proposta de educação integral que pode ser associada a valores de uma educação construtivista, uma vez que valoriza o desenvolvimento de competências voltadas ao protagonismo do estudante, como, por exemplo, a autonomia para a tomada de decisões e proatividade na busca de soluções, em um ambiente atualizado, complexo e diverso.

Neste contexto, o trabalho utilizando a linguagem *Scratch* pode ser uma solução para a abertura de novas possibilidades de aprendizagem e para o ensino de habilidades matemáticas que necessitam de uma ampla capacidade de abstração, como é, por exemplo, o estudo de variáveis e expressões algébricas nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Sendo assim, julgo relevante investigar a potencialidade desta prática para desenvolver conceitos algébricos que são fundamentais para estudantes dessa faixa etária.

Diante da dúvida sobre quais ações são promissoras para a aprendizagem dos estudantes, com a intenção de construir uma autonomia como professora pesquisadora (Zeichner, 1998) e na expectativa de ampliar as reflexões sobre a investigação da minha própria prática, ingressei no programa de mestrado profissional do Instituto Federal de São Paulo (IFSP-SPO) e aproximei-me do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Profissional (GPEMP) que desenvolve o projeto “Trajetória hipotética de aprendizagem: formação do professor e a implementação curricular de Matemática”, cujo um dos objetivos é investigar potencialidades e desafios das tarefas matemáticas utilizadas em sala de aula para construção de conceitos matemáticos.

O trabalho com as trajetórias hipotéticas de aprendizagem envolve uma construção de um cenário hipotético que possibilita que o professor investigue a sua prática baseando-se na sua experiência e colocando como objeto de estudo a dinâmica da sala de aula em que atua, na tentativa de planificar o ensino de matemática sob uma perspectiva construtivista. Para isto, Simon (1995) afirma que uma THA deve ser composta por três elementos: o objetivo de aprendizagem, as tarefas e o processo de aprendizagem hipotético, este último pode ser entendido como uma tentativa de fazer uma previsão de como o pensamento e compreensão dos estudantes irão evoluir no contexto das tarefas de aprendizagem.

A THA surgiu a partir do que Simon (1995) chama de Ciclo de Ensino de Matemática, que apresenta um modelo para inter-relação de aspectos de ensino e aprendizagem, teve a sua discussão expandida de modo a oferecer uma estrutura para pensar sobre o processo de aprendizagem por meio de um mecanismo de reflexão sobre a relação entre atividade-efeito (Simon; Tzur, 2004) e, mais recentemente, foi atualizada com uma discussão sobre uma teoria que integrasse a aprendizagem conceitual, a partir da compreensão de como se dá a construção de um novo conceito matemático, a um design de ensino (Simon et al., 2018).

Em um mapeamento de teses e dissertações, realizado para esta pesquisa e apresentado na revisão bibliográfica do capítulo 2 desta dissertação, foi possível perceber que, no Brasil, os estudos divulgados não focaram em compreender as potencialidades das tarefas que compõem a THA de modo a relacioná-las com o processo de aprendizagem do estudante. Esta lacuna também é percebida nos estudos realizados pelo grupo de pesquisa de Simon (2004), que defende a importância de um olhar para esse elemento da THA dado que, segundo o autor, decidir qual tarefa a ser utilizada em sala de aula é a decisão que mais afeta o aprendizado do estudante.

Segundo Stein e Smith (2009, p.22), “uma tarefa é definida como um segmento da atividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular” e, para compreender a relação que cada tipo específico de tarefa tem com a compreensão do objeto matemático que será trabalhado, é preciso associar suas características ao nível de demanda cognitiva que ela exige. Para as autoras, cada característica da tarefa elaborada é responsável por proporcionar uma oportunidade específica de forma de pensar e é este efeito que conduz o desenvolvimento de ideias matemáticas.

Para Ponte (2014, p.26), a sequência de tarefas deve proporcionar um “percurso de aprendizagem coerente, que permita a construção de conceitos, a compreensão de procedimentos e o conhecimento das formas de representação relevantes” e, neste sentido, é possível afirmar que a transição pelas várias representações de um mesmo objeto matemático contribui para a elaboração de novos saberes.

Ursini (2019, tradução nossa) afirma que interpretações equivocadas sobre o uso da variável, junto a uma baixa proficiência em trabalhar com este conceito, podem comprometer a compreensão dos objetos de conhecimento relacionados à álgebra e, como sugestão para potencializar o ensino de variável, a autora enfatiza a necessidade de novas abordagens para o ensino da álgebra elementar de modo a garantir que o estudante se veja mais participante e informado sobre o mundo contemporâneo.

Diante das discussões e motivações apresentadas, surgiu o interesse em desenvolver uma pesquisa cujo objetivo principal é investigar o potencial formativo das tarefas matemáticas em uma THA, dedicada a introduzir a noção de variáveis no estudo de polinômios, de um grupo de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. Com este objetivo, esta pesquisa pretende responder às questões: a) Quais desafios conceituais são promovidos pelas tarefas matemáticas, que introduzem a noção de variável, no contexto de polinômio com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental? b) Como as características das tarefas matemáticas podem influenciar o processo de ensino e aprendizagem da noção de variável? c) Quais são os indicadores observáveis, revelados pelas tarefas matemáticas em uma THA, sobre a compreensão de estudantes do 8º anos sobre variáveis e polinômios?

## 2. PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

*O caminho que você percorre é sua "trajetória". O caminho que você antecipa em qualquer ponto no tempo é sua "trajetória hipotética". Simon, 1995.*

### 2.1. Trajetória Hipotética de Aprendizagem

A Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) surge como parte do modelo de Ciclo de Ensino de Matemática proposto por Simon (1995), pois, segundo o autor, embora o construtivismo tenha potencial de revolucionar o ensino da matemática, esta teoria não contempla a necessidade de uma visão específica de como essa disciplina deve ser ensinada.

Para Castañon (2015), o uso do termo "construtivismo" carrega um problema em si mesmo devido a reprodução de diferentes interpretações e seus usos nas diversas áreas.

'Construtivismo' é talvez um dos termos mais indiscriminadamente utilizados na academia. Nos últimos cinquenta anos assistimos a uma proliferação de sua utilização não somente na filosofia, mas também na psicologia, educação, neurociência, lógica, matemática e sociologia. (2015, p. 210)

É possível encontrar elementos sobre o que é o construtivismo ao compreender a origem do verbo 'construir' e a relação sujeito-objeto e, neste sentido, pode-se afirmar que este verbo "tem origem no verbo latino *struere*, que significa organizar, dar estrutura" e "uma estrutura construída pressupõe a atividade de um sujeito" (Castañon, 2015, p. 231).

Como solução para o problema apresentado, este autor propõe uma definição de construtivismo como tese epistemológica, uma vez que considera as relações que são estabelecidas entre sujeito e objeto, e que se dá pela defesa das teses:

- a) As representações (intuições sensíveis) que temos da realidade são condicionadas pela estrutura de nossa mente, e construídas automaticamente por ela;
- b) Num segundo nível, as hipóteses que construímos sobre como o objeto funciona podem ser alteradas e substituídas voluntariamente tão logo a sucessão de intuições sensíveis que esperávamos não se manifestem, revelando as hipóteses em questão inadaptadas ao objeto. (Castañon, 2015, p. 235)

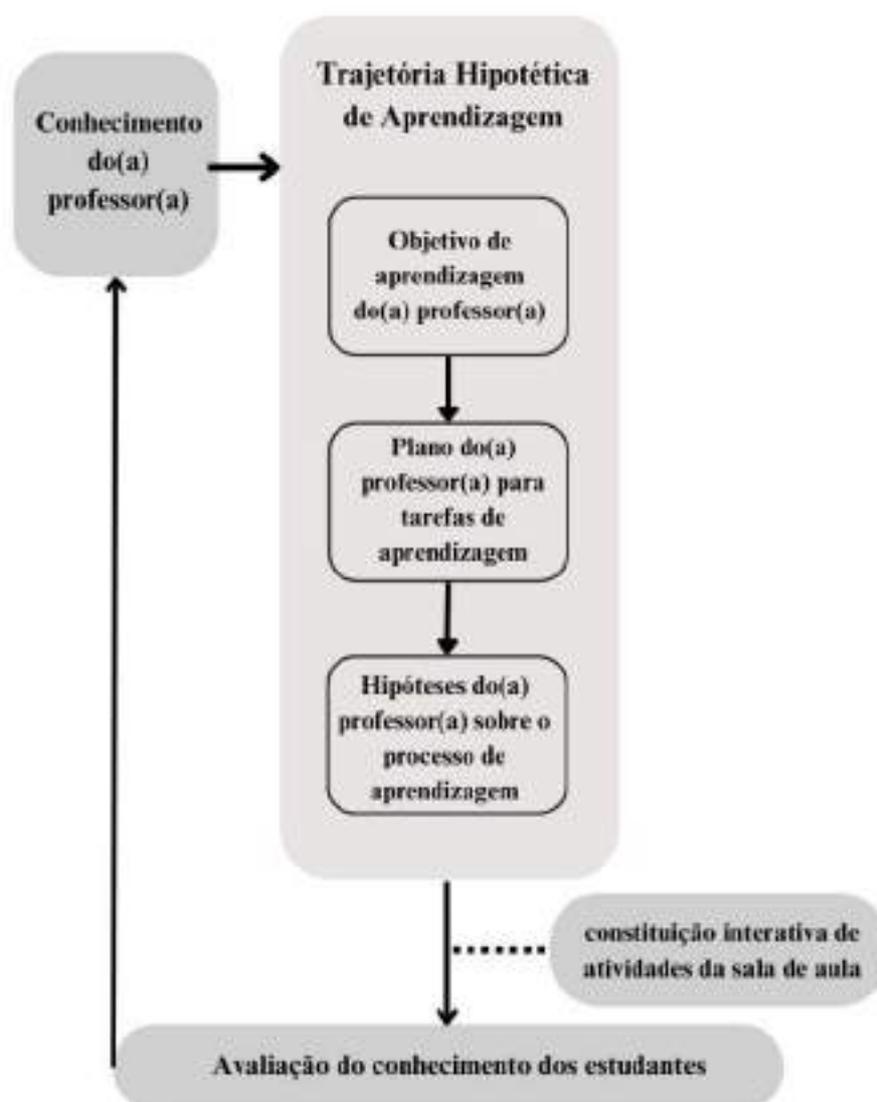
A perspectiva construtivista na qual o trabalho de Simon baseia-se, evita os extremos do Construtivismo Radical e do Construtivismo Social, dado que, para este autor, a aprendizagem é um processo individual e social mediado por professores(as). Para Simon (1995), a coordenação das perspectivas do construtivismo radical e do interacionismo simbólico é necessária para entender a aprendizagem em sala de aula e, sob esta condição, busca responder como o construtivismo pode contribuir para uma reconstrução da pedagogia matemática e do significado de conhecer e ensinar matemática na escola.

O construtivismo, como teoria epistemológica, não define uma forma específica de ensino. Ele descreve o desenvolvimento do conhecimento, independentemente de haver ou não um professor presente ou ensinamento ocorrendo. (Simon, 1995, n.p., tradução nossa)

Segundo Pires (2009, p.154), como solução para pensar os problemas relacionados ao papel do ensino e do(a) professor(a), Simon buscou uma proposta em que fosse possível entender os pensamentos dos estudantes e o trabalho com eles de modo a verificar a capacidade de desenvolver raciocínios cada vez mais complexos e, na experiência do autor, “ficou bem nitida a relação entre o projeto de atividades do professor e a consideração do pensamento que os alunos podem trazer em sua participação nessas atividades”.

Em 1995, Simon apresenta o Ciclo de Ensino de Matemática (Figura 1) como um modelo para a inter-relação de aspectos do conhecimento do professor, do pensamento, das tomadas de decisões e das atividades de aprendizagem.

Figura 1 - Ciclo de Ensino de Matemática



Fonte: Autora, baseado na figura proposta por Simon (1995).

A experiência analisada pelo autor revela que o(a) professor(a) é alguém cujo ensino é guiado por seus objetivos conceituais, os quais estão em constante mudança. Em contrapartida, o objetivo e as tarefas estão baseados na relação entre a compreensão de matemática do(a) professor(a) e suas hipóteses sobre o conhecimento dos estudantes. É neste contexto que surge o termo “trajetória hipotética de aprendizagem” que Simon (1995) descreve como uma previsão do(a) professor(a) quanto à maneira hipotética, pois a real ainda é desconhecida, pela qual a aprendizagem de conceitos matemáticos pode se desenvolver.

Simon descreve uma THA utilizando três componentes que pressupõem “a importância da relação entre a meta pretendida e o raciocínio sobre decisões de ensino e a hipótese sobre esse percurso” (Pires, 2009, p. 158).

Para ele, uma THA é composta por:

- 1) o objetivo de aprendizagem, que define uma direção para o planejamento do professor;
- 2) o plano que o professor elabora com as atividades de aprendizagem;
- 3) o processo hipotético de aprendizagem, que apresenta uma previsão de como o pensamento e a compreensão dos estudantes evoluirão no contexto das atividades de aprendizagem. (Simon, 1995, n.p., tradução nossa)

Pode-se entender como a construção de um cenário hipotético de aprendizagem em que o(a) professor(a), partindo do seu conhecimento, elabora uma sequência de tarefas considerando o objetivo que deseja alcançar com seus estudantes e, ao longo deste planejamento, considera as possibilidades que surgirão durante desenvolvimento destas tarefas.

Ainda que uma THA seja elaborada antes da aplicação das tarefas, é importante considerar que o momento de seu desenvolvimento envolve a interação de professor(a) e estudantes que promoverão a experiência em si e, devido a sua natureza social, esta experiência pode apresentar situações diferentes das planejadas e, dada a necessidade de mudança, as ideias do(a) professor(a) sobre o conhecimento dos estudantes podem mudar e, por consequência, a THA pode e deve sofrer modificações.

Para Simon (1995, n.p., tradução nossa) os seguintes aspectos são importantes da abordagem à tomada de decisões representadas por este modelo.

1. O pensamento/compreensão dos alunos é levado a sério e recebe um lugar central no design e implementação da instrução. Entender o pensamento dos alunos é um processo contínuo de coleta de dados e geração de hipóteses com o crescimento no conhecimento dos alunos.
2. A evolução do conhecimento do professor está simultaneamente ligada à aprendizagem sobre matemática, ensino e o pensamento matemático de seus alunos. À medida que os alunos estão aprendendo matemática, o professor está aprendendo sobre ensino e aprendizagem de matemática, e sobre o pensamento matemático de seus alunos.

3. O planejamento para a instrução é essencial e inclui a geração de uma trajetória de aprendizagem hipotética. Essa visão reconhece e valoriza os objetivos do professor para a instrução e a importância das hipóteses sobre os processos de aprendizagem dos alunos (ideias que espero ter demonstrado não estarem em conflito com o construtivismo).

4. A mudança contínua no conhecimento do professor gera mudanças contínuas na trajetória de aprendizagem hipotética do professor.

A tomada de decisão sobre o caminho que a THA deverá seguir após o início do seu desenvolvimento implica que o conhecimento do(a) professor(a) está envolvido com a aprendizagem dos estudantes, estes estão aprendendo matemática e o(a) professor(a) está aprendendo sobre o pensamento matemático de seus estudantes e, nesse sentido, os(as) professores(as) “precisam de conhecimentos sobre os saberes dos alunos, para gerar trajetórias hipotéticas de aprendizagem e análises conceituais para que possam ensinar Matemática.” (Pires, 2009, p.164).

Dando continuidade a este trabalho, Simon e Tzur (2004) expandem a discussão da THA pois entendem que, apesar do modelo de Simon ter oferecido uma descrição de aspectos essenciais para o planejamento de aulas de matemática, ainda havia a necessidade de uma estrutura para pensar sobre o processo de aprendizagem, a seleção de tarefas matemáticas e para compreender seu papel em uma THA.

Segundo Simon e Tzur (2004, tradução nossa), a seleção de tarefas cognitivamente desafiadoras capazes de promover a capacidade de pensar e resolver problemas, proposta por Smith e Stein (1998), ou a seleção de tarefas que incentivem o engajamento com o conceito a ser aprendido (Bell, 1993; van Boxtel, van der Linden e Kanselaar, 2000) não deixam explícita a relação das tarefas com o processo de aprendizagem do estudante e, para preencher esta lacuna, os autores propõem uma revisão da THA e a articulação de um mecanismo de reflexão nas relações entre atividade-efeito para desenvolvimento e elaboração de uma THA.

As tarefas são selecionadas com base em hipóteses sobre o processo de aprendizado; a hipótese do processo de aprendizado é baseada nas tarefas envolvidas. Essa estrutura pressupõe:

1. A elaboração de um THA é baseada na compreensão do conhecimento atual dos alunos envolvidos.
2. Uma THA é um meio para planejar a aprendizagem de conceitos matemáticos específicos.
3. Tarefas matemáticas fornecem ferramentas para promover a aprendizagem de conceitos matemáticos e, portanto, são uma parte fundamental do processo de ensino.
4. Devido à natureza hipotética e inerentemente incerta desse processo, o professor está constantemente envolvido na modificação de todos os aspectos da THA. (Simon; Tzur, 2004, n.p., tradução nossa)

Simon e Tzur (2004) afirmam que este mecanismo, reflexão sobre a relação entre atividade-efeito, é uma elaboração da abstração reflexiva de Piaget e sua articulação fornece uma descrição de como a atividade direcionada por objetivos dos estudantes pode levar ao desenvolvimento de novas e mais sofisticadas formas de compreensões dos estudantes.

O processo proposto pelo mecanismo começa com os estudantes estabelecendo objetivos que, apesar de poderem estar relacionados a uma tarefa proposta, não devem ser confundidos com os objetivos do(a) professor(a). Na sequência, os estudantes utilizam as tarefas para tentar atingir seu objetivo e é esse direcionamento que permitirá que eles estejam atentos aos efeitos da atividade experienciada pela tarefa. Esta atenção aos efeitos possibilita que os estudantes façam registros mentais.

*A parte da experiência que é registrada é uma interação da atividade vinculada a seu efeito. Os estudantes organizam e comparam, o que leva à identificação de padrões, ou seja, relações entre a atividade e os efeitos. Essa abstração reflexiva de uma nova relação atividade-efeito (para o estudante) é o mecanismo pelo qual um novo conceito é construído. (Simon; Tzur, 2004, n.p., tradução nossa)*

Os autores (2004, n.p., tradução nossa) alertam para dois pontos de atenção: “segundo Piaget (1985), a reflexão, composta por capacidades e tendências mentais inatas, não envolve necessariamente pensamento consciente”, isto é, um conceito pode ser desenvolvido mesmo quando pouco ou nenhum pensamento consciente esteja envolvido durante a reflexão. Além disso, “é a atividade mental dos estudantes, independentemente de haver atividade física envolvida, que constitui a base para a aprendizagem conceitual”.

Com o objetivo de elaborar uma teoria que integrasse a aprendizagem conceitual de matemática com um design de ensino, Simon et al. (2018) discutem a Aprendizagem por meio de atividade (Learning Through Activity - LTA) e propõem a elaboração da definição de conceito matemático, de etapas de aprendizagem conceitual e uma tipologia de diferentes conceitos.

Para elucidar o processo pelo qual os estudantes avançam de uma etapa conceitual para a próxima, os autores propõem uma definição de conceito matemático e afirmam que a produção deste é resultado da abstração reflexiva.

*Nós definimos o conceito matemático como "a expressão do entendimento desejado ou inferido pelo pesquisador sobre o conhecimento do aluno em relação à lógica necessária envolvida em uma determinada relação matemática" (Simon, 2017, p. 123). O conceito matemático, conforme definido aqui, é uma construção do pesquisador usada para caracterizar o conhecimento do aluno. Não representa o que um aluno diria sobre seu entendimento. (Simon et al., 2018, n.p., tradução nossa)*

No processo de aprendizagem, na elaboração da abstração reflexiva da LTA, a relação entre o objetivo do estudante para resolver a tarefa ( $O_n$ )<sup>1</sup> e a ação do estudante para alcançar este objetivo ( $A_n$ ), formam o conceito matemático ( $O_nA_n$ ), em que  $n$  representa o nível, sendo  $n=0, 1, 2, \dots$  e  $n=0$  o conceito disponível/existente. Na figura abaixo, “uma coordenação de ações é, mais precisamente, uma coordenação de conceitos e a coordenação de conceitos pode explicar a construção de conhecimento mais avançado a partir de conceitos existentes”(Simon et al., 2018, n.p., tradução nossa), na Figura 2, os índices  $0a$  e  $0b$  representam conceitos diferentes de um mesmo nível e  $O1-A1$  um conceito em desenvolvimento.

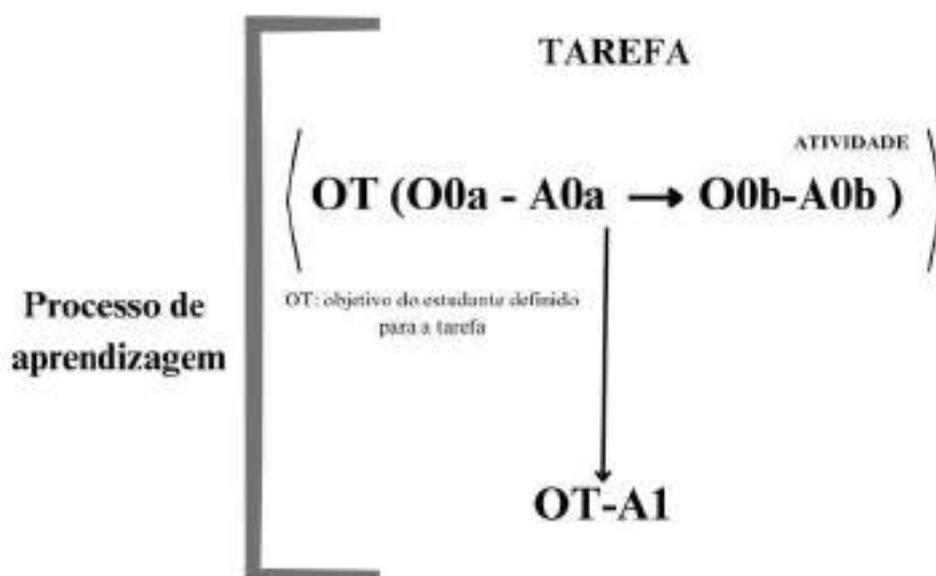
Figura 2 - Coordenação de conceitos no processo de aprendizagem



Fonte: Autora, adaptado de Simon et al. (2018)

No modelo apresentado pelos autores, o processo de aprendizagem começa com o estudante resolvendo uma tarefa nova que ele pode resolver com seus conceitos já disponíveis.

Figura 3 - Processo de aprendizagem promovido pela tarefa



Fonte: Autora, adaptado de Simon et al. (2018).

<sup>1</sup> No trabalho de Simon, o leitor encontrará  $G_n$  para representar “goals” e, neste trabalho, optou-se por fazer a tradução e utilizar  $O_n$  para representar os “objetivos”.

Neste processo, a participação na atividade gerada pela tarefa envolve apenas uma sequência de conceitos já existentes e disponíveis (0a e 0b) e, portanto, pode-se afirmar que ela não gera uma aprendizagem significativa de um novo conceito. O novo conceito a ser desenvolvido inclui “uma única ação de nível superior resultante da coordenação de ações de nível inferior (existentes), as ações que compunham a atividade. Essa coordenação de ações (coordenação de conceitos), a abstração reflexiva, é a fonte do novo conceito, OT-A1” (Simon et al., 2018, n.p., tradução nossa).

A transição ilustrada na figura acima, mostra uma estrutura com dois estágios de aprendizagem conceitual. Os autores (Simon et al., 2018, n.p., tradução nossa) chamam o primeiro momento de “estágio participativo” em que “o estudante adquire a habilidade de antecipar o resultado da atividade pela qual o conceito foi assimilado. No entanto, uma limitação do estágio participativo é que, se o aprendiz não está refletindo sobre essa atividade, ele não consegue evocar a abstração realizada.”. O segundo momento é chamado de “estágio antecipativo”, que é compreendido como “uma antecipação aprendida que o estudante pode evocar ao refletir sobre a atividade” e o processo de transição de um estágio para o outro “consiste em vincular a abstração do estágio participativo a um novo objetivo”.

Os autores apresentam a hipótese de que a abstração reflexiva envolve, muitas vezes, uma coordenação progressiva que pode ser compreendida como “um processo em evolução que ocorre entre a execução original das ações sequenciais que compõem a atividade e a substituição dessa atividade por uma ação de nível superior (o resultado da coordenação das ações).” (Simon et al., 2018, n.p., tradução nossa). O quadro abaixo sintetiza dois aspectos da coordenação progressiva.

Quadro 1 - Aspectos da coordenação progressiva

<b>Aspectos da coordenação progressiva</b>	
Aumento da coordenação da atividade	Mudança no “foco de atenção”: a abstração não é uma mudança instantânea, mas sim uma mudança progressiva de foco em desenvolvimento.
Coordenação de pares de ações	Pares de componentes da atividade do estudante são coordenados antes que a coordenação geral ocorra.

Fonte: Autora, adaptado de Simon et al. (2018).

Estes aspectos mostram que, conforme os estudantes resolve uma sequência de tarefas, a coordenação entre as ações que compõe sua atividade também é feita com um nível mais elevado que o anterior.

Enquanto a coordenação progressiva está ocorrendo (em contraste com o momento em que a coordenação das ações está completa), a atividade ainda é sequencial. Enquanto a coordenação das ações leva à antecipação dos resultados da atividade, a coordenação progressiva descreve o processo pelo qual a antecipação se desenvolve progressivamente. (Simon et al., 2018, n.p., tradução nossa)

Sob o ponto de vista de quem observa uma abstração reflexiva, Simon et al. (2018, tradução nossa) afirma que pode parecer que não há abstração acontecendo para várias tarefas e que, em sequência, a abstração pode aparecer. Os autores afirmam que isto ocorre pois, à medida que o estudante resolve cada tarefa subsequente, ele faz com maior nível de coordenação entre as ações que compõem sua atividade e é somente quando uma coordenação é concluída que um(a) observador(a) pode afirmar que ocorreu a abstração reflexiva.

Neste contexto, os autores entendem que se um conceito foi desenvolvido no estágio antecipativo, há a possibilidade de desenvolver um conceito reversível (Hackenberg, 2010; Olive & Steffe, 2002; Ramful & Olive, 2008, apud Simon et al., 2018). A ideia de conceito de reversibilidade foi introduzida por Piaget (1954) e caracterizada como “a possibilidade permanente de retornar ao ponto de partida da operação em questão” (Inhelder; Piaget, 1958, apud Simon et al., 2018, n.p., tradução nossa).

Fazemos uma distinção entre um conceito reverso e um conceito reversível. Pode-se construir um conceito (“conceito original”) e um conceito reverso independentemente. Por “independentemente”, queremos dizer que o conceito original não é usado na construção do conceito reverso. Em vez disso, o conceito reverso é construído a partir da atividade de nível inferior do estudante. (Simon et al., 2018, n.p., tradução nossa)

No modelo em que os autores explicam a construção de um novo conceito, essa construção se inicia com uma atividade em uma determinada tarefa e a articulação de conceitos anteriores. Na construção de um conceito reversível, por sua vez, um destes conceitos anteriores é o que eles chamam de conceito original. “Isso implica que, para construir um conceito reversível, o estudante não precisa se envolver na atividade por meio da qual o conceito original foi desenvolvido (ou uma atividade de nível inferior relacionada). Ele deve ser capaz de evocar o conceito original.” (Simon et al., 2018, n.p., tradução nossa).

Como contribuição para a teoria sobre conceitos reversíveis, Simon et al. (2018) criam uma tipologia de reversibilidade e, com base nessa tipologia, articulam estratégias de um design de ensino para provocar a reversibilidade. Neste modelo, eles especificam o conceito original e os conceitos reversos utilizando tipos de tarefas.

O design de ensino apresentado por Simon et al. (2018, tradução nossa) propõe uma maneira de promover conceitos com base no resultado de uma abstração reflexiva, isto é, uma abstração proveniente de uma atividade, sendo assim, “é possível projetar uma sequência de tarefas que estimulem a atividade apropriada e promovam a abstração a partir dessa atividade”.

As etapas deste design são:

- 1) Uma sequência de conceitos, onde os conceitos iniciais servem como alicerces para a construção dos conceitos subsequentes.
- 2) Para cada conceito é elaborada uma trajetória hipotética de aprendizagem (THA) para uma avaliação da compreensão do estudante e definição de um objetivo de aprendizagem baseado no conhecimento atual do estudante.
- 3) Especificação de uma atividade atualmente acessível aos alunos, que possa servir de base para a abstração definida no objetivo de aprendizagem. Definimos uma atividade como duas ou mais ações direcionadas a um objetivo, ou seja, cada ação é uma extensão de um conceito previamente formado. Espera-se que essa atividade seja a fundação de uma coordenação específica de ações (coordenação de conceitos).
- 4) O design da sequência de tarefas: a sequência de tarefas deve tanto eliciar a atividade desejada por parte dos alunos quanto conduzir à eventual coordenação de ações por parte deles. O design da sequência de tarefas abrange a especificação dos recursos (por exemplo: ferramentas, representações) disponibilizados, permitidos ou proibidos.

(Simon et al., 2018.n.p., tradução nossa)

É por meio das etapas três e quatro que o processo hipotético de aprendizagem surge e, para isso, é importante assegurar que a atividade selecionada esteja alinhada com o objetivo de aprendizagem e entender que a sequência de tarefas é como suporte para as transições que ocorrerão no processo de aprendizagem dos estudantes e que, alguns deles, podem não precisar de alguma tarefa para concluir este processo.

## **2.2. Tarefas Matemáticas para o Ensino e Aprendizagem (TMEA)**

A seleção ou elaboração de tarefas é a decisão do(a) professor(a) que tem maior impacto nas oportunidades de os estudantes aprenderem e desenvolverem sua percepção do que é Matemática (Cyrino; Jesus, 2014). Para que esta decisão ocorra de forma coerente com as expectativas do(a) professor(a), é necessário saber diferenciar os termos “atividade” e “tarefa” que são usualmente utilizados e, por vezes, equivocadamente interpretados no contexto da sala de aula.

Uma atividade pode incluir a execução de numerosas tarefas. Mais importante, a atividade, que pode ser física ou mental, diz respeito essencialmente ao aluno e refere-se àquilo que ele faz num dado contexto. Pelo seu lado, a tarefa representa apenas o objetivo de cada uma das ações em que a atividade se desdobra e é exterior ao aluno (embora possa ser decidida por ele). Na verdade, as tarefas são usualmente (mas não necessariamente) propostas pelo professor, mas, uma vez propostas, têm de ser interpretadas pelo aluno e podem dar origem a atividades muito diversas (ou nenhuma atividade). (Ponte, 2014, p.15)

Em resumo, é possível afirmar que “uma ‘tarefa’ é definida como algo que o professor pede aos alunos para fazerem, e ‘atividade’ é tida como referindo-se à resposta dos alunos” (Cristiansen; Walter, 1986; Mason; Johnston-Wilder, apud Swan, 2017, p.67), para Stein e Smith (2009, p. 22) “uma tarefa é definida como um segmento da atividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular”, ou seja, é aquela cujo objetivo é concentrar a atenção dos estudantes em uma determinada ideia matemática (Stein et al., 2009, apud Jesus; Cyrino; Oliveira, 2018, p.22).

Para investigar o potencial formativo das tarefas matemáticas em uma THA dedicada a introduzir a noção de variáveis no estudo de polinômios de um grupo de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, objetivo desta pesquisa, é necessário compreender a relação que cada tipo específico de tarefa tem com a compreensão do objeto matemático que será trabalhado, com o objetivo da execução da tarefa e com o modo como é pretendido oportunizar a aprendizagem.

As tarefas podem influenciar e estruturar a maneira como os professores gerenciam suas aulas e o modo como os alunos aprendem a pensar matematicamente. Assim, diferentes tipos de tarefas constituem diferentes oportunidades de aprendizagem para o aluno, uma vez que algumas têm um potencial de mobilizá-los às formas complexas de pensamento e outras não. (Smith; Stein, 1998, apud Jesus; Cyrino; Oliveira, 2018, p.22)

Segundo Cyrino e Jesus (2014, p.754), uma tarefa pode ser analisada sob diversas perspectivas como, por exemplo, sua natureza, características, quantidade de estratégias para resolução e demandas cognitivas. O nível de demanda cognitiva de uma tarefa está relacionado aos tipos de raciocínio matemático que são exigidos dos estudantes e o projeto QUASAR (Stein; Smith, 2009, p.22), projeto de reforma que visa estimular e estudar o desenvolvimento e implementação de novos programas de ensino da matemática, situado no Centro de Investigação da Universidade de Pittsburgh e dirigido por Edward A. Silver, propõe categorias para classificação de tarefas de acordo com o seu nível (Quadro 2).

Quadro 2 - Categorização dos níveis de demanda cognitiva de tarefas matemáticas

Características de tarefas que envolvem baixo nível de demanda cognitiva	<b>Memorização</b>	<b>Procedimentos sem conexão com significados</b>
	<p>Envolvem ou a reprodução dos fatos aprendidos previamente, regras, fórmulas, ou a memorização de fatos, regras, fórmulas ou definições;</p> <p>Não podem ser resolvidas usando procedimentos porque estes não são exigidos ou porque o tempo no qual a tarefa será completada é curto para utilização de um procedimento;</p> <p>Não são ambíguas: tanto a questão que envolve uma reprodução exata do material visto previamente quanto o que é para ser reproduzido, estão claros e diretamente apresentados;</p> <p>Não tem conexão alguma com os conceitos ou significados que embasam os fatos, regras, fórmulas ou definições que estão sendo aprendidos ou reproduzidos.</p>	<p>São algorítmicas, de modo que o uso do procedimento ou é especificamente pedido ou está evidente a partir de uma instrução prévia, experiência, ou localização da questão;</p> <p>Requerem uma demanda cognitiva limitada para uma conclusão bem-sucedida, e existe pequena ambiguidade sobre o que necessita ser feito e como fazê-lo;</p> <p>Não têm conexão com conceitos ou significados que estão por trás dos procedimentos usados inicialmente;</p> <p>Estão focados na produção de respostas corretas ao invés do desenvolvimento da compreensão matemática;</p> <p>Não exigem explicação, ou, quando exigem, são explicações que focam, unicamente, na descrição do procedimento que foi usado.</p>
	<b>Procedimentos com conexão com significado</b>	<b>Fazer Matemática</b>

<p><b>Características de tarefas que envolvem elevado nível de demanda cognitiva</b></p>	<p>Focam a atenção dos alunos sobre o uso de procedimento, a fim de desenvolver, mais profundamente, os níveis de entendimento dos conceitos e ideias matemáticas;</p> <p>Sugerem explícita ou implicitamente caminhos a serem seguidos, que são procedimentos amplos e gerais que têm íntima conexão com as ideias conceituais;</p> <p>Usualmente, permitem representação em múltiplos caminhos, com diagramas visuais, manipuladores, símbolos e situações-problemas, fazendo conexões entre múltiplas representações que ajudam a desenvolver os significados;</p> <p>Exigem esforço cognitivo. Apesar de procedimentos gerais poderem ser seguidos, eles não podem ser seguidos sem compreensão. Os alunos precisam envolver-se com ideias conceituais que estão por trás dos procedimentos a serem seguidos para completarem a tarefa com sucesso e desenvolvendo a compreensão.</p>	<p>Exigem um pensamento complexo e não algorítmico, e não é sugerido explicitamente, pela tarefa, um caminho previsível, instruções para sua execução, ou um exemplo a ser seguido, que bem treinado leva à resolução dela;</p> <p>Exigem que os alunos explorem e compreendam a natureza dos conceitos matemáticos, procedimentos ou relações;</p> <p>Exigem alta monitoração ou alta regulamentação de seu próprio processo cognitivo;</p> <p>Exigem que os alunos mobilizem conhecimentos relevantes e experiências, e façam uso apropriado destes no trabalho durante a resolução da tarefa;</p> <p>Exigem que os estudantes analisem a tarefa e examinem ativamente se ela pode ter possibilidades limitadas de estratégias de resoluções e soluções;</p>
--	---	--

		Exigem um considerável esforço cognitivo e podem envolver alguns níveis de ansiedade para o aluno por não ter uma lista antecipada de processos exigidos para a solução.
--	--	--

Fonte: Stein e Smith (1998), apud Cyrino; Jesus, 2014, p.755.

Compreender os níveis de demanda cognitiva de cada tarefa, permite que o(a) professor(a) seja capaz de escolher tarefas coerentes com seus objetivos e perceber quais impactos esta ação promoverá na dinâmica e no desenvolvimento na sala de aula. Dessa forma, o critério de seleção ou elaboração de uma tarefa estará associado a uma potencialidade de determinada categoria, cuja característica pode ser associada a um baixo ou elevado nível, estes definidos de acordo com a experiência matemática proporcionada pelos processos mobilizados durante sua execução.

No ensino com características tradicionais, as tarefas comumente aplicadas são aquelas que utilizam uma “resolução-modelo” para resolver, repetidamente, listas de exercícios, nas quais a principal habilidade trabalhada é de uma resolução mecânica de reprodução de um algoritmo. Este tipo de tarefa pode ser compreendido como tarefas de baixo nível de demanda cognitiva, pois estão predominantemente no contexto da memorização.

Para um ensino com características inovadoras, é necessário promover tarefas cognitivamente desafiadoras, que desenvolvam habilidades relacionadas às categorias “procedimento com conexão com significado” e “fazer matemática”, pois é a partir do trabalho com esse tipo de tarefa que os estudantes são incentivados a desenvolver o seu raciocínio e sua capacidade para resolver problemas (Stein et al., 2008, apud Jesus; Cyrino; Oliveira, 2018, p.23).

Segundo Stein, Grover e Henningsen (1996), os alunos se beneficiam ao se envolverem na resolução deste tipo de tarefa, uma vez que “não estão conscientes das ferramentas processuais para resolver os problemas, mas são solicitados a desenvolver estratégias para resolvê-las.” (BRÅDSTROM, 2005, apud Jesus; Cyrino; Oliveira, 2018, p.23).

Para Stein e Smith (2009, p.22), cada característica da tarefa, seja ela de procedimento memorizado, que exige um pensamento conceitual ou que estimula conexões, será responsável por proporcionar uma oportunidade específica de forma de pensar, e o efeito de experimentar diferentes tipos de tarefas poderá “conduzir ao desenvolvimento de ideias implícitas nos alunos sobre a natureza da Matemática, sobre se a Matemática é algo de que eles podem pessoalmente compreender o sentido e quão longa e arduamente devem trabalhar para o conseguir”.

Swan (2017) propõe uma tipologia de tarefas seguindo uma organização por objetivos: o primeiro objetivo é o de desenvolvimento do conhecimento factual e a fluência processual, que estão relacionadas as notações convencionais e a capacidade de executar os procedimentos matemáticos “através de exercícios e estudos que proporcionem repetição do uso de procedimentos bem definidos”.

O segundo objetivo é o de desenvolvimento da compreensão conceitual que, segundo Swan (2017), é o que deve sustentar o conhecimento processual e o que está relacionado aos significados dos objetos matemáticos, disponível no Quadro 3 a seguir.

Quadro 3 - Organização de tarefas para a compreensão conceitual

Tipos de tarefas	Exemplos de atividades de sala de aula
<b>Observar, classificar e definir</b> estruturas e objetos matemáticos.	<p>Observar e manipular objetos mentais.</p> <p>Identificar, descrever atributos e ordenar objetos de acordo com esses atributos.</p> <p>Criar e identificar exemplos e contraexemplos.</p> <p>Criar e testar definições.</p>
<b>Representar e traduzir</b> entre conceitos matemáticos e as suas representações.	<p>Interpretar várias representações, incluindo diagramas, gráficos e fórmulas.</p> <p>Traduzir entre representações e estudar o que varia entre elas.</p>
<b>Justificar e/ou demonstrar</b> conjeturas, conexões e procedimentos matemáticos.	<p>Elaborar e testar conjeturas e procedimentos matemáticos.</p> <p>Identificar exemplos que apoiem ou refutem uma conjetura.</p> <p>Criar argumentos que expliquem por que razões as conjeturas e os procedimentos são ou não válidos.</p>

<b>Identificar e analisar</b> a estrutura dentro de situações	Estudar e modificar situações matemáticas. Explorar relações entre variáveis. Comparar e relacionar estruturas matemáticas.
---	---

Fonte: Swan, 2017, p.69.

O Quadro 4 abaixo mostra a organização relacionada ao terceiro objetivo que é o da competência estratégica e que pode ser compreendido como a capacidade dos estudantes para resolver problemas não rotineiros e de expandi-la à formulação de problemas do mundo real.

Quadro 4 - Organização de tarefas para a competência estratégica

Tipos de tarefas	Exemplos de atividades de sala de aula
<b>Resolver um problema não rotineiro</b> pela criação e desenvolvimento de uma cadeia de raciocínio.	Selecionar conceitos e procedimentos matemáticos apropriados. Planificar uma abordagem. Executar o plano, monitorizar o andamento e alterar a direção, quando for necessário. Refletir sobre a solução e examinar a sua razoabilidade, dentro do contexto. Refletir sobre a estratégia e onde poderia ter sido aperfeiçoada.
<b>Formular e interpretar um modelo matemático</b> de uma situação que pode ser adaptada e usada numa variedade de situações.	Colocar hipóteses adequadas para simplificar uma situação. Representar matematicamente uma situação. Identificar as variáveis significativas em situações. Estabelecer relações entre variáveis. Identificar questões acessíveis que possam ser abordadas na situação. Interpretar e validar um modelo, em termos de contexto.

Fonte: Swan, 2017, p.71.

O quarto objetivo de Swan é o de desenvolvimento da competência crítica, apresentado no Quadro 5 abaixo. Neste objetivo é esperado que os estudantes trabalhem com produções matemáticas elaboradas por outros estudantes, sendo capazes de interpretar diferentes raciocínios e avaliarem produções prontas, elaboradas por outros.

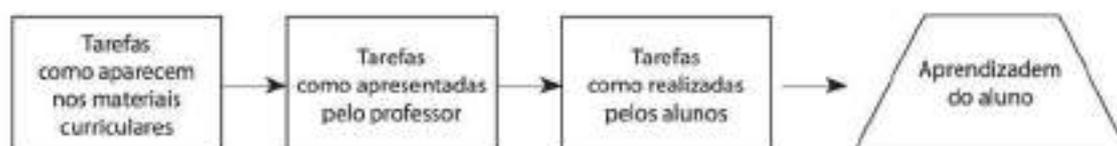
Quadro 5 - Organização de tarefas para a competência crítica

Tipos de tarefas	Exemplos de atividades de sala de aula
<b>Analisar e criticar</b> a explicação matemática de um procedimento ou conceito.	<p>Interpretar e ampliar uma explicação fornecida (pode estar apresentada verbal ou graficamente).</p> <p>Comparar explicações matemáticas alternativas de um fenômeno.</p> <p>Avaliar e aperfeiçoar os procedimentos matemáticos e o raciocínio de outros.</p>
<b>Analisar e criticar</b> uma estratégia de resolução de problemas ou modelo matemático de um fenômeno.	<p>Interpretar, adotar e dar continuidade a uma estratégia recebida.</p> <p>Comparar estratégias alternativas; identificar pontos fortes ou fracos e os domínios de aplicação.</p> <p>Aperfeiçoar uma estratégia recebida.</p>

Fonte: Swan, 2017, p.72.

Stein e Smith (2009, p. 24) afirmam que a forma como a tarefa é trabalhada influencia tanto na aprendizagem dos estudantes como na natureza da própria tarefa, as autoras diferenciam três fases pelas quais toda tarefa passa, como mostra a figura abaixo, ou seja, é possível afirmar que nem sempre a tarefa pensada pelo currículo ou material didático será a mesma executada pelos estudantes, isso porque podem ter sofrido diferentes interpretações ou podem ter recebido informações adicionais do(a) professor(a) (Ponte, 2014, p.25).

Figura 4 - Fases das tarefas



Fonte: Stein; Smith, 2009, p.24

A complexidade em selecionar ou criar sequências de tarefas que proporcionem uma diversificação de experiências de aprendizagem está relacionada aos objetivos previstos pelo(a) professor(a). Para Ponte (2014, p.26), a sequência de tarefas deve proporcionar um “percurso de aprendizagem coerente, que permita a construção de conceitos, a compreensão de procedimentos e o conhecimento das formas de representação relevantes”.

As categorias, tipos e características descritas permitem compreender quais habilidades estão envolvidas na escolha e na elaboração de determinadas tarefas. Tais habilidades estão relacionadas às atividades que os estudantes podem executar de acordo com a proposta desenvolvida, porém, Boston (2017, apud Jesus; Cyrino; Oliveira, 2018, p.33) chama atenção para como esta atividade também pode beneficiar os(as) professores(as), pois “ao resolver as tarefas cognitivamente desafiadoras, os professores têm a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos matemáticos, ganhar experiência como ‘aprendizes’ com este tipo de tarefa, apreciar o potencial dessas tarefas e refletir sobre como implementá-las na sala de aula”.

### 2.3. Uma reflexão sobre o conceito de variável e o Modelo 3UV

No documento de Matemática do Ensino Fundamental Anos Finais, publicado pela BNCC (2017), o conceito de variável aparece relacionado ao conceito de função, mas sua primeira aparição como objeto de conhecimento é na unidade temática “Probabilidade e estatística” do 6º ano do EF. A Figura 5 abaixo mostra algumas das habilidades que podem ser associadas ao conceito de variável ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental.

Figura 5 - Habilidades relacionadas às variáveis na BNCC do EF Anos Finais

(EF06MA31)

Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico.

(EF07MA13)

Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

(EF08MA06)

Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

(EF08MA24)

Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.

(EF09MA06)

Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

Nota-se que, no recorte acima, a variável assume diferentes papéis que, ao longo da trajetória do estudante, podem ser indispensáveis para aplicações e aprofundamentos tanto no contexto algébrico como no estatístico. Porém, como afirma Caraça (1998), este conceito carrega em si próprio uma característica paradoxal.

A variável é, portanto, uma entidade que, dizendo respeito a um nível de isolado – o conjunto – superior ao do número, é, ela própria, de uma natureza superior. No entanto, o caráter contraditório do conceito – a variável é e não é cada um dos elementos do conjunto – deu origem a que a sua introdução na Ciência seja relativamente recente. Pelo seu caráter essencial – síntese do ser e não ser – ela sai fora daquele quadro de idéias que quer ver na realidade uma permanência e irrompe ligada à corrente de pensamento, que expressa ou tacitamente vê, na fluência, a primeira das suas características. Uma variável é o que for determinado pelo conjunto numérico que ela representa – a sua substância, o seu domínio (CARAÇA, 2012, p. 120).

O ser e não ser da variável junto aos diferentes contextos em que ela aparece, ao longo da trajetória escolar, pode ocasionar em uma barreira na aprendizagem dos estudantes e, conseqüentemente, um desafio para o ensino de álgebra.

Ao considerar o processo de ensino aprendizagem, mesmo aquele indivíduo que domina o uso de alguns conceitos matemáticos pode cometer erros conceituais, caso ele não compreenda os elementos que o compõem e, desta forma, cabe ao(ã) professor(a) pesquisador(a) fazer com que o momento de investigação da própria prática seja também um momento para rever e atualizar o conhecimento sobre o objeto que será trabalhado junto aos estudantes.

Nesta perspectiva, Moura e Sousa (2005) defendem que compreender o lógico-histórico da álgebra simbólica significa compreender o processo do vir a ser da variável-letra.

É esse lógico-histórico e formal do pensamento algébrico - presente nos estágios denominados de retórico, sincopado e geométrico - que leva ao pensamento flexível da realidade, elaborado pelas várias civilizações, nos diversos momentos históricos. (Moura; Sousa, 2005, p.12)

Para as autoras, a álgebra simbólica é a representação do processo lógico de formação das notações, isto é, do processo de evolução da variável-letra, contido nos estágios retórico, sincopado e simbólico da álgebra (Socas et al., 1996; Lins; Gimenez, 1997, apud Moura; Souza, 2005, p. 14.).

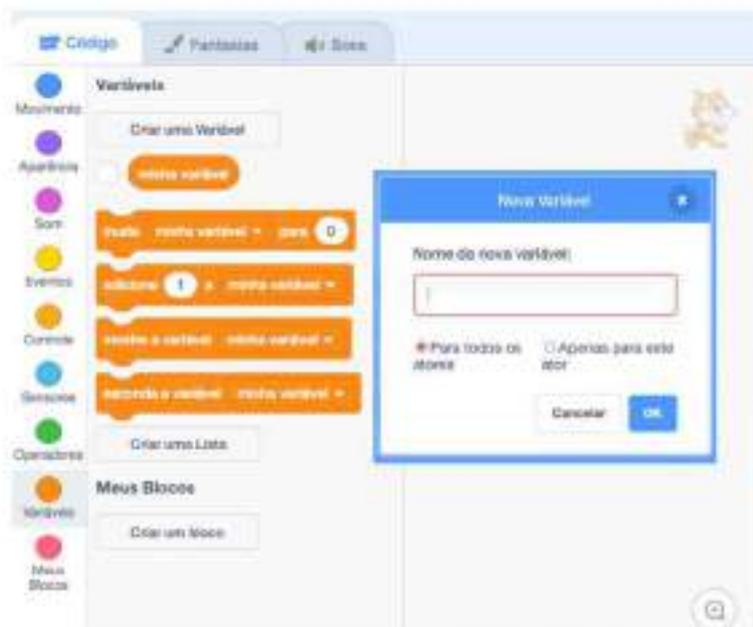
No estágio retórico, por exemplo, “os argumentos da resolução de um problema são escritos em prosa pura, sem abreviações ou símbolos específicos” (Eves, 1997, apud Moura; Sousa, 2005, p.14) e, sob uma perspectiva histórica, cabe o exemplo da palavra *ahá*, criada pelos egípcios para representar quantidades sem o uso de um numeral.

É, portanto, com a matemática egípcia, que a linguagem matemática começa a se separar da linguagem usual. Trata-se da linguagem matemática através de palavras, que apesar de ser um pequeno passo, quase despercebido por ainda usar palavras, foi importante no sentido de criar um vocabulário próprio – a língua da matemática. A linguagem Matemática através de Palavras é o primeiro passo da criação da linguagem especificamente matemática para o qual são escolhidas as palavras que mais direta e claramente expressam movimentos matemáticos (Lima; Moisés, 2000, apud Moura; Sousa, 2005, p.14).

A ideia de explorar um vocabulário, que faça sentido no contexto da resolução de um problema, pode ser uma estratégia potente para o ensino de variável, dado que o estudante ser capaz de criar uma variável, quando esta for legitimamente necessária, e poder nomeá-la como fizer sentido para determinada situação, parece ser um movimento semelhante ao próprio contexto lógico-histórico do desenvolvimento da álgebra.

Neste sentido, o uso da linguagem de programação do *Scratch* pode colaborar para que o(a) estudante vivencie este tipo de experiência, pois, ao programar utilizando este software, o(a) estudante cria quantas variáveis julgar necessário para resolução de um problema e, além disso, ele(a) é responsável por nomear suas variáveis de modo a identificá-las da maneira que julgar mais coerente com a sua compreensão.

Figura 6 - Criação de uma variável no Scratch



Fonte: Site Scratch.

A Figura 6 acima mostra que a variável criada deve ser nomeada pelo(a) programador(a) e que não há nenhuma configuração de nomes e símbolos para serem utilizados pelos(as) estudantes, ou seja, esta escolha é única e exclusiva de quem está desenvolvendo o programa.

Ao considerar que um dos principais objetivos do ensino de matemática é possibilitar que o estudante seja capaz de expressar-se verbalmente, compreendendo o que lê e aprendendo a escrever sobre objetos matemáticos, deve-se considerar que é necessário que ele domine a linguagem própria da matemática, mas que também possa experimentar momentos de criação que o permita compreender que a natureza do pensamento algébrico é parte de uma construção humana.

Arcavi (1994, 2006, apud Matos; Ponte, 2008, p.199) “defende que o ensino da Álgebra deve visar o desenvolvimento do sentido do símbolo”. Para este autor, as situações promovidas em sala de aula devem estimular a “capacidade de manipular e interpretar expressões algébricas e a consciência de que os símbolos podem desempenhar papéis distintos” de acordo com os diversos contextos de forma a perceber e intuir a presença dessa variedade de usos.

Uma diferenciação de compreensão sobre símbolos literais pode ser vista no trabalho disponibilizado pela equipe do projeto CSMS (*Concepts in Secondary Mathematics and Science*). A lista abaixo mostra seis tipos de resposta dadas por estudantes de 6 a 11 anos quando perguntados sobre o uso de símbolos.

- (i) Letra avaliada. Substituição imediata da letra por um valor numérico, sem qualquer operação sobre ela, enquanto incógnita;
- (ii) Letra não considerada. Reconhecimento da presença da letra, mas sem a necessidade da respectiva atribuição de significado;
- (iii) Letra como objecto. Observação das letras como abreviaturas para objectos ou como os próprios objectos em si;
- (iv) Letra como incógnita. Visão das letras como números específicos, mas desconhecidos, sobre os quais é possível operar directamente;
- (v) Letra como número generalizado. Reconhecimento de que a letra representa vários números ou, pelo menos, do facto de poder ser substituída por mais do que um valor;
- (vi) Letra como variável. Reconhecimento de que a letra representa um conjunto de valores cuja alteração provoca uma alteração sistemática nos valores de cada uma das expressões em que está inserida. (apud Matos; Ponte, 2008, p. 198).

Segundo Ursini (2019, tradução nossa), o desenvolvimento da capacidade de abstrair e generalizar, interpretar e modelar são habilidades matemáticas essenciais promovidas pelo estudo da álgebra, cujo conceito fundamental associado é a variável, dado que este pode ser utilizado em contextos diversos. A autora afirma que interpretações equivocadas sobre o uso da variável junto com uma baixa proficiência em trabalhar com este conceito podem comprometer a compreensão dos objetos de conhecimento relacionados à álgebra.

Ursini e Trigueros (2001, apud Ursini, 2019, tradução nossa) atribuem este caráter multifacetado do conceito de variável aos usos frequentes de variáveis como número genérico, incógnita e variável relacionada a uma função e, como ferramenta para compreender o uso deste conceito, desenvolveram o Modelo 3UV (Três Usos da Variável).

Modelo 3UV associa a cada uso da variável uma lista de aspectos que caracterizam a compreensão e a capacidade de trabalhar com ela em diferentes situações e em diferentes níveis de complexidade. O Modelo 3UV tem se mostrado útil para projetar ferramentas de diagnóstico (TRIGUEROS; URSINI (2003); LÓPEZ, MORENO; SOUZA (2010)), analisar o uso da variável em livros didáticos e problemas de diferentes complexidades (BENITEZ (2004); BELTRAME; BLANCHINI (2010)), bem como para analisar o desempenho de alunos e professores com variáveis em diferentes níveis de ensino.

O modelo apresentado por Ursini (2019) apresenta o conceito de variável, como número genérico, incógnita e variável relacionada a uma função, tendo cada uso seu associado a uma lista de habilidades, como mostra o quadro abaixo.

Quadro 6 – Habilidades relacionadas ao tipo de uso das variáveis

<p><b>Trabalhar com variável como número genérico requer a capacidade de:</b></p>	<p>G1 - Reconhecer padrões; perceber regras e métodos em sequências numéricas e em famílias de problemas;</p> <p>G2 - Interpretar um símbolo como representando uma entidade geral e indeterminada que pode assumir qualquer valor;</p> <p>G3 - Deduzir regras gerais e métodos gerais distinguindo os aspectos invariáveis dos aspectos variáveis em sequências e famílias de problemas;</p> <p>G4 - Manipular (simplificar, desenvolver) expressões gerais;</p> <p>G5 - Simbolizar declarações, regras ou métodos gerais.</p>
<p><b>Trabalhar com variável como incógnita requer a capacidade de:</b></p>	<p>U1 - Reconhecer e identificar em uma situação de problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as restrições do problema;</p> <p>U2 - Interpretar os símbolos que aparecem em uma equação como representando valores específicos que podem ser determinados considerando as restrições fornecidas;</p> <p>U3 - Substituir na variável o valor ou valores que tornam a equação verdadeira;</p> <p>U4 - Determinar a quantidade desconhecida que aparece em equações ou problemas, realizando as operações algébricas e/ou aritméticas necessárias;</p>

	U5 - Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em uma situação específica e usá-las para formular equações.
<b>Trabalhar com variável relacionada a uma função requer a capacidade de:</b>	<p>F1 - Reconhecer a correspondência entre variáveis relacionadas independentemente da representação utilizada (tabelas, gráficos, problemas verbais ou expressões analíticas);</p> <p>F2 - Determinar os valores da variável dependente dado o valor da variável independente;</p> <p>F3 - Determinar os valores da variável independente dado o valor da variável dependente;</p> <p>F4 - Reconhecer a variação conjunta das variáveis envolvidas em uma relação independentemente da representação utilizada (tabelas, gráficos, expressões analíticas);</p> <p>F5 - Determinar a faixa de variação de uma variável dado o domínio da outra;</p> <p>F6 - Simbolizar uma relação funcional com base na análise dos dados de um problema.</p>

Fonte: Ursini, 2019, p. 122, tradução nossa.

Ursini (2019, tradução nossa) afirma que diferentes abordagens influenciam em habilidades manipulativas e na forma como a variável é associada ao tema trabalhado, como por exemplo, cálculos numéricos e abordagens aritméticas. No estudo apresentado pela autora, a maioria dos estudantes apresentaram dificuldades em descontextualizar seu conhecimento, generalizar e representar afirmações generalizadas utilizando equações simples.

Esses resultados apontam para a necessidade de ajudar os alunos a desenvolverem habilidades metacognitivas e tomada de decisões independentes, a capacidade de generalizar e lidar com abstração. Uma boa compreensão da álgebra, em particular da variável, é necessária para a aprendizagem da matemática e sua aplicação em diferentes campos, como exigido pelo mundo globalizado atual e enfatizado. (Ursini, 2019, p. 139, tradução nossa.)

A autora enfatiza a necessidade de novas abordagens para o ensino da álgebra elementar de modo que o estudante se veja mais participante e informado sobre o mundo contemporâneo. A formação de um(a) futuro(a) cidadão(ã) requer o desenvolvimento, desde cedo, da sua capacidade de “analisar, generalizar, pensar abstratamente e se acostumar a refletir e não apenas a seguir instruções”. (Ursini, 2019, p. 139, tradução nossa.)

## 2.4. Revisão Bibliográfica

Para analisar aspectos descritivos de pesquisas que desenvolvem ou investigam trajetórias hipotéticas de aprendizagem (THA), optou-se por realizar um estudo com o intuito de identificar e descrever características de pesquisas realizadas em programas de mestrado e doutorado e publicadas em um banco de dados específico.

Em síntese, entendemos o mapeamento da pesquisa como um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo. Essas informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teórico-metodológicos e temáticos. (Fiorentini, 2001, p.18)

A decisão de mapear como as THA aparecem em pesquisas tem dois motivos centrais: o primeiro motivo está relacionado à pesquisa desenvolvida por Simon (2004) sobre trajetórias hipotéticas de aprendizagem, que apontou uma lacuna em estudos realizados pelo grupo de pesquisa que coordena. Ele afirmou que estudos sobre THA não focaram em compreender as potencialidades das tarefas que compõem a THA e, para ele, decidir qual tarefa aplicar é a decisão que mais afeta o aprendizado do estudante.

O segundo motivo está relacionado à revisão bibliográfica para o desenvolvimento desta pesquisa, que investiga o potencial formativo das tarefas matemáticas em uma THA dedicada a introduzir a noção de variáveis no estudo de polinômios de um grupo de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental da rede privada da cidade de São Paulo.

A revisão da literatura cumpre vários propósitos. Compartilha com o leitor os resultados de outros estudos que estão intimamente relacionados àquele que está sendo realizado. Relaciona um estudo ao diálogo maior e contínuo na literatura, preenchendo lacunas e ampliando estudos anteriores. (Cooper, 1984; Marshall; Rossman, 2006; apud Creswell, 2021, n.p.).

Ressalta-se que o interesse em olhar para as pesquisas que tratam de THA está mais direcionado aos seus aspectos descritivos do que aos seus resultados, de modo que seja possível desenvolver uma pesquisa que contribua e dê continuidade a trabalhos já realizados na área de ensino de matemática.

Para a realização deste estudo, foram analisados 45 trabalhos encontrados no catálogo de dissertações e teses da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) por se tratar de um dos maiores acervos científicos do país, e sua escolha foi feita junto ao orientador da autora. A escolha de seleção de dissertações e teses foi feita para que a leitura do corpo do texto pudesse ser direcionada a pesquisas já finalizadas e defendidas, pois entende-se que, para este estudo, esta escolha é suficiente para mapear as características desejadas.

A consulta ao catálogo da CAPES foi feita utilizando os termos “trajetória hipotética de aprendizagem” e “matemática”, ligados pelo operador “AND” e sem adição de filtros de busca, foi realizada no dia 08 de outubro de 2023 e mostrou um total de 45 trabalhos. A partir da seleção dos 45 trabalhos, foram lidos os resumos, considerações finais, resultados e, quando necessário, metodologia. Com esta leitura, foram encontradas informações sobre nível de abrangência (Ensino Médio, Ensino Fundamental Anos Finais e Iniciais, Nível Superior), se o(a) pesquisador(a) era também professor(a) titular das turmas de estudantes envolvidas na pesquisa, objetivo da pesquisa, temas e objetos matemáticos, teoria de aprendizagem utilizada na análise dos dados e programa de pesquisa em que o trabalho foi apresentado.

Destes 45 trabalhos, um trabalho estava duplicado e 10 trabalhos que tinham como tema o desenvolvimento ou análise de uma THA, se tratavam de revisões de materiais didáticos, de livros ou de produções acadêmicas de um tema específico. Em um destes trabalhos, por exemplo, Oliveira (2010, p.104) afirma que, em dissertações sobre séries iniciais, “foram encontradas similaridades na metodologia e/ou procedimentos metodológicos, uma vez que as pesquisas têm caráter experimental com aplicação de pré-teste, pós-teste, sequência e intervenção ou não de ensino”. O quadro abaixo mostra os 34 trabalhos restantes.

Quadro 7 - Identificação dos trabalhos utilizados no mapeamento

Identificação	Título	Autor(a)	Orientador(a)
T1	Trajétoria hipotética de aprendizagem: análise combinatória	Mendonça, Luciane	Armando Traldi Jr
T2	Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre Funções Logarítmicas	Lima, Patrick Oliveira De	Célia Maria Carolino Pires
T3	Trajétórias Hipotéticas de Aprendizagem relacionadas às razões e às funções trigonométricas visando uma perspectiva construtivista	Barbosa, Americo Augusto	Armando Traldi Jr

T4	Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções trigonométricas numa perspectiva construtivista	Rosenbaum, Luciane Santos	Armando Traldi Jr
T5	Noções introdutórias a idéia de função: uma trajetória hipotética de aprendizagem	Vitolo, Jose Manoel	Armando Traldi Jr
T6	Trajetórias hipotéticas de aprendizagem sobre funções exponenciais	Angiolin, Alexandra Garrote	Célia Maria Carolino Pires
T7	Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem em Estatística no Ensino Médio	Tonnetti, Antonio Celso	Célia Maria Carolino Pires
T8	Uma trajetória hipotética de aprendizagem para a educação financeira	Angiolin, Alexandra Garrote	Célia Maria Carolino Pires
T9	Trajetória Hipotética de Aprendizagem sob um olhar realístico	Tonnetti, Antonio Celso	Célia Maria Carolino Pires
T10	Estudo das trajetórias hipotéticas da aprendizagem de Geometria Espacial para o Ensino Médio na perspectiva construtivista	Silva, Matheus Terleski	Pamela Emanuelli Alves Ferreira
T11	A trajetória hipotética da aprendizagem e a modelagem matemática: possibilidades e desafios.	Rossetto, Hallynnee Hellen Pires	Regina Luzia Corio de Buriasco
T12	Abordagem das noções iniciais de probabilidade em uma perspectiva construtivista	Luna, Maria De Fatima Aleixo De	Armando Traldi Jr
T13	Frações e suas operações: resolução de problemas em uma trajetória hipotética de aprendizagem	Matos, Guilherme Das Neves	Claudia Carreira da Rosa

T14	Ensinar e aprender transformações isométricas no ensino médio	Junior, Rubens De Souza Cabral	Armando Traldi Jr
T15	Uma Trajetória hipotética de aprendizagem: leitura e interpretação de gráficos e tabelas e medidas de tendência central em uma perspectiva construtivista	Miranda, Maria Do Carmo Da Silva Rodrigues	Armando Traldi Jr
T16	Um estudo da reta no ensino médio utilizando trajetórias hipotéticas de aprendizagem	Pereira, Denilson Gonçalves	Célia Maria Carolino Pires
T17	Ensinar e Aprender Funções Polinomiais do 2º grau, no Ensino Médio: construindo trajetórias	Mesquita, Marcia Aparecida Nunes	Célia Maria Carolino Pires
T18	Generalizando as áreas de polígonos regulares: uma proposta à luz da trajetória hipotética de aprendizagem	Albino, Thiago Henrique De Oliveira	Pamela Emanuelli Alves Ferreira
T19	Conhecimentos mobilizados por uma professora de Matemática de estudantes surdos: análise de uma prática em uma escola bilíngue	Teofilo, Flavia Roberta Porto	Armando Traldi Jr
T20	Uma trajetória hipotética de aprendizagem para o ensino de função quadrática na perspectiva da resolução de problemas	Quilles, Anderson Leandro Goncalves	Magna Natalia Marin Pires
T21	Uma Trajetória hipotética de aprendizagem para o ensino de logaritmos na perspectiva da resolução de problemas	Oliveira, Julio Cezar Rodrigues De	Pamela Emanuelli Alves Ferreira
T22	Equações Diofantinas Lineares no Ensino Médio por meio de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem	Perri, Paulo Vitor De Souza	Maria Gabriela Cotrim de Moraes
T23	Uma abordagem para o ensino de geometria por meio de origamis e da trajetória hipotética de aprendizagem	Caciolato, Brunna Leonardi	Neuza Teramon

T24	Conhecimentos e dificuldades dos estudantes do Ensino Médio relacionados ao conjunto dos números reais	Bartolomeu, Vivaldo De Souza	Armando Traldi Jr
T25	Análise combinatória: uma proposta de ensino	Kanno, Tallys Yuri De Almeida	Pamela Emanuelli Alves Ferreira
T26	Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem	Morioka, Julia Macedo de Oliveira	Rogério Marques Ribeiro
T27	Tarefas de análise da produção escrita para o ensino de função afim	Ferreira, Gustavo Jose Wurmeister	Jader Otavio Dalto
T28	THA: Análise de uma proposta de ensino de funções polinomiais de 1° e 2° graus a partir de experimentos de Física no ensino fundamental	Cavalcanti, Winderson Braga	Rebeca Vilas Boas Cardoso de Oliveira
T29	Formação continuada de professores de matemática e o desenvolvimento da competência de observar com sentido	Damasco, Fabiana Caldeira	Claudia Lisete Oliveira Groenwald
T30	Trajétórias Hipotéticas de Aprendizagem e sua Interlocução com os Conhecimentos Didático-Matemáticos para o Ensino da Matemática: desafios e possibilidades vivenciadas por uma professora pesquisadora	Moreira, Glaucia Marins	Rogério Marques Ribeiro
T31	O desenvolvimento de um framework de trajetórias de ensino e aprendizagem de matemática	Rossetto, Hallynnee Hellenn Pires	Regina Luzia Corio de Buriasco
T32	Formação inicial de professores e a integração da prática como componente curricular na disciplina de matemática elementar	Figueiredo, Sonner Arfux De	Nielce Meneguelo Lobo da Costa

T33	Currículos de Matemática no Ensino Médio: Significados que professores atribuem a uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem desenvolvida à luz da Educação Matemática Crítica	Oliveira, Julio Cesar G De	Marcio Antonio Silva
T34	A evolução das explicações matemáticas de alunos em ambiente de geometria dinâmica: um estudo de caso no 8º ano do Ensino Fundamental	Neto, Antonio Moreira Da Silva	Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Fonte: Autora

Dentre os 34 trabalhos apresentados no quadro acima, o trabalho T31 apresenta um caráter teórico pois não há aplicação na sala de aula e seu desenvolvimento se dá por meio de revisão de referenciais teóricos, sendo, um deles, a THA de Simon. Nesta pesquisa, Rossetto (2021) apresenta um *framework*, cujos elementos se baseiam nos princípios da Educação Matemática Realística (RME) e que visa auxiliar o trabalho de professores(as) na sala de aula.

Dos 33 trabalhos restantes para análise, 20 deles (T:1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 21, 22, 24, 25 e 27) foram desenvolvidos para o Ensino Médio (EM) e trabalham temas de funções, geometria, trigonometria, análise combinatória, probabilidade e estatística, formando a maioria (aproximadamente 61%) destes trabalhos. Os outros 39% dos trabalhos estão divididos em Ensino Fundamental Anos finais (T:13, 28 e 34) com, aproximadamente, 9% dos trabalhos cujos temas foram frações, função polinomial e geometria dinâmica; Anos Iniciais (T26) com tema de operações e compoendo, aproximadamente, 3% dos trabalhos; e trabalhos com enfoque na formação do(a) professor(a) (T:9, 11, 19, 20, 23, 29, 30, 32 e 33) que, para professores de diferentes níveis, compõem, aproximadamente, 27% destes trabalhos e abordam temas matemáticos como operações, modelagem, funções, equações, matemática financeira, geometria, trigonometria e estatística e temas relacionado ao conhecimento mobilizado pelo(a) professor(a).

Após a leitura destes 33 trabalhos, foi possível dividi-los em dois grupos: o grupo G1 com 27 trabalhos (T:1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 29, 30 e 32) cujos objetivos de pesquisa estão relacionados a uma análise do desenvolvimento da elaboração de uma THA e que compõem aproximadamente 82% deste total. O grupo G2 com 6 trabalhos (T:21, 26, 27, 28, 33 e 34) cujos objetivos podem ser relacionados com uma análise do desenvolvimento de conceitos dos estudantes envolvidos nas pesquisas, este grupo compõe os 18% restantes.

Os trabalhos do grupo G1 apresentaram objetivos como, por exemplo, analisar o planejamento de aula e a participação do professor (Lima, 2009), investigar e analisar desafios e possibilidades de uma professora pesquisadora durante a elaboração e desenvolvimento de uma THA (Moreira, 2022) e como professores, ao participarem de um grupo colaborativo, aperfeiçoam seu planejamento didático (Damasco, 2022).

Essa investigação possibilitou a identificação de diferentes desafios vivenciados pela professora pesquisadora em sua prática docente na elaboração e no desenvolvimento da THA, mas também possibilitou identificar as contribuições que essa ação trouxe para a prática docente dela. (Moreira, 2022, p.8)

Moreira propõe uma reflexão sobre o desenvolvimento da elaboração de uma THA sob a perspectiva de uma professora pesquisadora que, por ser autora e titular tanto da pesquisa quanto da sala de aula, se viu envolvida intelectualmente durante todo o processo. Lima (2009, p. 190) apresenta uma outra reflexão, sob a perspectiva de um trabalho de colaboração entre pesquisador e professores, ele afirma que “é preciso ressaltar a dificuldade em passar aos professores o que pretendíamos com a THA, mesmo depois das reuniões, pois cada professora carrega em si suas concepções sobre como ensinar Matemática”.

Com outro enfoque, os trabalhos do grupo G2 apresentaram objetivos como, por exemplo, revelar possíveis contribuições de uma THA para o ensino de logaritmos (Oliveira, 2015), investigar e analisar estratégia de resolução de situações-problema a partir de uma THA (Morioka, 2022) e analisar uma proposta de ensino e possíveis caminhos das aprendizagens (Cavalcanti, 2021).

Reconhecemos que houve uma alteração no conhecimento do professor decorrente da realização, análise do Ciclo de Ensino de Matemática e avaliação da THA, percebendo também uma confluência entre as hipóteses levantadas sobre a aprendizagem dos estudantes (TAS) e os indícios da importância dos conhecimentos prévios, da interação social e do entendimento de práticas construtivistas por parte do professor, que possibilitaram garantir a alguns alunos dos grupos analisados uma aprendizagem significativa dos temas propostos. (Cavalcanti, 2021, p. 229)

Cavalcanti faz uma consideração sob a perspectiva de um trabalho feito em colaboração entre pesquisador e professor utilizando a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel. Morioka (2002) propõe uma reflexão a partir de sua experiência como professora pesquisadora de sua própria prática utilizando a Teoria dos Campos Conceituais.

Considerando as preciosas contribuições de Vergnaud (1996), as quais nortearam este estudo, destaco sua afirmação de que tanto os processos cognitivos quanto às respostas dos alunos são realizados em função das situações com as quais eles se deparam, e estas são responsáveis pelo sentido que é atribuído ao conceito pelos alunos, e, por esta razão, um conceito torna-se significativo para eles a partir de uma diversidade de situações. (2002, p.98)

Em relação a presença de professor(a)-pesquisador(a) nos trabalhos, notou-se que 25 (aproximadamente 73,5%) destes trabalhos foram feitos por pesquisador(a) em colaboração com professores(as) de escolas que receberam a pesquisa e 9 (aproximadamente 26,5%) destes trabalhos são feitos por pesquisadores que são professores titulares das turmas de estudantes envolvidas na pesquisa. Destes 9 trabalhos em que há a presença de um(a) professor(a) pesquisador(a), 5 trabalhos (T:8, 11, 18, 19 e 30) estão no grupo G1 e 4 trabalhos (T:26, 27, 28 e 34) no grupo G2.

### 3. METODOLOGIA

---

#### 3.1. Caracterização da pesquisa

Com o objetivo de investigar o potencial formativo das tarefas matemáticas em uma THA dedicada a introduzir a noção de variáveis no estudo de polinômios de um grupo de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental e responder as questões: a) Quais desafios conceituais são promovidos pelas tarefas matemáticas que introduzem a noção de variável no contexto de polinômio com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental? b) Como as características das tarefas matemáticas podem influenciar o processo de ensino e aprendizagem da noção de variável? c) Quais são os indicadores observáveis, revelados pelas tarefas matemáticas em uma THA, sobre a compreensão de estudantes do 8º ano sobre variáveis e polinômios?, optou-se por realizar uma pesquisa em um ambiente conhecido aos participantes envolvidos, com a expectativa de obter os dados da forma mais orgânica possível, tanto para a professora pesquisadora quanto para os estudantes envolvidos neste estudo.

Trata-se de uma pesquisa que “envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes” (Bogdan; Biklen apud Ludke; André, 1986, p. 13).

Entende-se que um estudo que considere tais característica também permitirá compreender os processos aos quais os participantes foram submetidos, respeitando a complexidade do grupo e podendo modificar estratégias e hipóteses ao longo do percurso com a finalidade de fazer observações e considerações significativas para o contexto escolar em que foi aplicado.

Nesta pesquisa, a professora pesquisadora assume a função de desenvolver um estudo sobre o seu trabalho e realizar uma investigação sobre o potencial formativo de tarefas matemáticas em uma THA com tema escolhido a partir de sua experiência, usufruindo de um espaço construído com estudantes que a conhecem desde janeiro de 2023.

O desenvolvimento deste estudo, desde sua aplicação até análise dos dados coletados, tem a participação e interação da professora pesquisadora com os(as) estudantes, o que permite caracterizá-lo como uma pesquisa-ação dado que

a pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo. (Thiollent, 2022, n.p.)

Para Thiollent, a participação das pessoas envolvidas é absolutamente necessária para ocorrer uma pesquisa-ação e, para que ela ocorra, deve haver uma ação por parte destas pessoas. O papel do(a) pesquisador(a) não deve substituir a atividade e iniciativa dos participantes, são “pesquisas nas quais as pessoas implicadas tenham algo a ‘dizer’ e ‘fazer’. Não se trata de simples levantamento de dados ou de relatórios. Com a pesquisa-ação os pesquisadores pretendem desempenhar um papel ativo na própria realidade dos fatos observados”. (2022, n.p.)

Frequentemente, o conhecimento, gerado por meio da pesquisa educacional acadêmica, é apresentado de uma forma que não leva os professores a nela se engajarem intelectualmente. A pesquisa educacional tem sido, estranhamente, muito anti-educativa. Seus resultados são simplesmente apresentados como certos e definitivos, ou usados como justificativas para impor algum programa prescritivo a ser seguido pelos professores, por exemplo, apesar das avançadas idéias e visões defendidas pelas políticas e pelos acadêmicos para as escolas e professores, nesta era de reestruturação escolar ignora-se muito o que os professores conhecem e podem fazer. (Zeichner, 1998, p.5)

A perspectiva apresentada por Zeichner permite retirar a professora do lugar de objeto de estudo e reconhecer seu papel ativo no desenvolvimento de uma pesquisa sobre o trabalho feito em sala de aula de modo a validar o conhecimento produzido por ela.

Há diversas motivações para um(a) professor(a) investigar sobre a própria prática, questionamentos cotidianos sobre desafios de ensino aprendizagem, condições de trabalho ou a necessidade de compreender o que acontece na sala de aula podem ser tornar, por exemplo, um objeto de pesquisa. Este tipo de pesquisa não objetiva transformar os(a) professores(as) em pesquisadores(as), mas reforça a ideia de que este(a) é um produtor de conhecimento capaz de usar a pesquisa como uma das formas de lidar com problemas presentes no cotidiano escolar antes de esperar soluções externas a sua realidade (Ponte, 2004).

Em síntese, para além das características de uma pesquisa formal, a pesquisa sobre a própria prática não pode se distanciar do que é mais caro para este processo: a reflexão sobre si mesma e o seu sentido autocrítico, isto inserido em um contexto acadêmico e em diálogo com sujeitos interessados em promover uma educação de qualidade para todos (Ponte, 2004). Nesta pesquisa-ação, pode-se considerar que o problema coletivo é a investigação sobre o desenvolvimento da noção de variáveis utilizando tarefas matemáticas em uma THA, é coletivo pois trata-se de uma preocupação da professora com os estudantes envolvidos, em um contexto maior que é o ensino e aprendizagem de variável do 8º ano da escola que recebeu esta pesquisa. Pode-se afirmar que as características da THA permitiram que os participantes desta pesquisa se envolveram de forma participativa, uma vez que, durante toda a sua elaboração e desenvolvimento, a professora tomou decisões baseando-se na sua experiência e na dos estudantes participantes.

### 3.2. Instrumentos para produção de dados

Os dados desta pesquisa foram produzidos a partir do desenvolvimento da trajetória hipotética de aprendizagem elaborada pela professora pesquisadora e seu orientador e que foi desenvolvida ao longo de sete encontros com os estudantes entre os dias 7 e 26 de junho de 2023, durante as aulas regulares de Matemática.

Com o objetivo de realizar um registro em que fosse possível obter os dados a partir de diferentes procedimentos, esta pesquisa baseou-se no que Araújo e Borba (2004) chamam de triangulação em uma pesquisa qualitativa.

Quando checamos, por exemplo, as informações obtidas em uma entrevista com as atas de uma reunião sobre um mesmo assunto, estamos fazendo uma triangulação de fontes. Por outro lado, se observamos o trabalho de um grupo de alunos e depois entrevistarmos seus componentes sobre o trabalho desenvolvido, realizaremos uma triangulação de métodos. (2004, p.35)

Os autores entendem que a triangulação de fontes e métodos é uma maneira de dar maior credibilidade a pesquisa dado que o(a) pesquisador(a) poderá obter conclusões a partir de observações e utilizar outras fontes e entrevistas para confirmar e compreender melhor algum detalhe do dado produzido.

Gil (2002, p.146) afirma que na pesquisa-ação adota-se, preferencialmente, procedimentos de produção de dados que sejam flexíveis “porque ao longo do processo de pesquisa os objetos são constantemente redefinidos” e destaca que as entrevistas aplicadas coletiva ou individualmente são as técnicas usualmente utilizadas neste tipo de pesquisa.

De modo a contemplar a triangulação de métodos e fontes e utilizar procedimentos flexíveis para registro dos dados produzidos, optou-se por instrumentos de produção de dados do tipo: caderno de anotações, protocolo dos estudantes, gravações de áudio via celular e via relógio.

### **3.2.1. Caderno de anotações**

O caderno de anotações foi utilizado durante todos os encontros com o orientador e durante as aulas em que a THA foi desenvolvida. Entende-se que o uso constante deste caderno possibilitou o hábito de registrar observações, orientações, questionamentos e reflexões sobre os momentos em que a pesquisa foi desenvolvida. Este tipo de caderno cumpriu a função de um diário de bordo dado que todos os encontros com o orientador e com os estudantes estão datados e descritos, em tópicos ou mapa mental, os dados que se destacaram em algum momento deste estudo.

Para cada encontro com os estudantes, há o registro da data, da turma (8º A, B ou C), o nome dos estudantes ausentes ou que não concluíram a tarefa proposta, questionamentos que não estavam previstos pela professora pesquisadora, tópicos que não foram contemplados pelas tarefas, mas que surgiram como demanda dos estudantes, ou apontamentos que serviram de suporte para os dados registrados por outros instrumentos.

Para otimizar o tempo de análise das gravações, a professora pesquisadora utilizou o caderno para anotar os momentos das aulas em que haveria uma gravação relevante ou foto de alguma produção. Além disso, o caderno também foi utilizado para registrar declarações de estudantes que foram feitas fora do momento de gravação da aula que costumava acontecer assim que a professora chegava na sala de aula ou após a professora de despedir dos estudantes.

Apesar de terem sido reservados momentos de escrita no caderno de anotações antes, durante e depois das aulas, entende-se que este tipo de registro é necessário, mas não suficiente, pois o fato da professora ser também a pesquisadora impossibilita que seja priorizado os momentos de registro aos atendimentos dos estudantes. Além disso, em uma dinâmica em que é considerado tempos diferentes de realização das tarefas e, ao mesmo tempo, com prazo para finalizá-las, em um ambiente que valoriza a heterogeneidade dos estudantes, com uma média de 24 estudantes por sala, foi desafiador conduzir as tarefas e encontrar momentos para este tipo de registro.

Os dados do caderno de anotações possibilitaram a identificação e a descrição de diferentes momentos de interação entre estudante e professora e professora e orientador, além de cumprir o papel de registrar as tomadas de decisões sobre tempo de aplicação, reorganização e mudanças nas tarefas, característica fundamental de uma THA.

### 3.2.2. Gravações de áudio

O uso da gravação de áudio foi feito utilizando dois dispositivos eletrônicos diferentes para captar áudio de diálogos que ocorreram entre estudantes, estudante e professora e professora com toda a turma.

Para gravar a dinâmica de aula e conversas ou apresentação das tarefas, a professora deixou o gravador do celular ligado em uma mesa posicionada de forma centralizada a frente dos estudantes. Para garantir que fossem registradas as contribuições orais, a professora sintetizou oralmente as falas ao final de cada conversa.

Este tipo de gravação possibilitou compreender como ocorreu a dinâmica da aula em momentos em que a conversa se deu de maneira mais coletiva, antes ou depois de momentos de trabalhos individuais dos estudantes. Nos momentos em que os estudantes se concentravam na realização individual das tarefas, e que havia pouco diálogo coletivo, a professora desligava o gravador do celular.

Como a gravação no celular também registrou interação com estudantes que não autorizaram o uso de suas falas na pesquisa, a professora utilizou o caderno de anotações para registrar os nomes dos estudantes que tiveram suas falas gravadas, mas que não poderiam ser divulgadas ou utilizadas como dado para este estudo.

Para gravar diálogos entre estudantes ou entre professora e estudante, a professora utilizou o gravador do seu relógio do tipo *smart*. Este gravador foi programado para ativar e desativar com apenas um toque na tela, o que possibilitou fazê-lo de forma discreta e quase imperceptível, pois nenhum estudante comentou sobre a gravação no relógio.

A professora ativou o relógio em momentos em que teve sua presença solicitada para tirar dúvidas ou para ver algo que o estudante desejou mostrar, quando observou que havia um diálogo relevante entre os próprios estudantes ou quando o gravador do celular estava desligado e ela precisava ativar um gravador para captar áudio de algum momento da aula.

Neste tipo de gravação foi mais fácil de controlar o que foi registrado, dado que a professora só ligava quando algum estudante autorizado a participar estava falando. A professora também auxiliou e observou estudantes não autorizados, porém os dados produzidos nestes momentos foram registrados em anotações pessoais da professora.

A professora pesquisadora, em colaboração com seu orientador, optou por transcrever diálogos relevantes para a pesquisa e, portanto, não há uma descrição completa dos encontros. A seleção destes diálogos possibilitou maior objetividade na análise e evitou reflexões e dados repetitivos, permitindo aprofundar-se em momentos específicos de interação.

Sobre a potencialidade deste instrumento para realizar registros, considera-se que é de fácil acesso e manuseio, dado que são dispositivos fáceis de carregar e rápidos de ligar. Acredita-se que o fato de os estudantes estarem acostumados com a presença destes dispositivos fez com que o uso destes fosse feito de forma discreta e, talvez, imperceptível, pois nenhum estudante questionou o seu uso. O uso diário de *smartphones* e relógios do tipo *smart*, junto ao fato da professora pesquisadora ser a professora titular das turmas, mostrou serem fatores relevantes para que os estudantes se mostrassem disponíveis e à vontade durante o desenvolvimento da THA e participação nas tarefas.

### 3.2.3. Protocolo dos estudantes

O uso de protocolos produzidos pelos estudantes durante a realização das tarefas da THA desenvolvida, permitiu que a professora acessasse as resoluções, reflexões e estratégias a partir de diferentes representações, pois os protocolos foram recolhidos utilizando formulário digital, criações no *Scratch* e questionários impressos.

Os programas desenvolvidos no *Scratch* permitiram compreender a escolha dos estudantes para resolver cada proposta de programação, suas estratégias pessoais, a organização dos blocos, as escolhas e o uso das variáveis, o algoritmo utilizado, os equívocos e erros de programação e a forma como cada estudante personalizou o seu programa.

Os protocolos digitais e o questionário impresso permitiram registrar a compreensão e as reflexões dos estudantes acerca dos programas desenvolvidos e sua participação nas tarefas, ambos instrumentos garantiram um lugar em que os estudantes pudessem se expressar de forma individual, utilizando outras representações que não a da linguagem de programação por blocos, além de um lugar de fala para aqueles que não conseguiram se expressar oralmente, seja por vergonha ou insegurança.

Ao final de cada aula, a professora pediu para que os estudantes compartilhassem os links de acesso aos programas do *Scratch* e, também, registrou por foto no celular algumas produções e registros que eles fizeram para auxiliar a execução da tarefa de programação. As fotos foram utilizadas para a professora lembrar qual programa deveria ser priorizado durante a análise. Além disso, quando havia alguma dúvida sobre a execução da tarefa, a professora gravava o diálogo ou registrava no caderno de anotações.

A análise e escolha dos protocolos foram realizadas junto ao orientador e, para esta pesquisa, foram selecionados protocolos considerados relevantes para análise, evitando repetições e priorizando um olhar mais complexo para cada produção. Lidar com este tipo de instrumento foi menos desafiador, tanto para os estudantes quanto para a professora pesquisadora, uma vez que é o formato de produção de dados mais comumente utilizado no cotidiano escolar o que torna sua análise algo comum para a professora pesquisadora.

### 3.4. Categorias de análise

Esta pesquisa tem como objetivo investigar o potencial formativo das tarefas matemáticas em uma THA dedicada a introduzir a noção de variáveis no estudo de polinômios de um grupo de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental e, por se tratar de uma pesquisa qualitativa, pretende analisar algo a partir de uma problemática vivenciada no contexto escolar, tendo como princípio “responder à pergunta problema e as preocupações de elaborar novos conhecimentos que possibilitem compreender/transformar a real condição do que está sendo estudado” (Sousa; Santos, 2020, p.1398).

Bogdan e Biklen (1994) listam características da pesquisa qualitativa em que os dados produzidos são descritivos, com maior foco no processo de desenvolvimento, e os instrumentos de produção destes dados são diversos.

1. Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal (...); 2. A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números. Os resultados escritos da investigação contêm citações feitas com base nos dados para ilustrar e substanciar a apresentação. Os dados incluem transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos, documentos pessoais, memorandos e outros registos oficiais (...); 3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos (...); 4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva. Não recolhem dados ou provas com o objectivo de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente; ao invés disso, as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando (...); 5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. Os investigadores que fazem uso deste tipo de abordagem estão interessados no modo como diferentes pessoas dão sentido às suas vidas. (Bogdan, Biklen, 1994, pp.47-50)

É possível afirmar que esta pesquisa considera as características de Bogdan e Biklen, uma vez que o ambiente em que a pesquisa foi desenvolvida é a sala de aula onde a professora pesquisadora é professora titular, os dados produzidos descrevem o desenvolvimento da pesquisa cujo foco foi o desenvolvimento da THA e, durante todo o seu desenvolvimento, a pesquisadora considerou a participação ativa dos estudantes.

Para explicar os princípios metodológicos aos quais esta pesquisa foi submetida, é necessário apresentar a maneira pela qual os dados foram analisados e, para isto, considera-se a técnica de Análise de Conteúdo desenvolvida por Bardin (2016), que é organizada em três etapas: a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados, inferência e interpretação. Sousa e Santos (2020) apresentam uma descrição concisa da técnica desenvolvida por Bardin.

A descrição da utilização da técnica desenvolve-se por um processo constituído de três etapas a: 1) Pré-análise: realizamos a leitura do material e os organizamos; 2) Exploração do material: elencamos as categorias com os respectivos conceitos norteadores; 3) Tratamento dos resultados: debruçamo-nos nas inferências e interpretação dos resultados. (2020, p. 1414)

A etapa de pré-análise dos dados apresentados nesta pesquisa constituiu na seleção e organização dos trechos e protocolos selecionados para análise e exploração do material, conforme apresentado no capítulo 4 deste trabalho.

Para a etapa de exploração do material, foram identificadas categoriais iniciais (Quadro 8), estas foram associadas a uma questão da pesquisa e a um princípio que orienta a compreensão destas categoriais. Esta organização tem um primeiro objetivo de “fornecer, por condensação, uma representação simplificada dos dados brutos” (Bardin, 2016, n.p.). Entende-se que, desta forma, seja possível identificar elementos e tipos de dados que auxiliem na busca de respostas para as perguntas elaboradas.

Quadro 8 - Identificação das categoriais iniciais para análise de dados

Questão da pesquisa	Princípio orientador	Categoriais iniciais
Quais desafios conceituais são promovidos pelas tarefas matemáticas que introduzem a noção de variável no contexto de polinômio com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental?	A participação na atividade gerada pela tarefa envolve uma sequência de conceitos já existentes e disponíveis. O novo conceito a ser desenvolvido inclui uma ação de nível superior resultante da coordenação de ações de nível inferior.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Participação dos estudantes;</li> <li>▪ Perguntas dos estudantes;</li> <li>▪ Conceito disponível;</li> <li>▪ Hipóteses.</li> </ul>
Como as características das tarefas matemáticas podem influenciar o processo de ensino e aprendizagem da noção de variável?	Os tipos de tarefas elaboradas para o desenvolvimento da THA podem ser identificados a partir dos objetivos traçados pela professora e pelas ações dos estudantes durante o	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Tarefas;</li> <li>▪ Uso da variável;</li> <li>▪ Ações e objetivos;</li> <li>▪ Conhecimento</li> </ul>

	desenvolvimento das tarefas. O uso da variável pode ser associado às características da tarefa.	mobilizado pela professora.
Quais são os indicadores observáveis, revelados pelas tarefas matemáticas em uma THA, sobre a compreensão de estudantes do 8º ano sobre variáveis e polinômios?	À medida que os estudantes resolvem uma sequência de tarefas, a coordenação entre as ações que compõe sua atividade também é feita com um nível mais elevado que o anterior.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Trechos de exposições orais;</li> <li>▪ Protocolo dos estudantes.</li> </ul>

Fonte: Autora.

Após o levantamento de categorias iniciais, foram elaboradas as categorias utilizadas para a etapa da análise de conteúdo. Estas categorias trazem informações por meio de expressões fomentadas pela questão da pesquisa e pelo princípio orientador e que estão apresentadas no quadro abaixo.

Quadro 9- Categorias finais para análise de dados

Questão da pesquisa	Categorias
Quais desafios conceituais são promovidos pelas tarefas matemáticas que introduzem a noção de variável no contexto de polinômio com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental?	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. A participação dos estudantes por meio das dúvidas e perguntas durante o desenvolvimento das tarefas;</li> <li>2. A articulação dos conceitos disponíveis dos estudantes durante o desenvolvimento das tarefas;</li> <li>3. A corroboração ou refutação das hipóteses levantadas pela professora.</li> </ol>
Como as características das tarefas matemáticas podem influenciar o processo de ensino e aprendizagem da noção de variável?	<ol style="list-style-type: none"> <li>4. A representação das variáveis nas tarefas desenvolvidas;</li> <li>5. As ações e objetivos dos estudantes durante o desenvolvimento das tarefas;</li> <li>6. O conhecimento mobilizado pela professora para as tomadas de decisões ao longo do desenvolvimento da THA.</li> </ol>

Quais são os indicadores observáveis, revelados pelas tarefas matemáticas em uma THA, sobre a compreensão de estudantes do 8º ano sobre variáveis e polinômios?	<ol style="list-style-type: none"><li>7. As exposições orais dos estudantes durante o desenvolvimento das tarefas;</li><li>8. Os protocolos dos estudantes em cada tarefa realizada.</li></ol>
---	--

Fonte: Autora.

Para realizar a análise de conteúdo utilizando as categorias listadas acima, priorizou-se uma organização a partir de cada tarefa, pois entende-se que desta forma foi possível preservar o objetivo de investigar o potencial formativo das tarefas matemáticas em uma THA dedicada a introduzir a noção de variáveis no estudo de polinômios de um grupo de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental.

Convém, ainda, destacar que a aplicação da técnica Análise de Conteúdo em um estudo de cunho qualitativo não apresenta uma receita pronta com um bom emprego de métodos ou técnica em pesquisas, haja vista os níveis de alcance, profundidade e complexidade que exige. (Sousa; Santos, 2020, p.1414)

Sendo assim, buscou-se nos dados produzidos por cada tarefa, elementos das categorias que, sob o viés crítico de teorias de aprendizagem, possibilitaram reflexões e considerações que contribuíssem para a busca de respostas às questões desta pesquisa. Os resultados consistem na etapa 3 de análise, etapa de inferência e interpretação da análise de dados, e sua descrição pode ser encontrada no capítulo 5 deste trabalho.

### 3.5. Cenário da pesquisa

#### 3.5.1. A Escola e os(as) estudantes

A escola onde esta pesquisa foi desenvolvida está localizada no bairro Itaim Bibi, situado na Zona Oeste da cidade de São Paulo, e que faz parte da rede de escolas privadas da cidade. A escola é conhecida como Gracinha, nome proveniente de Escola Nossa Senhora das Graças, fundada em 1943, unidade que faz parte da Associação Pela Família, um grupo de caráter filantrópico e sem fins lucrativos.

Segundo o Mapa da Desigualdade (2022), publicado pela Rede Nossa São Paulo, o distrito do Itaim Bibi aparece 13 vezes entre os 10 melhores distritos em dados sobre população, habitação, mobilidade, infraestrutura digital, trabalho e renda, saúde, educação, cultura, esporte, direitos humanos, segurança pública e meio ambiente. Em educação, por exemplo, o distrito se destaca por apresentar baixo índice de abandono escolar no ensino fundamental da rede municipal e pelo baixo índice de esforço docente, que considera professores(as) do Ensino Fundamental de escolas públicas e a média entre: docentes que têm mais de 300 alunos e atuam nos três turnos, em duas ou três escolas e em duas etapas ou três etapas e docentes que têm mais de 400 alunos e atuam nos três turnos, em duas ou três escolas e em duas etapas ou três etapas.

Em 20 de janeiro de 2023, segundo dados divulgados pela escola, o Gracinha contava com 633 alunos matriculados, sendo 114 com bolsas de estudos e 90 com descontos comerciais, com previsão de aumento para 655 ao considerar rematriculadas pendentes.

No 8º ano do EF, há 74 estudantes matriculados, organizados em três turmas (A, B e C) cuja professora de matemática titular é a professora pesquisadora desta pesquisa. Esta pesquisa contou com a participação voluntária de 49 estudantes que acompanharam a aplicação das tarefas em suas respectivas turmas, no horário regular da aula de Matemática.

Todos os 74 estudantes participaram de todas as tarefas desenvolvidas para esta pesquisa no horário regular das aulas de Matemática, cuja professora titular é também a pesquisadora, porém os dados selecionados para análise desta pesquisa foram apenas os autorizados pelos estudantes voluntários.

Por se tratar de uma pesquisa pós pandemia do COVID-19, é importante caracterizar este grupo como um grupo de estudantes que cursaram o 5º ano do EF quase que integralmente de forma remota e o 6º ano do EF de forma híbrida e semipresencial.

Uma exposição prolongada e repetida a estímulos e devolutivas foi identificada como sendo um recurso educacional fundamental. Embora as evidências não sejam sempre conclusivas (CATTANEO et al., 2017), a maioria dos resultados sugere que estudantes com um passado migrante e estudantes socioeconomicamente menos favorecidos aprendem mais devagar. Desse modo, eles poderiam se beneficiar de um aumento no tempo de aprendizagem mais do que seus colegas (DAHMAN, 2015; GROMADA e SHEWBRIDGE, 2016; HUEBNER et al., 2017). Portanto, não ir à escola reduz as oportunidades de aprendizagem para todos, mas isso é particularmente verdade para crianças de baixa renda e menos habilitadas. (Bonal; González, 2021, p.39)

Apesar de não haver dados formais da escola sobre o impacto da pandemia no processo de ensino e aprendizagem de matemática destes estudantes, a sensação de perda na aprendizagem, no currículo, na dinâmica da sala de aula e nas condições de trabalho dos(as) professores(as) está presente nos debates de toda a equipe pedagógica da escola.

### 3.5.2. O Scratch

Algumas tarefas elaboradas para a trajetória hipotética de aprendizagem desta pesquisa utilizaram a linguagem de programação por blocos do *Scratch*, que é um ambiente de programação visual que, segundo Maloney et al. (2010), permite que seus usuários, principalmente na faixa etária entre 8 e 16 anos, aprendam a programar enquanto trabalham em projetos personalizados como histórias animadas e jogos.

A programação utilizando o *Scratch* é feita unindo blocos de comandos, diferenciados por cores, nome e formato, em um fundo branco e vazio chamado palco. Essa diversidade de formas de identificar cada bloco de programação permite que estudantes de diferentes idades memorizem os blocos por meio de diferentes estratégias.

A junção dos blocos para desenvolver a programação permite que o(a) estudante esteja em constante contato com sua organização e estratégia de programação e, desta forma, o(a) programador(a) pode se sentir motivado a revisar e aprimorar suas escolhas.

Uma característica chave do Scratch é que ele está sempre ao vivo (Maloney e Smith, 1995). Não há nenhuma etapa de compilação ou distinção de modo de edição/execução. Os usuários podem clicar em um comando ou fragmento de programa a qualquer momento para ver o que ele faz. Na verdade, eles podem até alterar parâmetros ou adicionar blocos a um script enquanto ele está em execução (...) o Scratch ajuda os usuários a permanecerem envolvidos em testes, depuração e melhoria de seus projetos. (Malone et al., 2010, p.4, tradução nossa)

As linguagens de programação rígidas e textuais podem ser difíceis de serem exploradas, principalmente por precisarem de palavras e comandos em inglês, diferente do *Scratch*, que conta com a possibilidade de traduzir os blocos de programação para dezenas de línguas, incluindo o português brasileiro. Além desta facilidade, o uso da variável neste ambiente também é um diferencial que torna a linguagem por blocos mais acessível para diferentes idades e experiências com a programação.

O Scratch transforma variáveis em objetos concretos que o usuário pode ver e manipular, tornando-os mais fáceis de entender por meio de ajustes e observação. No Scratch, uma variável pode aparecer no palco como um monitor variável. Os monitores permitem que os usuários vejam o efeito de comandos como "alterar x por 1", ajudando-os a construir uma imagem mental de como as variáveis funcionam. (Malone et al., 2010, p.6, tradução nossa)

A competência específica 6 de matemática para o Ensino Fundamental, proposta pela BNCC (2017), afirma a importância do estudante poder “enfrentar situações-problema em múltiplos contextos (...) utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados)” e, conhecendo as possibilidades de uso do *Scratch*, pode-se afirmar que ele aparenta ser uma ferramenta potencializadora para o ensino de variáveis, da linguagem algorítmica e, também, para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Para Simon et al. (2018, n.p., tradução nossa), os aplicativos, programas e softwares de computadores têm papel central no design da LTA pois “fornecem aos alunos objetos manipuláveis virtuais que são mais do que uma simples versão digital dos objetos manipuláveis físicos”, pois permitem uma escolha deliberada de ações, aprimorando a capacidade deles de refletirem sobre sua atividade (sequência de ações) e oferecendo espaço para decisões de design de ensino relacionadas às ações potenciais dos estudantes.

As tarefas desenvolvidas para esta pesquisa propõem o uso da linguagem de programação por blocos do *Scratch* para desenvolver o conceito de variáveis matemáticas e, para isto, estão divididas em etapas de programação de uma calculadora que deve ser capaz de operar com as quatro operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão, além do cálculo percentual de um valor real.

Para a programação de uma calculadora utilizando o *Scratch*, será necessário utilizar o bloco de programação “variáveis”, tanto para variáveis qualitativas quanto para variáveis numéricas. A habilidade 4 da unidade temática “Números” da BNCC (2017) afirma que um(a) estudante do 8º ano do Ensino Fundamental deve ser capaz de “resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais” e a habilidade 6 de “Álgebra” afirma que ele(a) também deve ser capaz de “resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações”. Dessa forma, entende-se que o desenvolvimento de uma calculadora pode contemplar, principalmente, estas duas habilidades específicas previstas, segundo a BNCC, no ensino de matemática do 8º ano do EF.

Considerando o *Scratch* como um recurso tecnológico digital de programação e sua linguagem uma forma de representação para objetos matemáticos, é possível afirmar que o desenvolvimento de uma calculadora também trabalhará a noção de algoritmo e fluxogramas que, segundo a BNCC (2017), estão associados ao pensamento computacional.

Um algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma. A linguagem algorítmica tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável. (BNCC, 2017, p.273)

Nesta pesquisa, a prioridade é desenvolver tarefas que sejam **cognitivamente desafiadoras**, ou seja, capazes de desenvolver procedimentos com conexões com os significados e procedimentos do nível fazer matemática, de acordo com Stein e Smith (1998, apud Cyrino; Jesus, 2014). As tarefas desenvolvidas utilizando o software *Scratch* têm potencial para contemplar estas duas categorias, já que as tarefas com conexão com os significados “incluem, normalmente, diferentes representações (diagramas visuais, materiais manipuláveis, tabelas e outros) que promovem o desenvolvimento de significados.” (Stein et al., 2009, apud Jesus; Cyrino; Oliveira, 2018, p.22) e as tarefas que estão no nível fazer matemática “não sugerem qualquer caminho, instruções ou exemplificações, sendo assim demandam um pensamento mais complexo à medida que exigem a compreensão e a exploração da natureza dos conceitos matemáticos, dos processos ou de relações” (Stein; Smith, 1998, apud Jesus; Cyrino; Oliveira, 2018, p.23).

#### 4. A TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM PARA O CONCEITO DE VARIÁVEL

*A disposição do professor a escutar os seus alunos de forma a lhe dar voz e agência é o elemento fundamental ao caracterizar o professor pesquisador. D'Ambrosio, 2002*

Encontra-se neste capítulo a descrição da trajetória hipotética dedicada a introduzir a noção de variáveis no estudo de polinômios de um grupo de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. Sua organização se dá por cinco seções onde, nas quatro primeiras, é possível encontrar o plano da professora para a tarefa, a descrição de como se deu o seu desenvolvimento e os dados produzidos pelo grupo de estudantes, seguido da análise destes dados utilizando as categorias de análise (Quadro 10) apresentadas previamente, e, na última seção, está apresentada uma síntese das análises por meio da discussão de resultados desta pesquisa.

Quadro 10 - Síntese das categorias de análise

<b>Categoria 1</b>	A participação dos estudantes por meio das dúvidas e perguntas durante o desenvolvimento das tarefas.
<b>Categoria 2</b>	A articulação dos conceitos disponíveis dos estudantes durante o desenvolvimento das tarefas.
<b>Categoria 3</b>	A corroboração ou refutação das hipóteses levantadas pela professora.
<b>Categoria 4</b>	A representação das variáveis nas tarefas desenvolvidas.
<b>Categoria 5</b>	As ações e objetivos dos estudantes durante o desenvolvimento das tarefas.
<b>Categoria 6</b>	O conhecimento mobilizado pela professora para as tomadas de decisões ao longo do desenvolvimento da THA.
<b>Categoria 7</b>	As exposições orais dos estudantes durante o desenvolvimento das tarefas.
<b>Categoria 8</b>	Os protocolos dos estudantes em cada tarefa realizada.

Fonte: Autora.

O **objetivo de aprendizagem da professora** é introduzir a noção de variáveis no estudo de polinômios, por meio da construção de uma calculadora no *Scratch*, utilizando tarefas que:

Não são rotineiras;

Necessitam de tradução entre conceitos matemáticos e as suas representações;

Necessitam de formulação e interpretação de um modelo matemático;

Necessitam de uma análise e crítica a uma estratégia de resolução;

Exigem que os alunos explorem e compreendam a natureza dos conceitos matemáticos, procedimentos ou relações;

Exigem alta monitoração ou alta regulamentação de seu próprio processo cognitivo;

Exigem um considerável esforço cognitivo e podem envolver alguns níveis de ansiedade para o aluno por não ter uma lista antecipada de processos exigidos para a solução;

Exigem um pensamento complexo e não algorítmico, em que não é sugerido explicitamente um caminho previsível, instruções para sua execução, ou um exemplo a ser seguido.

O **plano da professora para tarefas de aprendizagem** consiste no desenvolvimento de quatro tarefas para: explorar o bloco de programação de variáveis no *Scratch*; construir uma calculadora com as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão); desenvolver e programar a operação de porcentagem e analisar criticamente uma calculadora.

As **hipóteses da professora sobre o processo de aprendizagem** são:

- i) Não estabelecer previamente um formato único de calculadora pode garantir que o caráter desafiador das tarefas, maior autoria e implicação dos estudantes na resolução das tarefas;
- ii) A liberdade em personalizar e construir suas próprias estratégias pode permitir que a autoconfiança dos estudantes seja estimulada;
- iii) Os questionários podem colaborar para a organização de reflexões e análises críticas sobre os programas desenvolvidos no *Scratch*;
- iv) A experiência de testar o programa com diferentes valores que podem ser inseridos e substituídos, em cada compilação do programa, pode ser fundamental para compreender o comportamento de uma variável na lógica de programação e pode garantir espaço para o surgimento de dúvidas sobre este conceito;
- v) O incentivo para que os estudantes testem e elaborem hipóteses sobre o que estão observando pode colaborar com a promoção de uma discussão acerca das experiências vividas;
- vi) O incentivo para que o estudante teste, reorganize, reflita e avalie a estrutura do seu algoritmo no programa desenvolvido pode ser a oportunidade de ver como o seu “pensar” está organizado e, para a professora, pode ser a oportunidade de fazer diagnósticos sobre o conhecimento do estudante e sobre sua compreensão do que está sendo exigido pela tarefa;

- vii) A produção e as informações recolhidas ao final de cada tarefa poderão colaborar para a análise do desenvolvimento da tarefa e para possíveis mudanças ou intervenções que podem ser necessárias para a realização das tarefas seguintes.

#### **4.1. Tarefa 1: Explorando o bloco de variáveis**

Para a realização desta tarefa, os estudantes já terão realizado o cadastro no site do *Scratch*, já terão sido apresentados aos blocos e à estrutura de programação e explorado, observado e manipulado o ambiente de programação de forma livre e sem explicações ou intervenções da professora. Acredita-se que os estudantes possam se beneficiar deste tipo de ação, uma vez que “não estão conscientes das ferramentas processuais para resolver problemas” que serão propostos (Bradstrom, 2005, apud Jesus; Cyrino; Oliveira, 2018, p.23).

O **objetivo de aprendizagem da professora para a Tarefa 1** é promover discussões e levantamento de hipóteses sobre as diferentes funções da variável no *Scratch*, por meio do desenvolvimento de um programa que utiliza blocos de programação que: imprime, recebe e armazena um dado inserido pelo usuário.

As **hipóteses da professora sobre o processo de aprendizagem da Tarefa 1** são:

- i) A contextualização desta atividade pode permitir que o estudante se sinta estimulado por estar sendo desafiado a reproduzir algo que é comum em um ambiente de trabalho diferente daquele que é tradicional na escola;
- ii) É possível que o estudante tenha dificuldade em relacionar o bloco “diga” ao conjunto de código “aparência”; o bloco “pergunte” ao conjunto de códigos “sensores”; e em diferenciar o uso dos códigos “dizer” e “perguntar”, e o incentivo a realizar testes e observar as diferenças entre o uso destes blocos pode garantir que o estudante explore a organização do seu próprio raciocínio e desenvolva a capacidade de avaliar e corrigir o seu processo;
- iii) Ler e interpretar a tarefa para o estudante pode eliminar os aspectos desafiadores da tarefa, modificando seu nível de demanda cognitiva original;
- iv) É possível que o estudante se depare com a dificuldade em diferenciar os blocos “mude” e “adicione” do conjunto de código “variáveis”, mas permitir que ele elabore hipóteses e crie argumentos sobre cada tipo de código pode ser fundamental para que a associação do termo variável ao verbo mudar seja realizada a partir da experiência desta parte da tarefa.

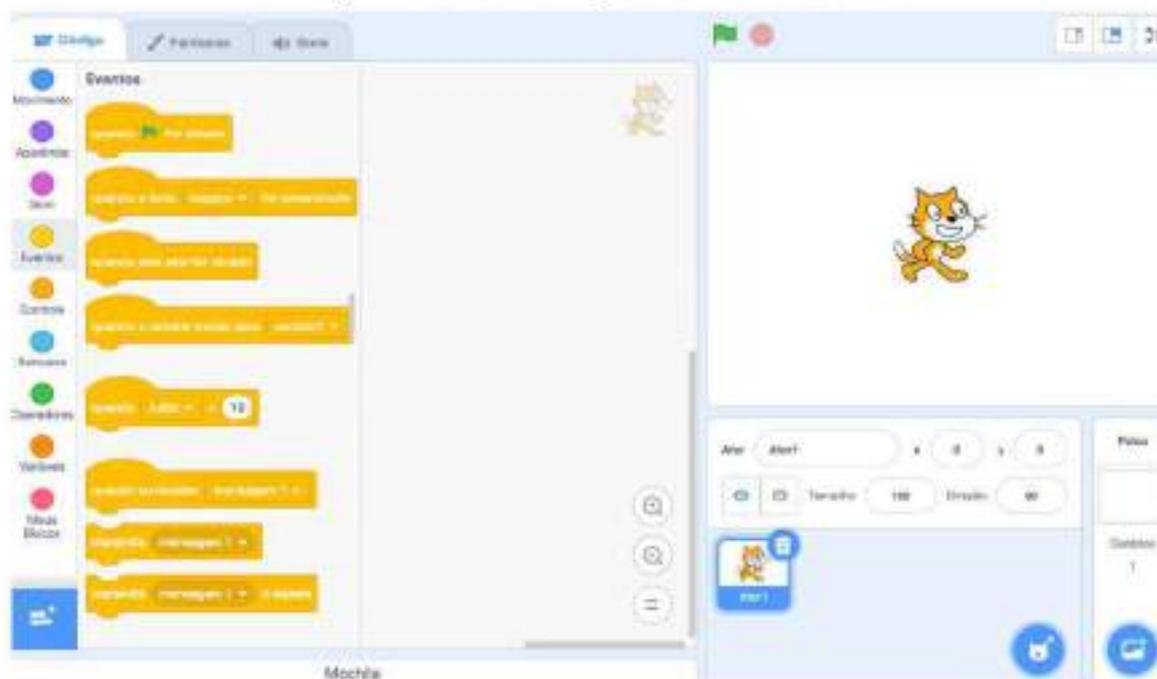
#### 4.1.2. Plano da professora para a Tarefa 1

A professora pergunta para os estudantes “*O que é uma variável?*” e as respostas são recolhidas individualmente, de forma anônima, utilizando o aplicativo *Mentimeter* para gerar uma nuvem de palavras em que as expressões ou palavras inseridas com maior frequência aparecem em destaque em relação às outras.

Após o recolhimento das respostas, é disponibilizado um tempo para comentários e perguntas dos estudantes sobre a nuvem de palavras gerada e o debate se dá sob mediação da professora. Em seguida, a professora apresenta a tarefa que deverá ser realizada individualmente, utilizando um computador *chromebook*.

1. *Utilize o bloco “Eventos” para escolher uma maneira de iniciar o seu programa.*

Figura 7 - Bloco de códigos de Eventos do Scratch



Fonte: Site Scratch.

2. *Encontre um código que faça o seu ator dizer algo.*
3. *Faça o seu ator dizer “Olá, mundo!”.*

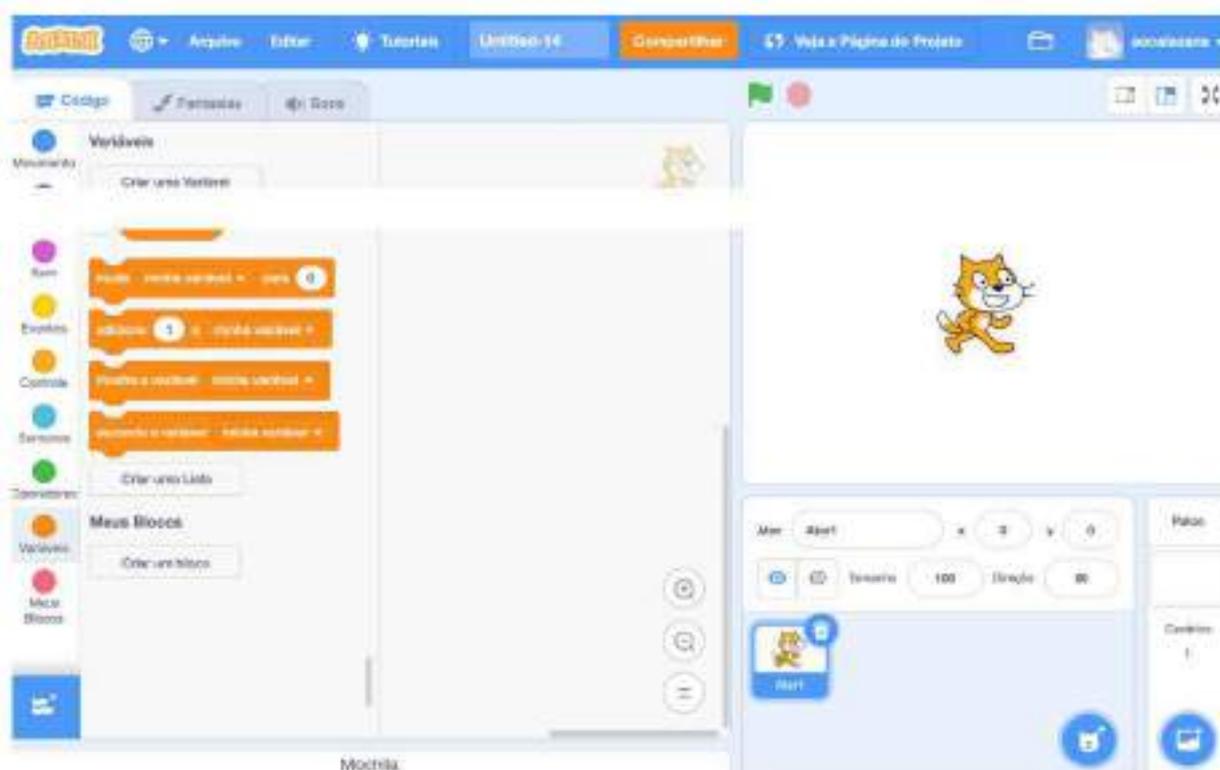
A escolha desta frase está relacionada ao contexto de apresentação da linguagem C de programação que, segundo Fry (2018), foi a maneira mais simples que Brian Kernighan, um dos autores da documentação desta linguagem, encontrou para exibir uma mensagem na tela do computador, uma prática que se tornou comum em aulas de introdução a uma linguagem de programação.

4. *Encontre um código que faça o seu ator perguntar algo.*
5. *Faça o seu ator perguntar "Qual é o seu nome?".*
6. *Para refletir e discutir: O que acontece quando o programa faz uma pergunta? É diferente de quando ele diz algo? O que acontece com a resposta?*

Após finalizada esta parte da tarefa, a professora utiliza as respostas da pergunta 6 para explicar a função do bloco "variáveis" como armazenamento de um valor recebido pelo programa, antes de dar sequência a tarefa.

7. *Utilize o bloco "variáveis" para armazenar o nome inserido.*

Figura 8 - Bloco Variáveis do Scratch



Fonte: Site Scratch.

8. *Faça o seu ator dizer: "Olá, [nome inserido]!".*

Para finalizar a aula, as produções são compartilhadas com a professora e é proposto um momento de reflexão sobre a tarefa e um tempo para recolher impressões, opiniões e dúvidas dos estudantes.

Após o estudante compartilhar o link que dá acesso ao seu programa em um Fórum no Moodle, ele responde as perguntas:

- O que você aprendeu com a Tarefa 1?*
- Depois de realizar a Tarefa 1, tente explicar com as suas palavras, o que é uma variável e como ela se comporta no Scratch.*
- Compartilhe a sua dúvida ou faça um comentário sobre a Tarefa 1.*

#### 4.1.2 Desenvolvimento e dados produzidos da Tarefa 1

A figura abaixo mostra a nuvem de palavras/expressões gerada para a pergunta "O que é uma variável?".

Figura 9 - Nuvem de palavras sobre o conceito de variável



Fonte: Autora

Trechos dos diálogos entre estudante, representado por  $E_i$  (sendo  $i=1,2,3,\dots$ , representando diferentes estudantes), e professora, representada por P, foram transcritos para descrever momentos relevantes do desenvolvimento desta tarefa. Sobre a resposta em destaque na nuvem de palavras e suas variações, surge a discussão:

*P: É possível afirmar que tudo que varia é uma variável? Nunca pensei sobre isso, estou pensando com vocês, me ajudem.*

E<sub>1</sub>: Não sei, mas acho que sim.

P: Será que ajuda se a gente pensar o seguinte: existe algo que não varia e que é uma variável? Ou existe algo que varia que não é uma variável?

E<sub>2</sub>: Eu só consigo pensar em exemplos que variam e que são uma variável.

P: O que não varia? Conseguem me dar um exemplo de algo que não varia?

E<sub>1</sub>: Um número.

P: E como podemos chamar algo que não varia?

E<sub>3</sub>: Algo único?

E<sub>4</sub>: Me fala a primeira letra, faz uma força. – pede à professora.

P: Não precisa, como vocês chamariam as coisas que não variam?

E<sub>5</sub>: Eterno ou, sei lá, estável.

E<sub>3</sub>: Único, tipo um número.

E<sub>6</sub>: Não, por exemplo, dois mais dois varia.

P: Vamos escrever o que você disse. – na lousa escreve "2+2". O que varia?

E<sub>6</sub>: Ah tá, entendi, é quatro.

P: Como poderíamos escrever uma expressão que varia?

E<sub>6</sub>:  $x+x$ .

P: E por que varia?

E<sub>6</sub>: Porque o  $x$  pode ser qualquer coisa.

(...)

E<sub>7</sub>: Tudo que muda é uma variável e pode ser numérica ou não.

P: Sabe dar exemplos?

E<sub>8</sub>: Cor de cabelo, gênero, idade.

E<sub>9</sub>: Na programação, a variável é para os pontos.

P: Pontos de pontuação? Para contagem?

E<sub>9</sub>: Isso, para jogos.

(...)

E<sub>10</sub>: Incógnita é para equação porque tem que ser exata, a variável varia. Porque tem uma igualdade e tem que dar aquele número específico.

P: A gente sabe identificar quando é incógnita e quando é variável?

E<sub>11</sub>: É só ver se tem uma igualdade, daí é incógnita.

E<sub>12</sub>: É uma incógnita se for  $x$ .

E<sub>11</sub>: Ou pode ser qualquer letra.

E<sub>13</sub>: É uma incógnita se a gente não conhece, mas é algo específico.

*E<sub>12</sub>: A letra x.*

*E<sub>12</sub>: Nem sempre, pode ser qualquer letra.*

*E<sub>7</sub>: Eu posso colocar qualquer símbolo no lugar da variável? Eu posso colocar batata? É que... eu não estou falando de uma batata, eu 'tô colocando uma incógnita que se chama batata.*

*P: Qual seria a dificuldade de usar a palavra batata no lugar de uma incógnita ou variável? A vantagem e a desvantagem em usar essa palavra.*

*E<sub>13</sub>: Confundir a incógnita com o objeto batata. Não é tão prática, mas seria bom porque é único. Seria mais fácil de lembrar porque faria sentido para mim.*

*E<sub>11</sub>: Ou você pode acabar confundindo com seis incógnitas fazendo uma conta de multiplicação.*

*E<sub>11</sub>: Uma dívida, por que é mais usado a letra x sendo que o x é usado na multiplicação? Não seria mais fácil usar o y ao invés de x.*

*P: É uma ótima pergunta.*

*E<sub>10</sub>: Do nada virou uma bolinha.*

*E<sub>13</sub>: Uma palhaçada, desde o primeiro ano eu aprendi a usar o x daí, do nada, no sexto ano não era mais x.*

*E<sub>10</sub>: Por que não aprende desde o começo a fazer a bolinha para a multiplicação? Porque, sei lá, depois fica difícil para mudar.*

*P: É uma ótima pergunta, acho que vou ter que pesquisar para dar uma ótima resposta.*

Depois do diálogo, os estudantes contam a história de como foi, durante a pandemia, a mudança do símbolo da multiplicação e da introdução do x como um valor desconhecido. Para os que se manifestaram, essa mudança foi repentina e sem significado, já que poderia ter sido escolhida outra letra para representar incógnitas e variáveis, mantendo, assim, o x para representar a multiplicação. Com a aula próxima de terminar, a professora encerra a aula propondo que essa discussão seja mantida nos próximos encontros e que, ao final da sequência de tarefas, se faça uma investigação para compreender a escolha da letra x.

A aula seguinte começa com a programação no *Scratch*, os estudantes executaram as propostas com engajamento, mas um pouco ansiosos em receber uma orientação mais direta de como executar o que foi pedido. Quando os estudantes perguntavam sobre o que era para fazer, a professora insistia na leitura da comanda e pedia para que expressasse a dúvida sobre o que foi pedido e alguns reliam e entendiam e outros insistiam em perguntar como fazer o que era pedido. A professora identificou que alguns estudantes apresentaram uma dificuldade em lidar com as diferentes possibilidades em montar o programa e, nestes casos, reforçou a importância de o estudante fazer escolhas e testá-las, pois não havia uma única maneira de fazer o que era pedido.

Após todos os estudantes testarem os códigos “diga” e “pergunte”, a professora interrompe a programação para iniciar um diálogo com a turma.

*P: O que acontece quando você faz uma pergunta no seu programa? E o que acontece quando você diz algo no seu programa?*

*E<sub>1</sub>: Quando diz não tem direito de responder e quando pergunta tem.*

*P: Então dizer é só uma fala, aparece a fala que você escreveu. Perguntar abre uma possibilidade de resposta... tá bom, aí eu colocou uma resposta. Se eu começar o programa de novo, o que acontece com essa resposta?*

*E<sub>2</sub>: Não salva.*

*P: Por que não salva?*

*E<sub>2</sub>: Porque não está programado para salvar.*

*P: E como você pode salvar o nome que a pessoa vai responder?*

*E<sub>4</sub>: Mas vai mudar, pra ficar interativo tem que mudar, pra outra pessoa responder.*

*P: Então o nome pode mudar?*

*Em coro: Sim.*

*P: E como a gente chama algo que pode mudar?*

*E<sub>5</sub>: Variável.*

*P: Nome é uma variável?*

*Em coro: Sim.*

*P: Então a resposta para a pergunta “Qual é o seu nome?” é uma variável?*

*Em coro: Sim.*

*P: Então você pode usar o bloco variável para guardar essa resposta.*

*E<sub>6</sub>: Eu não entendi isso, então a variável a gente faz para colocar o nome da pessoa?*

*E<sub>3</sub>: Então eu tenho que criar uma variável? Mas aqui está pedindo um nome da variável, o que eu coloco?*

*P: Você é o programador, o que faz sentido para você? Como você pode chamar esse lugar em que você vai guardar os nomes das pessoas que usarem o seu programa?*

*E<sub>3</sub>: Posso chamar de “nome da pessoa”? Ou só “nome”?*

*P: O que fizer sentido para você, pode escolher.*

*E<sub>7</sub>: E se eu quiser chamar de “armazenamento de nomes”?*

*P: Faz sentido para você? – E<sub>7</sub> afirma que sim com a cabeça – Então pode usar.*

Diálogos como este se repetiram com a professora e outros(as) estudantes, mas, à medida em que eles(as) compreenderam, foram reproduzindo a explicação entre si e compartilhando suas escolhas e seus programas para que outros(as) estudantes testassem com seus nomes.

Dos 32 programas compartilhados da Tarefa 1, as variáveis que receberiam os nomes dos usuários foram chamadas como mostra o Quadro 11 abaixo.

Quadro 11 - Nomes das variáveis da Tarefa 1

<b>Nome da variável</b>	<b>Frequência absoluta</b>
Nomes	9
Respostas de nomes	8
Variável	4
Resposta	3
Nomenclatura	1
Lugar de nomes	1
Alice	1
Guardador de nomes	1
Resposta da pergunta do nome	1
Nomezitos	1
Nome inserido	1
Armazenamento de nomes	1

Fonte: Autora.

Como os estudantes utilizaram todo o tempo de aula para realizar as tarefas anteriores, a professora escolheu realizar o questionário da Tarefa 1 em uma outra aula e, para que eles realizassem esta parte da tarefa sem a possibilidade de consultar nenhum site ou colega, a professora optou por realizá-la em uma folha impressa.

Dado que teria mais tempo para aplicar esta parte, a professora também optou por fazer alguns ajustes nas questões. A tarefa atualizada está descrita abaixo, junto com uma síntese das 49 respostas coletadas.

*Agora que você já iniciou o trabalho utilizando a linguagem de programação do Scratch, responda:*

1. *Refleta um pouco sobre o que você aprendeu até agora com o Scratch e escreva uma síntese para me contar.*

Todos(as) os(as) estudantes fizeram uma síntese da tarefa que foi proposta, explicaram o que foi pedido em cada parte e como executaram. Dentre as respostas, um estudante conta como foi desenvolver a tarefa em sala de aula mesmo já tendo uma experiência anterior com o Scratch.

Antes dessas aulas de programação, eu já tinha usado o Scratch em cursos e aulas extras, mas eu nunca entendia quando eu acertava porque eu só copiava um código mostrado. As aulas de programação me ajudaram a entender o que cada peça significa, eu acabo aprendendo mais de uma forma de fazer um código.

Outro estudante reflete sobre a sua experiência com jogos digitais.

O Scratch é uma plataforma que me fez pensar em como os jogos que eu jogo no dia a dia podem ser criados e, *pra* falar a real, é complicadíssimo, mas é bem legal saber como fazer e aprender a programar um jogo.

2. *Depois de realizar as primeiras tarefas no Scratch, você já usou o bloco de programação das variáveis, então, escreva um texto:*
  - I. *Explicando, com as suas palavras, o que é uma variável. Você pode utilizar exemplos, mas tente explicar de forma generalizada também.*
  - II. *Explicando como a variável se comporta no Scratch.*

Dentre as respostas coletadas, 46 estudantes disseram que variável é algo que pode variar ou que admite várias respostas, utilizando exemplos quantitativos e qualitativos como idade, salário, gênero, nome e cor de cabelo. Sobre a variável no *Scratch*, os mesmos 46 estudantes disseram que variável é utilizada para armazenar uma informação. Apenas três estudantes disseram não saber responder essa questão.

### *III. Sobre o que você acha de poder escolher o nome para a sua variável.*

Sobre escolher o nome para a variável do seu próprio programa, 32 estudantes disseram ser bom para identificar, organizar ou facilitar a programação, 11 estudantes afirmaram gostar da possibilidade de personalizar o seu programa, 5 disseram não entender o motivo de escolher um nome para as variáveis criadas e apenas 1 estudante afirmou ser algo indiferente para a programação.

### *3. Compartilhe suas dúvidas, desafios e comentários sobre as tarefas realizadas no Scratch até agora.*

Nesta questão, 27 estudantes afirmaram ter gostado, adorado ou se divertido durante a primeira tarefa de programação, 27 afirmaram ter achado a tarefa desafiadora, complicada ou confusa, 6 estudantes disseram ter dúvidas sobre o uso de variáveis no *Scratch*, 2 afirmaram sobre a necessidade de ser criativo durante a execução da tarefa e apenas 1 estudante disse não ter gostado da tarefa e do *Scratch*.

Um estudante comentou sobre a estratégia de cada um desenvolver o seu próprio programa sem utilizar um modelo específico.

Eu acho que nós aprenderíamos de um jeito mais fácil e com menos cópias se nós vissemos um vídeo de como fazer certa coisa e depois de ver o vídeo tentar reproduzir o que foi pedido.

Outra estudante comenta a sua relação e experiência prévia com o uso de tecnologias.

Eu tenho dificuldade em compreender assuntos que fazem parte do mundo digitalizado, incluindo programação, todavia, o trabalho com *Scratch* está me desafiando a sair da minha zona de conforto.

### 4.1.3 Análise dos dados da Tarefa 1

Os trechos abaixo mostram como os estudantes articularam os conceitos disponíveis (categoria 2), a partir do seu conhecimento prévio, para chegar em uma definição do que é uma variável.

(...)

*P: Não precisa, como vocês chamariam as coisas que não variam?*

*E<sub>5</sub>: Eterno ou, sei lá, estável.*

*E<sub>3</sub>: Único, tipo um número.*

*E<sub>6</sub>: Não, por exemplo, dois mais dois varia.*

*P: Vamos escrever o que você disse. – na lousa, escreve "2+2" - O que varia?*

*E<sub>6</sub>: Ah tá, entendi, é quatro.*

*P: Como poderíamos escrever uma expressão que varia?*

*E<sub>6</sub>:  $x+x$ .*

*P: E por que varia?*

*E<sub>6</sub>: Porque o  $x$  pode ser qualquer coisa.*

No trecho acima a professora utiliza as representações aritmética e algébrica para, a partir da colocação do estudante, diferenciar uma expressão numérica de uma expressão algébrica, convocando os estudantes a pensarem o que muda quando a letra passa a representar um valor numérico qualquer.

*P: E incógnita? (apontando para a nuvem projetada)*

*E<sub>2</sub>: Incógnita é para equação porque tem que ser exata, a variável varia. Porque tem uma igualdade e tem que dar aquele número específico.*

*P: A gente sabe identificar quando é incógnita e quando é variável?*

*E<sub>2</sub>: É só ver se tem uma igualdade, daí é incógnita.*

*E<sub>5</sub>: É uma incógnita se for  $x$ .*

*E<sub>2</sub>: Ou pode ser qualquer letra.*

*E<sub>7</sub>: É uma incógnita se a gente não conhece, mas é algo específico.*

*E<sub>5</sub>: A letra  $x$ .*

*E<sub>5</sub>: Nem sempre, pode ser qualquer letra.*

Neste segundo trecho, os estudantes utilizam os conceitos disponíveis de equação e incógnita para pensar sobre variável uma vez que, usualmente, eles utilizam letras para representar tanto uma incógnita quanto uma variável e, na maioria das vezes, é utilizada a letra  $x$  (categoria 4).

O trecho abaixo mostra que, este tipo de tarefa, de característica aberta em que a participação do estudante é valorizada, possibilitou que fossem feitas perguntas (categoria 5) cujo conhecimento disponível da professora não foi suficiente para respondê-las e, apesar de não ter uma resposta, a professora valorizou a participação e apontou que precisaria de um tempo para encontrá-las, o que foi respeitado pelo estudante que a questionou. Como esta dúvida pareceu não ecoar sobre os outros estudantes, a professora optou por dar continuidade às tarefas já elaboradas (categoria 6).

O trecho abaixo parece indicar (categoria 7) uma mudança para um nível mais elevado na compreensão do uso de variáveis, uma vez que o estudante utiliza um conceito disponível, que foi revelado na etapa anterior, para resolver um problema colocado pela professora.

*P: E como você pode salvar o nome que a pessoa vai responder?*

*E<sub>4</sub>: Mas vai mudar, pra ficar interativo tem que mudar, pra outra pessoa responder.*

*P: Então o nome pode mudar?*

*Em coro: Sim.*

*P: E como a gente chama algo que pode mudar?*

*E<sub>5</sub>: Variável.*

*P: Nome é uma variável?*

*Em coro: Sim.*

*P: Então a resposta para a pergunta “Qual é o seu nome?” é uma variável?*

*Em coro: Sim.*

*P: Então você pode usar o bloco variável para guardar essa resposta.*

*E<sub>6</sub>: Eu não entendi isso, então a variável a gente faz para colocar o nome da pessoa?*

*E<sub>5</sub>: Então eu tenho que criar uma variável? Mas aqui está pedindo um nome da variável, o que eu coloco?*

*P: Você é o programador, o que faz sentido para você? Como você pode chamar esse lugar em que você vai guardar os nomes das pessoas que usarem o seu programa?*

*E<sub>5</sub>: Posso chamar de “nome da pessoa”? Ou só “nome”?*

*P: O que fizer sentido para você, pode escolher.*

*E<sub>7</sub>: E se eu quiser chamar de “armazenamento de nomes”?*

*P: Faz sentido para você? – E<sub>7</sub> afirma que sim com a cabeça – Então pode usar.*

Apesar da professora ter apresentado o bloco de variável para estudante, ela só o fez quando algum estudante identificou que o conceito em questão era o de variável, ou seja, a apresentação desta ferramenta só foi feita quando surgiu uma real necessidade do estudante de utilizá-la (categoria 5).

Após esta identificação, quando questionada sobre o nome que deveria ser dado para a variável, a professora destaca a importância do estudante encontrar sua própria maneira de representar a variável que seria criada (categoria 4) e, pode-se afirmar que a decisão da professora (categoria 6) em não sugerir nenhum tipo de nome ou símbolo foi tomada pois, na etapa anterior a esta, um estudante a questionou sobre as representações comumente utilizadas na escola, como mostra o trecho abaixo.

*E<sub>7</sub>: Eu posso colocar qualquer símbolo no lugar da variável? Eu posso colocar batata? É que... eu não estou falando de uma batata, eu 'tô colocando uma incógnita que se chama batata.*

*P: Qual seria a dificuldade de usar a palavra batata no lugar de uma incógnita ou variável? A vantagem e a desvantagem em usar essa palavra.*

*E<sub>7</sub>: Confundir a incógnita com o objeto batata. Não é tão prática, mas seria bom porque é único. Seria mais fácil de lembrar porque faria sentido para mim.*

O Quadro 10 (Nome das variáveis da Tarefa 1) mostra que todos os estudantes utilizaram palavras ou expressões para representar a variável que receberia a informação do nome inserido no programa. Esta escolha pode ser atribuída à característica própria desta tarefa (categoria 4), que não apresentou uma única maneira de construir este programa, e a características do *Scratch*, pois este permite outras formas de representação, dado que a própria linguagem de programação por blocos é uma representação diferente das comumente utilizadas pelos estudantes em sala de aula.

Nesta tarefa, as exposições orais não foram suficientes para a professora perceber se os estudantes se sentiram desafiados, porém, uma das respostas coletada pelo protocolo do estudante revela que este se sentiu desafiado (categoria 1).

*Eu acho que nós aprenderíamos de um jeito mais fácil e com menos cópias se nós vissemos um vídeo de como fazer certa coisa e depois de ver o vídeo tentar reproduzir o que foi pedido.*

O fato deste tipo de tarefa não ter um modelo prévio de resolução e seu desenvolvimento se dar a partir das necessidades que os estudantes revelam ter, conforme são apresentados à tarefa, pode fazer com que o estudante espere alguma orientação pronta sobre o que deve ser feito, ao invés de buscar uma resolução para o problema apresentado (categoria 5), confirmando uma hipótese levantada pela professora (categoria 3). Simon (2018) atribui essa característica da THA à ideia de reinvenção guiada, desenvolvida por Hans Freudenthal.

Entendemos a reinvenção guiada como a oportunidade para os alunos alcançarem conceitos matemáticos através de seu próprio trabalho matemático, ao invés de serem meramente instruídos por professores, colegas ou leitura de materiais. (...) Outro motivo para empregar a reinvenção guiada é que o desenvolvimento de conceitos matemáticos requer a abstração, isto é, a construção de um conceito mais avançado por meio da coordenação de conceitos existentes. "Dar" aos alunos a ideia associada ao conceito pode interferir na oportunidade de fazer essa abstração. (2018, n.p., tradução nossa)

Como a maior parte dos dados orais produzidos foram em situações coletivas e a participação dos estudantes ocupou mais tempo do que o planejado, a professora optou por fazer algumas alterações na THA para que, desta forma, obtivesse dados individuais relevantes. Sendo assim, escolheu que os questionários fossem aplicados em folha impressa, em substituição ao *Forms*, e estendeu seu tempo de aplicação.

#### 4.2. Tarefa 2: Montando uma calculadora com as quatro operações fundamentais

O objetivo de aprendizagem da professora para a Tarefa 2 é construir uma calculadora com as quatro operações aritméticas fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão e, para isto, propõe-se que o(a) estudante explore, principalmente, os códigos das "variáveis" e "operadores", para desenvolver a noção de variáveis numéricas na lógica de programação e utilizar essa experiência para refletir sobre expressões algébricas.

As hipóteses da professora sobre o processo de aprendizagem da Tarefa 2 são:

- i) É possível que os estudantes apresentem dúvidas sobre qual é o formato "ideal" de calculadora e a não sugestão de modelos pode contribuir para a valorização das diferentes estratégias de resolução e a ampliação e oportunidades de aprendizagem;
- ii) É possível que os estudantes não os identifiquem os símbolos da multiplicação e divisão que, no *Scratch* é representado por \* e /, respectivamente, ou apresentem dificuldade em combinar os blocos e desenvolver um algoritmo capaz de atingir o objetivo do programa, e pedir para que eles façam testes e tirem conclusões pode garantir o caráter desafiador da tarefa;

- iii) As perguntas do questionário pretendem coletar dados sobre o uso da calculadora para responder sobre variáveis que estão representadas utilizando a linguagem algébrica. Com estes dados, a professora poderá avaliar qual é a percepção do estudante sobre o algoritmo criado, se há criticidade sobre os resultados ou associações e reflexões sobre expressões algébricas em um contexto da programação.

#### 4.2.1. Plano da professora para a Tarefa 2

A aula inicia com a apresentação do objetivo desta tarefa, com os estudantes trabalhando individualmente em um *chromebook*, com acesso a sua conta do *Scratch* e a sua produção da Tarefa 1. O estudante é orientado a iniciar o desenvolvimento do programa em um arquivo diferente do utilizado na tarefa anterior.

##### 1. *Leia as orientações para esta tarefa:*

*Desenvolver um programa que funcione como uma calculadora para as quatro operações básicas (adição, subtração, divisão e multiplicação) e, para isto, você deverá pensar como o programa irá começar, quais interações com o usuário este terá e qual será o tema que você utilizará como cenário da sua calculadora.*

*A sua calculadora poderá ser totalmente personalizada, você pode se inspirar em uma calculadora convencional, fazer em formato de jogo, inserir a calculadora em uma história ou o que desejar fazer, use a sua criatividade.*

*Independente do tema, a sua calculadora deverá ser capaz de:*

- *Permitir que o usuário escolha qual operação ele deseja realizar e, a partir de dois valores escolhidos pelo usuário, retornar o valor numérico da expressão.*
- *Caso a sua calculadora seja de um modelo não convencional, será necessário acrescentar interações e/ou orientações de como utilizá-la.*

Ao final da aula, o estudante compartilha o link do seu programa em um fórum no Moodle e responde às perguntas abaixo utilizando a calculadora desenvolvida por ele.

##### 2. *Utilize a sua calculadora para responder as perguntas abaixo.*

a) *O que acontece quando é inserido uma letra e um número para fazer alguma operação na sua calculadora? Por que você acha que isso acontece?*

b) O que acontece com os valores da expressão  $5/x$  conforme você insere valores para  $x$  e vai diminuindo estes valores de um número positivo maior que 1 para um número positivo menor que 1? Comente sobre os resultados.

c) O que acontece com a expressão  $80 - m$  conforme você insere valores para  $m$  e vai diminuindo estes valores de um número positivo para um número negativo? Comente sobre os resultados.

d) O que acontece no programa com a expressão  $2/0$ ? Por que você acha que isso acontece?

e) Conte se você aprendeu algo novo.

f) Compartilhe a sua dívida ou faça um comentário sobre a Tarefa 2.

#### 4.2.2. Desenvolvimento e dados produzidos da Tarefa 2

A professora iniciou a Tarefa 2 explicando a proposta da calculadora com as quatro operações, adição, subtração, divisão e multiplicação e deixa a proposta projetada para as turmas. Após a apresentação, incentiva que os(as) estudantes testem e iniciem seus programas. Três estudantes buscam ajuda pois afirmam não entenderem como podem começar a programar uma calculadora. Para responder, a professora inicia uma conversa com o grupo.

P: Como uma calculadora funciona?

E<sub>1</sub>: Quando você põe a conta que você quer, ela vai dar o resultado.

P: Qual é a primeira coisa que você precisa digitar para inserir a conta em uma calculadora?

E<sub>2</sub>: O usuário tem que escolher a conta.

P: Então a primeira coisa é abrir uma opção para o usuário escolher a conta que vai ser feita. Além disso, você tem que pensar passo a passo, qual é a primeira coisa que eu digito em uma calculadora?

E<sub>1</sub>: A conta.

P: Mas eu coloco a conta inteira de uma vez?

E<sub>2</sub>: Como assim?

P: Pensa em uma conta que você quer fazer na calculadora, pode ser uma simples.

E<sub>1</sub>: Um mais um.

P: Como você digita na calculadora?

E<sub>1</sub> e E<sub>2</sub>: O um, depois o mais e depois o um.

*P: Então você insere um número e a calculadora recebe este número, depois você escolhe a operação e a calculadora recebe a operação e depois você coloca o último número. Em resumo, o usuário escolhe os dois números e a operação, então a sua calculadora tem que possibilitar que o usuário escolha os números e a operação. Depois você se preocupa com o resultado. A questão agora é: como eu peço isso para o usuário?*

*E<sub>3</sub>: Acho que tenho uma ideia. Acho que eu vou fazer. Como na calculadora você coloca um por um, tipo, primeiro você coloca o um, depois o mais e depois o outro um, aí eu vou fazer assim, vou fazer primeiro uma pergunta e vou colocar numa variável e nessa pergunta eu vou perguntar assim, ah, coloca o primeiro dígito da sua conta, aí vai colocar dentro de uma variável, aí eu faço outra pergunta, qual é o sinal que você vai usar, aí coloca em outra variável separada, aí a terceira pergunta que é qual é o outro número em outra variável separada, aí eu vou ter que encontrar um jeito pra colocar isso numa resposta depois e aqui no operadores – aponta para o programa no computador – eu já achei isso daqui que ele divide, multiplica, diminui e soma, então vou tentar usar.*

*P: Perfeito, pode começar a programar!*

*E<sub>3</sub>: Depois eu vou criar uma história, tá bom?*

*P: Claro!*

Após repetir um diálogo semelhante com outros pequenos grupos, os(as) estudantes começam a entender o funcionamento dos códigos e operações e o uso de variáveis no contexto da calculado e, à medida que conseguem fazer com que o programa retorne o resultado, compartilham a explicação entre eles. A Figura 10 abaixo, mostra um primeiro programa desenvolvido por um estudante que utiliza a mesma variável para armazenar os dois termos das operações de adição e subtração. O estudante chama a professora alegando haver um erro no *Scratch*.

Figura 10 - Programa para adição e subtração utilizando uma única variável



Fonte: Autora.

*E<sub>1</sub>: Professora, o meu Scratch está com problema.*

*P: Será? O que está acontecendo?*

*E<sub>1</sub>: Olha – explica enquanto testa o programa – eu coloco um número e depois o outro, daí dá uma soma errada e a subtração só dá zero, quer ver? – testa mais uma vez com outros números – Agora deu o dobro na soma e zero de novo.*

*P: Entendi, vamos olhar a sua operação. Resposta menos resposta é tipo um número menos o mesmo número, não é? Olha a soma, resposta mais resposta, aqui está somando um número com ele mesmo, por exemplo, x mais x e x menos x.*

*E<sub>1</sub>: Ah, mas como eu faço pro programa entender que duas respostas são diferentes?*

*P: Por que ele está entendendo que não são diferentes?*

*E<sub>1</sub>: Porque tem o mesmo nome... ah, é a mesma variável. Eu crio outra?*

*P: Faz o teste e me diz o que acontece.*

Um estudante chama professora pois está com dificuldade em entender quantos números serão precisos para realizar qualquer uma das operações e a professora diagnostica um obstáculo na aprendizagem através do vocabulário utilizado na apresentação da proposta.

*E<sub>5</sub>: Mas quantos números eu programo?*

*P: Como assim?*

*E<sub>5</sub>: Tem infinitos números, quantos eu programo?*

*P: Qual é o mínimo de números que você precisa para realizar uma conta na calculadora?*

*E<sub>5</sub>: Um só... Não, dois, um de cada lado da conta.*

*P: Então você precisa de dois números.*

*E<sub>5</sub>: Mas e se a pessoa quiser colocar cem.*

*P: Como assim?*

*E<sub>5</sub>: Se ela quiser usar o número cem para somar.*

*A professora entende que ele está confundindo números com algarismos.*

*P: Mas o cem é um número. O número cem tem três algarismos, o um e dois zeros. Então você pode pedir um número e a pessoa pode responder com um número que tenha quantos algarismos ela quiser.*

*E<sub>5</sub>: Ah tá, entendi, isso.*

O questionário da Tarefa 2 foi deixado para o final da Tarefa 3, pois a rede de internet da escola estava intermitente, o que desencadeou um atraso e dificuldade de acesso de algumas produções dos estudantes.

#### **4.2.3. Análise dos dados da Tarefa 2**

O trecho abaixo mostra uma estudante articulando o conhecimento disponível (categoria 2) sobre o uso da variável, utilizado na tarefa 1, para criar uma estratégia para resolver um novo problema (categoria 1).

*E<sub>3</sub>: Acho que tenho uma ideia. Acho que eu vou fazer. Como na calculadora você coloca um por um, tipo, primeiro você coloca o um, depois o mais e depois o outro um, aí eu vou fazer assim, vou fazer primeiro uma pergunta e vou colocar numa variável e nessa pergunta eu vou perguntar assim, ah, coloca o primeiro dígito da sua conta, aí vai colocar dentro de uma*

*variável, aí eu faço outra pergunta, qual é o sinal que você vai usar, aí coloca em outra variável separada, aí a terceira pergunta que é qual é o outro número em outra variável separada, aí eu vou ter que encontrar um jeito pra colocar isso numa resposta depois e aqui no operadores – aponta para o programa no computador – eu já achei isso daqui que ele divide, multiplica, diminui e soma, então vou tentar usar.*

Simon (1995, 2018, n.p., tradução nossa) afirma que considera “uma coordenação de ações como sendo, mais precisamente, uma coordenação de conceitos. A coordenação de conceitos pode explicar a construção de conhecimento mais avançado a partir de conceitos existentes”. Este trecho da fala da estudante mostra que ela compreendeu a necessidade de criar duas variáveis para cada operação e de utilizar diferentes representações para elas (categorias 4 e 5) utilizando conceitos já existentes.

A professora havia criado a hipótese de que alguns estudantes teriam dificuldade em associar os símbolos \* e / às operações de multiplicação e divisão, respectivamente, porém esta hipótese foi refutada, pois percebeu-se que alguns estudantes fizeram testes e contaram aos demais e outros acertaram por inferência (categoria 3).

Outro trecho, representado na Figura 10 (categoria 8), mostra uma possível mudança de nível na compreensão do uso da variável e sua representação nas operações da adição e subtração (categoria 1 e 4).

*E4: Olha – explica enquanto testa o programa – eu coloco um número e depois o outro, daí dá uma soma errada e a subtração só dá zero, quer ver? – testa mais uma vez com outros números – Agora deu o dobro na soma e zero de novo.*

*P: Entendi, vamos olhar a sua operação. Resposta menos resposta é tipo um número menos o mesmo número, não é? Olha a soma, resposta mais resposta, aqui está somando um número com ele mesmo, por exemplo,  $x$  mais  $x$  e  $x$  menos  $x$ .*

*E4: Ah, mas como eu faço pro programa entender que duas respostas são diferentes?*

*P: Por que ele está entendendo que não são diferentes?*

*E4: Porque tem o mesmo nome... ah, é a mesma variável. Eu crio outra?*

*P: Faz o teste e me diz o que acontece.*

A princípio, o estudante parece compreender a função da variável nas operações, porém, ao armazenar os termos, ele o faz utilizando a mesma variável e, quando o programa efetua o cálculo, a soma resulta no dobro do último número inserido e a subtração resulta em zero (categoria 1 e 2).

O componente de objetivo de um conceito determina as situações para as quais a ação relacionada pode ser acionada. Ou seja, somente quando o estudante estabelece um objetivo compatível com o componente de objetivo do conceito é que esse conceito pode ser evocado. É por isso que afirmamos que cada conceito evocado na construção de uma atividade é baseado em uma correspondência entre o objetivo do estudante naquele ponto da atividade e o objetivo do conceito. (Simon, 2018, n.p., tradução nossa)

A professora recorre à leitura e à representação algébrica utilizando o  $x$  para que o estudante compreenda a programação que ele fez utilizando uma outra representação (categoria 4) e, apesar de ela ter ajudado com a leitura do programa, ela não disse o que deveria ter sido feito, esta foi uma descoberta do estudante (categoria 7 e 8).

O trecho a seguir mostra um obstáculo que surgiu sobre a função da variável no contexto da programação (categoria 1) e, apesar deste tipo de desafio não ter sido previsto pela professora (categoria 3), este tipo de tarefa revelou dúvidas conceituais que os estudantes poderiam ter sobre variáveis (categoria 5 e 7).

*E<sub>3</sub>: Mas quantos números eu programo?*

*P: Como assim?*

*E<sub>3</sub>: Tem infinitos números, quantos eu programo?*

*P: Qual é o mínimo de números que você precisa para realizar uma conta na calculadora?*

*E<sub>3</sub>: Um só... Não, dois, um de cada lado da conta.*

*P: Então você precisa de dois números.*

*E<sub>3</sub>: Mas e se a pessoa quiser colocar cem.*

*P: Como assim?*

*E<sub>3</sub>: Se ela quiser usar o número cem para somar.*

*A professora entende que ele está confundindo números com algarismos.*

*P: Mas o cem é um número. O número cem tem três algarismos, o um e dois zeros. Então você pode pedir um número e a pessoa pode responder com um número que tenha quantos algarismos ela quiser.*

*E<sub>3</sub>: Ah tá, entendi, isso.*

A professora interpretou que o estudante poderia ainda não ter compreendido totalmente o conceito de variável em uma expressão e entendeu que este tipo de dúvida poderia levar este estudante a cometer equívocos como achar que, na expressão  $2x$ , por exemplo, quando  $x$  assume o valor 5, o resultado seria 25 por se tratar de um algarismo e não de um produto. Para dúvidas como esta, a professora utilizou o caderno de anotações para lembrá-la de observar se este obstáculo apareceria novamente na tarefa deste ou de outros estudantes (categoria 6).

Ao final da aula da Tarefa 2, a professora opta por iniciar a Tarefa 3 mesmo sem aplicar o questionário previsto, pois entende que, desta forma, manteria o engajamento daqueles que resolveram a tarefa com mais facilidade e poderia auxiliar com mais atenção tanto aqueles estudantes que enfrentaram dificuldade com a rede de internet quanto os que apresentaram mais desafios conceituais (categoria 6).

#### **4.3. Tarefa 3: Desenvolver e inserir a operação de porcentagem na calculadora da Tarefa 2**

O **objetivo de aprendizagem da professora para a Tarefa 3** é desenvolver um algoritmo para efetuar cálculo de porcentagem de um valor qualquer, que será escolhido pelo usuário da calculadora, utilizando a experiência da tarefa anterior e o conhecimento do estudante sobre porcentagem.

As **hipóteses da professora sobre o processo de aprendizagem da Tarefa 3** são:

- i) É esperado que os estudantes saibam calcular o valor percentual de um número, seja utilizando número fracionários ou proporção direta, mas, caso haja necessidade de revisar este conceito, a Tarefa 4 poderá ser utilizada para diagnosticar as dificuldades dos estudantes e preparar as intervenções necessárias;
- ii) Alguns estudantes podem apresentar dúvidas sobre a ordem das operações em uma expressão numérica ou algébrica e o incentivo a testar, avaliar, refazer e corrigir o próprio algoritmo por meio da verificação dos resultados obtidos na compilação do programa poderá garantir o caráter desafiador desta tarefa;
- iii) Há perguntas do questionário que podem coletar dados sobre a compreensão do cálculo de percentuais utilizando a calculadora programada. Acredita-se que estas perguntas podem auxiliar no reconhecimento do erro ou pode proporcionar um momento de retomada de alguma propriedade.

#### 4.3.1. Plano da professora para a Tarefa 3

A aula inicia com a apresentação do objetivo desta tarefa, com os estudantes trabalhando individualmente em um *chromebook*, com acesso a sua conta do *Scratch* e a suas produções das Tarefas 1 e 2. O(a) estudante é orientado(a) a iniciar o desenvolvimento do programa no mesmo arquivo utilizado na tarefa anterior.

*1. Para completar a sua calculadora, você deverá acrescentar um programa que calcule uma porcentagem de um valor, a partir da escolha de valores do usuário, e apresente o resultado da conta escolhida.*

Ao final da aula, o(a) estudante compartilha o link do seu programa em um fórum no Moodle e responde às perguntas abaixo utilizando a calculadora desenvolvida por ele(a).

*2. Utilize a sua calculadora para responder as perguntas abaixo.*

*a) O que acontece quando é calculado mais de 100% de um valor real? Comente sobre o resultado.*

*b) Conte se você aprendeu algo novo.*

*c) Compartilhe a sua dívida ou faça um comentário sobre a Tarefa 3.*

#### 4.3.2. Desenvolvimento e dados produzidos da Tarefa 3

A Tarefa 3 foi iniciada com 37 estudantes que finalizaram a Tarefa 2 e com 12 estudantes com a Tarefa 2 em desenvolvimento. A escolha de apresentar a Tarefa 3 mesmo com a 2 em desenvolvimento foi feita sob a hipótese de que seria importante manter a motivação dos(as) estudantes que se interessaram pelo desafio de desenvolver a calculadora e, por outro lado, para poder auxiliar melhor aqueles(as) que apresentaram mais dificuldade em lidar com o software de programação.

A professora iniciou a Tarefa 3 explicando a proposta de acrescentar a operação de porcentagem à calculadora das quatro operações. Durante a apresentação, a professora explicou que, diferentemente das operações utilizadas na Tarefa 2, não há um código específico para esta operação e que os(as) estudantes deverão montar um algoritmo utilizando as operações disponíveis no *Scratch*. Após a apresentação, incentiva que os(as) estudantes testem e iniciem seus programas.

Uma estudante pede ajuda para entender como fazer o cálculo de porcentagens e a professora consegue diagnosticar uma dificuldade em compreender o conceito de porcentagem e em efetuar divisões.

*P: Imagina que eu quero calcular 18% de 200, o que você faz?*

*E<sub>1</sub>: Vou tirar um zero de 200 e multiplicar 18 vezes esse número, é um exemplo.*

*P: E se for um número que não tem zero, por exemplo, 18% de 135.*

*E<sub>1</sub>: Ai já não sei.*

*P: Então só serviria para números que tem zero?*

*E<sub>1</sub> afirma que sim com a cabeça.*

*P: Se eu tiro um zero de 200 vira 20, certo? É isso que é tirar um zero?*

*E<sub>1</sub> afirma que sim com a cabeça.*

*P: Então qual operação que eu posso fazer com o 200, que conta que eu posso fazer com 200 para resultar em 20?*

A estudante escolhe utilizar a própria calculadora no *Scratch* para realizar alguns testes de contas de divisão e multiplicação que resultem em 20, mas, sem sucesso, a estudante começa a demonstrar impaciência e frustração por não conseguir encontrar o resultado esperado. A professora sugere que ela tente mostrar, utilizando papel e lápis, como faria a conta.

*P: Vamos lá, se você quisesse calcular 15% de 200. Como você faria?*

*E<sub>1</sub>: Multiplicaria 15 por 200 para depois dividir por 15.*

*P: Mas se você multiplicar por 15 e dividir por 15 vai dar.*

*E<sub>1</sub> e P falam juntas: 200.*

*E<sub>1</sub>: Verdade, então não sei.*

*E<sub>2</sub>: Posso explicar como eu faria? Eu pegaria o 200 e dividiria por 100 – mostrando a fração 15/100 no papel – e o resultado eu multiplicava pelo número de cima, o 15. É isso?*

*P: Sim.*

*E<sub>1</sub>: Eu sabia que tinha que dividir e depois multiplicar, só não sabia quais.*

*P: Você sabe representar uma porcentagem na forma de fração? - Pergunta para E<sub>1</sub>*

*E<sub>1</sub>: É 15 sobre 100 ou sobre 200?*

*P: Você sabe o que significa 15%?*

*E<sub>1</sub>: Não, mas eu sei calcular.*

Em abordagens a outros 16 estudantes, a professora entende que, apesar de saberem calcular, eles não conseguem explicar o que é uma porcentagem. Com este diagnóstico, opta por continuar o desenvolvimento da calculadora e retomar essa discussão após a conclusão das tarefas desta pesquisa.

*E<sub>2</sub>: Como faz para transformar porcentagem em decimal?*

*P: Você sabe como 35% é na forma decimal?*

*E<sub>2</sub>: 0,35.*

*P: E como você pode transformar 35 em 0,35? Que conta você pode fazer?*

*E<sub>2</sub>: Divide por 100?*

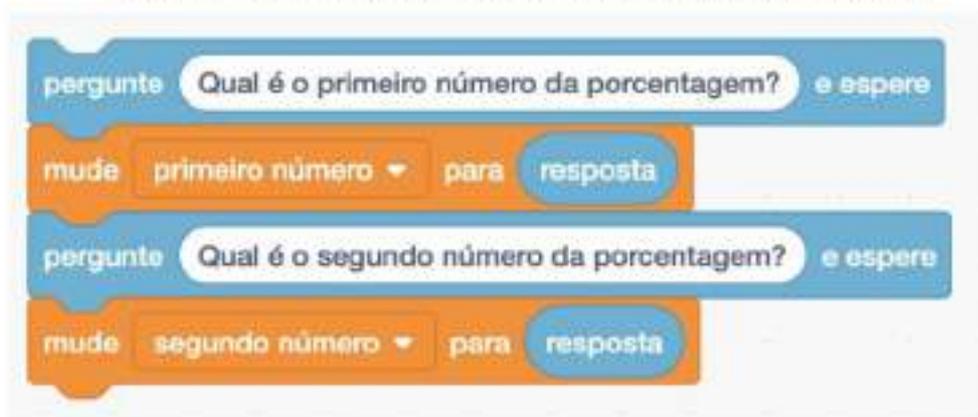
*P: Sim.*

*E<sub>2</sub>: Mas e o 1% em 0,1? Tem que programar cada caso de acordo com as casas decimais?*

A professora pede que o estudante faça as representações na forma de fração e, logo após escrever o estudante entende que é 1 dividido por 100.

A Figura 11 abaixo, mostra a organização de um estudante para pedir os valores necessários para programar o cálculo de porcentagem em sua calculadora. Ao ver o programa, a professora decide questionar o estudante sobre a escolha da pergunta que foi programada.

Figura 11 - Organização do estudante para o cálculo de porcentagem



Fonte: Autora.

*P: O que é o primeiro número da porcentagem?*

*E<sub>2</sub>: É o por cento, tipo, 20%, daí coloca o 20 e o segundo número é de quanto ele quer calcular o 20%.*

*P: E o que acontece se o usuário não entender que o primeiro número é a porcentagem? O que acontece se ele colocar o 20 no segundo número?*

*E<sub>3</sub>: Não sei.*

*A professora sugere que o estudante faça o teste.*

Para os casos de programação em semelhantes ao mostrado acima, em que os(as) estudantes não definiram o que deveria ser respondido, a professora repete a pergunta e sugere que sejam feitos testes. Em uma turma, uma estudante vai à lousa explicar o porquê 200% de 50 é o mesmo que 50% de 200.

*E<sub>4</sub>: 200% de 50 é o dobro de 50, que é 100. E 50% de 200 é a metade de 200, 100 também. Dá na mesma.*

*P: E como eu posso mostrar que isso vale para todos os casos?*

*E<sub>4</sub>: aí eu vou ter que pensar.*

Com o fim da aula, a professora opta por retomar essa discussão após a finalização da sequência de tarefas ou à medida em que houver interesse de mais algum(a) estudante durante o desenvolvimento da calculadora.

Conforme os(as) estudantes finalizavam suas calculadoras, eles(as) convidavam a professora a experimentar, realizar testes e explicar a escolha do tema e enredo de seus programas. Em um diálogo, a professora faz uma provocação:

*P: O que acontece se você colocar um número negativo?*

*E<sub>5</sub>: Eu acho que não vai dar certo, eu não sei.*

*P: Então vamos testar juntos, coloca aí o sete (no primeiro número), a subtração na operação e o -8.*

*E<sub>5</sub>: É, não deu.*

*P: Por que não deu?*

*E<sub>5</sub> repetindo a conta: Mas eu coloco 7 e -8 e dá 15.*

*P: Em qual operação?*

*E<sub>5</sub>: Subtração.*

*P: E quanto é 7 menos -8?*

*E<sub>5</sub>: Como assim?*

*P: Se eu quiser subtrair -8 de 7? Se eu quiser calcular 7 menos -8?*

*E<sub>5</sub>: Eu nem sei fazer isso na vida real.*

*A professora pede que o estudante escreva a expressão em um papel.*

*E<sub>5</sub>: Ah, tem que fazer menos com menos que é mais, por isso que aumenta.*

Os questionários das Tarefas 2 e 3 foram aplicados juntos, utilizando um formulário digital em que os estudantes deveriam consultar apenas as suas calculadoras. A professora optou por fazer alguns ajustes nas questões e sua versão final, junto com uma síntese das respostas coletadas, estão descritas abaixo.  $R_i$  ( $i=1, 2, 3, \dots$ ) representam respostas de estudantes coletadas através de um formulário digital.

*1. O que acontece quando é inserido uma letra e um número para fazer alguma operação na sua calculadora? Por que você acha que isso acontece?*

- R1 Na soma e na subtração ele fala que a resposta é igual ao número que você colocou. Já na porcentagem e na multiplicação ele diz que é igual a 0. E na divisão a resposta é infinito. Eu acho que isso aconteceu pois a programação não reconhece letras como uma variável, então ele coloca respostas como se a letra na conta não estivesse presente.
- R2 Quando colocamos uma letra e um número o resultado sempre dá 0, independente da operação, isso acontece porque em uma operação com um número e uma letra precisamos do sinal de igualdade e mais números, como se fosse uma equação, ou precisamos de um valor para esta letra, por isso que acontece do resultado ser sempre 0 porque o computador não entende o valor da letra.
- R3 O resultado é diferente dependendo da operação, na adição, o x parece ser ignorado ou igual a zero, pois o resultado é o número, a mesma coisa acontece na subtração. Já na multiplicação, o resultado é 0, então podemos especular que  $x=0$  segundo o programa. E na divisão, primeiramente eu achei estranho, pois o resultado era infinity, então eu achei que não era o valor, então, para confirmar, eu dividi de novo só que com o 0, e o resultado também é infinity, então eu acho que o algoritmo vê o X sem valor no momento então iguala ele a 0
- R4 Na minha calculadora quando eu fiz isso apareceu a palavra infinity por ter mais de uma resposta. Acho que isso acontece por não ter apenas uma resposta para x.
- R5 Em operações de adição e subtração o resultado é o número colocado, em divisões aparece "Infinity" e em multiplicações o resultado é zero. Eu diria que isso ocorre porque o programa interpreta letras como "0", e para comprovar isso eu dividi 9 por 0, e o resultado foi "Infinity".

2. *O que acontece com os valores da expressão  $5/x$  conforme você substitui valores para  $x$  e vai diminuindo estes valores de um número positivo maior que 1 para um número positivo menor que 1? Comente sobre os resultados.*

Quando os estudantes se depararam com esta pergunta, surgiu uma dúvida sobre existir números positivos menores que 1. Ao surgir esta dúvida, a professora a direcionou para as turmas e foi preciso que um estudante comentasse sobre números fracionários entre 0 e 1 para que eles entendessem o que havia sido pedido.

- R1 Quando colocamos o 5 dividido por um número menor que 1 o scratch também não entende, pois a resposta aparece como um número maior que 5. Eu acho que isso aconteceu pois a calculadora que a gente fez não está programada para entender e calcular contas como essa.
- R2 Quando eu insiro um número positivo maior que 1 o resultado é padrão (divisão normal), quando eu inseri um número menor que 1 o resultado foi de uma multiplicação, o 5 foi multiplicado pelo "x" (exemplo:  $5/0.2=25$ ).
- R3 Quando o número da divisão é maior que um, o resultado é "normal", por exemplo, " $8/2=4$ ", porém, quando inseri a conta " $8/0.5$ " o resultado foi "16", ou seja, basicamente o número (8) foi multiplicado por 2, se eu faço a conta " $8/0.25$ " o resultado é "32", ou seja, o número (8) foi multiplicado por 4, percebi que, número é sempre multiplicado pela divisão de "100", por exemplo, o número "25" é resultado de " $100/4$ ", e o "8" na conta " $8/0.25$ " é multiplicado por 4, fiz mais algumas contas e vi que isso da certo.
- R4 Com os maiores que 1 funciona normalmente mais quando fica entre o 0 e 1 ou a resposta é infinito ou acaba multiplicando por algum motivo.
- R5 Ao inserir números naturais no lugar do "x", o resultado é um número, mas ao colocar um número positivo menor que 1, ou seja, na forma de decimal, centésimo, entre outros o resultado da operação é uma multiplicação pelo inverso do número (0,5 é a mesma coisa que  $1/2$ , então o inverso disso seria  $2/1$ ) como  $5/0,5=10$ .
- R6 Quando eu fiz a conta  $5/0.9$  o resultado foi 5.56, o que não faz sentido, já que o resultado de uma divisão com dois números positivos resultou em um número maior que 5, que foi o número dividido.
- R7 Com números acima de 1 funcionam mais com os decimais abaixo de 1 ele fica meio bugado e faz outra conta.

R8 Esses valores foram aumentando cada vez mais de 3.33 até 50 que foi impressionante pois a cada número que alterava na conta o resultado mudava completamente.

3. *O que acontece com a expressão  $80 - m$  conforme você substitui valores para  $m$  e vai diminuindo estes valores de um número positivo para um número negativo? Comente sobre os resultados.*

R1 Quando o número usado no lugar do "m" é positivo a conta da " $80-10=70$ ", mas quando o número no lugar de "m" é negativo a conta fica assim " $80-(-10)=90$ ", porque - com - da +.

R2 Quando a subtração é realizada como "m" sendo um valor positivo (por exemplo "3") é subtraído do primeiro algarismo (80), 3 unidades. Quando o valor de "m" passa a ser um número negativo (por exemplo "-3"), é adicionado ao número 3 unidades, por conta da regra de sinais, em que é imposto que o sinal de subtração seguido de outro sinal de subtração é igual ao sinal de adição, exemplo:  $80-(-3)=80+3=83$ .

R3 O resultado quando o "m" é negativo, é que ao invés de subtrair ele soma, ou seja, " $80-40=120$ " e eu acho que isso acontece pois existe a regra de sinais e - com - = + por isso o resultado é maior que o número original.

R4 Quando o segundo valor da subtração passa a ser negativo, o resultado passa a ser maior do que o primeiro valor da subtração, ou seja, vira uma soma.

R5 No começo com números positivos ele fazia normal até com números fracionados, mas quando o número é negativo ele meio que soma pois o  $80 - (-1) = 81$  lá no scratch.

4. *O que acontece no programa com a expressão  $2/0$ ? Por que você acha que isso acontece?*

R1 Quando pesquiso  $2/0$  aparece infinity, que eu acho que é a mesma coisa que 0, pois  $2/0$  é 0.

R2 O resultado da "Infinito", creio que por conta do fato do 0 ter valor nulo, isso implica que não tem para qual quantidade o número ser dividido, logo o resultado é infinito pois não dá para calculá-lo.

R3 O resultado é dado como "infinito", acho que isso acontece pois não dá para dividir um valor por algo que não existe.

- R4 Quando fazemos essa conta, o resultado aparece como infinito, eu acho que isso aconteceu pois  $2/0$  seria 1, então no scratch essa operação as vezes pode não fazer sentido.
- R5 Eu acho que o programa responde infinito a essa conta pois é programado para ter uma resposta mais uma divisão por 0 dá um resultado onde a calculadora não tem uma resposta e dá um resultado indeterminado.
- R6 A resposta dá infinito, isso acontece pois não é possível dividir 2 por 0.
- R7 Quando eu fiz essa conta o resultado foi "Infinity", que traduzindo é "Infinito". Em minha opinião não faz sentido já que o 2 não está sendo dividido por nada, então não existem infinitos resultados, apenas um.
- R8 O resultado da expressão  $2/0$  no programa é "Infinity", esse termo traduzido de grosso modo, significa infinito, então provavelmente o recurso de divisão no Scratch já veio pré-programado, sob algum critério de alguma pessoa que acredita que o resultado da conta  $2/0=Infinity$ .

*5. Conte se você aprendeu algo novo ou se essa atividade te fez lembrar de algo que já sabia. Comente a sua resposta*

- R1 Fazendo essa atividade eu lembrei que todas as contas com x são infinitas, dependendo de se elas têm resultado ou não, mas se a conta for vaga por exemplo  $50+x$ , essa conta é infinita, pois vc não consegue saber o resultado de x.
- R2 Com essa atividade eu aprendi a observar melhor como a calculadora se comporta com frente contas, algumas que ela nem foi programada pra fazer inclusive.
- R3 Aprendi o "caminho" e o raciocínio que eu tenho (mesmo inconscientemente), já que, para que eu possa colocar os comandos para chegar no resultado que eu quero eu tenho que mostrar como. Ou seja, muitas vezes na hora de fazer diferentes contas eu pensava como muito automaticamente, já no scratch eu tive que repensar e rever esse caminho.
- R4 Me faz lembrar de algumas propriedades da divisão e subtração, e também acho que entendi um pouco a lógica do algoritmo a como interpretar um símbolo sem valor.

R5 Com o trabalho eu aprendi muitas coisas como, mexer muito melhor nos programas, aprendi coisas que não sabia que conseguia fazer na internet, com o trabalho da calculadora eu lembrei de como faz algumas contas e suas propriedades... Em geral achei muito importante e diferente essa proposta pois as vezes podemos ficar tanto tempo só fazendo lição/trabalho em papel que é bom as vezes trocar e ir pra programas como esse, acho que todos saíram com um aprendizado tanto na matemática como no computador e como era um programa que você poderia montar certas coisas do seu jeito acho que todos gostaram e acabaram ficando mais empolgados com a atividade!

*6. Compartilhe sua dúvida e/ou comentário sobre esta tarefa utilizando a sua calculadora.*

R1 Eu fiquei com um pouco de dúvida com as variáveis, e não sabia usa-las muito bem, porém depois de um tempo, eu aprendi a usa-las, eu também fiquei com dúvidas nesse forms, achei ele difícil.

R2 Achei bem interessante fazer a calculadora porque eu posso falar que eu crie tudo isso é incrível.

R3 Eu acho que essa ideia de fazer uma calculadora muito legal, principalmente quando você faz sozinho, mexendo na plataforma de um jeito livre. Tive algumas dúvidas no começo, de como se faz uma variável, mais conforme fui mexendo na plataforma e com algumas ajudas, fui me soltando e mexendo na plataforma do meu jeito.

#### **4.3.3. Análise dos dados da Tarefa 3**

Para esta tarefa, não havia disponível um código de programação pronto para efetuar o cálculo de porcentagem e esta característica da tarefa fez com que todos os estudantes procurassem formas para entender como desenvolver um algoritmo para este cálculo. Alguns estudantes utilizaram o registro escrito em um rascunho para lembrar como se calculava, outros usaram calculadoras convencionais para validar suas hipóteses (categoria 1, 2, 3 e 5).

A medida que os alunos começam a se envolver nas atividades planejadas, o professor se comunica e observa os alunos, o que leva o professor a novas compreensões das concepções dos alunos. O ambiente de aprendizado evolui como resultado da interação entre o professor e os alunos, à medida que eles se envolvem no conteúdo matemático. (Simon, 1995, n.p., tradução nossa)

Durante o desenvolvimento desta etapa, o uso da variável no contexto de programação do *Scratch* permitiu que a professora e os estudantes reconhecessem alguns obstáculos na aprendizagem. O cenário da variável no contexto da programação possibilitou que os estudantes compreendessem a origem de sua dúvida, uma vez que, ao serem questionados sobre o algoritmo do cálculo, ou seja, sobre as operações entre as variáveis que envolvem o cálculo de porcentagem, foi possível observar dois principais cenários: ora o estudante sabia efetuar o cálculo mas não compreendia o que estava fazendo, pois não sabia explicar ou programar utilizando variáveis, ora o estudante não conseguia entender o cálculo e, por consequência, não conseguia programá-lo (categoria 1, 2, 3, 4, 5, 7 e 8).

Apesar da professora ter identificado que o desafio desta tarefa também está relacionado ao conceito de porcentagem, acredita-se que foi o cenário das variáveis que complexificou a aplicação deste conceito e potencializou o desafio, uma vez que foi na programação que os estudantes puderam se deparar com dúvidas mais específicas e relacionadas a generalização do cálculo (categoria 3 e 6).

A tarefa no formulário sofreu algumas alterações, quando comparada à elaborada antes do desenvolvimento da THA, e acredita-se que ter aplicado esta etapa após a conclusão das calculadoras permitiu que os estudantes a realizassem com menos preocupação, pois percebeu-se que as respostas dos estudantes foram, em geral, bastante descritivas e completas (categoria 6).

Dentre as respostas coletadas, nota-se que esta tarefa possibilitou três diferentes formas de reflexão dos estudantes (categoria 1, 2 e 8): a) redescoberta ou retomada de uma propriedade já conhecida; b) elaboração de hipóteses ou c) manifestação de um equívoco conceitual.

A aprendizagem individual dos alunos segue caminhos idiossincráticos, embora muitas vezes semelhantes. Isso pressupõe que a aprendizagem individual tenha alguma regularidade (cf. Steffe, Von Glasersfeld, Richards, & Cobb, 1983), que a comunidade da sala de aula limite a atividade matemática de maneiras frequentemente imprevisíveis e que muitos dos alunos na mesma classe podem se beneficiar da mesma tarefa matemática. (Simon, 1995, n.p., tradução nossa)

As reflexões do tipo (a) podem ser entendidas como as respostas que mostraram que o estudante associou o resultado obtido nas calculadoras a alguma propriedade a qual ele já foi apresentado, como mostra o trecho abaixo.

Quando a subtração é realizada como "m" sendo um valor positivo (por exemplo "3") é subtraído do primeiro algarismo (80), 3 unidades. Quando o valor de "m" passa a ser um número negativo (por exemplo "-3"), é adicionado ao número 3 unidades, por conta da regra de sinais, em que é imposto que o sinal de subtração seguido de outro sinal de subtração é igual ao sinal de adição. exemplo:  $80 - (-3) = 80 + 3 = 83$ .

As reflexões do tipo (b) são aquelas em que o estudante fez alguma suposição para justificar o resultado, articulando conceitos disponíveis para argumentar sobre o fenômeno que está observando na calculadora programada, veja um exemplo.

Quando o número da divisão é maior que um, o resultado é "normal", por exemplo,  $8/2=4$ ", porém, quando inseri a conta  $8/0.5$ " o resultado foi "16", ou seja, basicamente o número (8) foi multiplicado por 2, se eu faço a conta  $8/0.25$ " o resultado é "32", ou seja, o número (8) foi multiplicado por 4, percebi que, número é sempre multiplicado pela divisão de "100", por exemplo, o número "25" é resultado de  $100/4$ ", e o "8" na conta  $8/0.25$ " é multiplicado por 4, fiz mais algumas contas e vi que isso da certo.

Por último, entende-se por reflexões do tipo (c) aquelas em que o estudante pôde descrever sua dúvida ou uma interpretação equivocada, seja sobre o uso das variáveis ou de operações em expressões algébricas, a partir da tarefa proposta, como mostra o exemplo a seguir.

Quando eu fiz a conta  $5/0.9$  o resultado foi 5.56, o que não faz sentido, já que o resultado de uma divisão com dois números positivos resultou em um número maior que 5, que foi o número dividido.

Atribui-se as diferentes possibilidades de respostas dos estudantes às características deste tipo de tarefa (categoria 4 e 5), dado que há um convite para uma reflexão sobre o que é observado e, portanto, não há um modelo ou uma única resposta possível. Notou-se que este tipo de tarefa não é paralisador, ou seja, não impede a participação de nenhum estudante independentemente do seu nível conceitual disponível, e que, além disso, promove uma visão mais complexa dos obstáculos de aprendizagem, favorecendo a avaliação e tomada de decisões da professora (categoria 6 e 8).

Os tipos de reflexões observadas podem ser associados às respostas dos estudantes quando questionados sobre terem aprendido algo novo ou lembrado de algo que já conheciam. Nessas respostas, é possível destacar a percepção deles sobre como a atividade proporcionada pela tarefa possibilitou, por exemplo, "observar melhor como a calculadora se comporta", "lembrar de propriedades da divisão e subtração", aprender "o caminho e o raciocínio" que ele desenvolveu (categoria 8).

#### 4.3.4. Análise das calculadoras

Foram analisadas 49 calculadoras e, para esta pesquisa, optou-se por analisar a escolha dos estudantes em relação aos nomes das variáveis e o algoritmo utilizado para cálculo de porcentagens. Dentre as calculadoras entregues para análise, todas tinham as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), mas 4 calculadoras entregues não tinham a opção de cálculo de porcentagem e apenas 2 calculadoras apresentaram erro neste cálculo. Dessa forma, é possível afirmar que apenas 6 estudantes (aproximadamente 12%) não concluíram as tarefas.

Em relação à escolha de nomes para as variáveis utilizadas na programação da calculadora, observou-se que 44 estudantes (aproximadamente 90%) escolheram utilizar palavras, 4 (aproximadamente 8%) escolheram letras ou símbolos e apenas 1 estudante (aproximadamente 2%) escolheu utilizar algarismos. O quadro abaixo mostra a relação de nomes, letras, símbolos e algarismos utilizados nas calculadoras.

Quadro 12 - Nomes das variáveis utilizadas nas calculadoras

Nome das variáveis	Frequência absoluta
Resposta	18
Primeiro/segundo número	11
Número (1 e 2)	8
Operação	8
My variable	6
Soma/adição (1 e 2), subtração (1 e 2), multiplicação (1 e 2), divisão (1 e 2), porcentagem (1 e 2)	4
Porcentagem	4
Sinal/sinais	3
Número(s)	3
Dígito (1 e 2)	2
Segunda (soma, divisão, multiplicação, subtração)	2
Valor (1, 2, e 3)	2
Mais (1 e 2), menos (1 e 2), dividido (1 e 2), multiplicado (1 e 2)	2
Resultado	2
X1, X2, V1, V2, P1, P2	2

%, %2, %1	2
Variável (1 e 2)	1
Terceiro, quarto, quinto, ..., oitavo número	1
Resposta da (soma, subtração, divisão, multiplicação)	1
Resposta %	1
Nome	1
Primeira porcentagem	1
Número que você quer fazer a porcentagem	1
Porcento e por cento 2	1
Sub (1 e 2), mut (1 e 2), div (1 e 2), por (1 e 2)	1
Aaaa (1 e 2)	1
Adição (mais e menos), Subtração (mais e menos), divisão (mais e menos), multiplicação (mais e menos)	1
De quanto	1
Valor (A e B)	1
1 e 2	1

Fonte: Autora.

Em relação ao cálculo de porcentagem, observou-se que houve três algoritmos programados. Dentre as calculadoras analisadas, 25 estudantes (aproximadamente 51%) optaram pelo cálculo no formato  $(x \cdot y)/100$ , 10 estudantes (aproximadamente 20%) optaram pelo cálculo  $(\frac{x}{100}) \cdot y$ , sendo  $x$  e  $y \in \mathbb{R}$ , 8 estudantes (aproximadamente 16%) optaram por programar o cálculo em duas etapas e 2 estudantes (aproximadamente 4%) apresentaram erro no algoritmo (categorias 2, 4, 5 e 8). Os outros 4 estudantes não programaram o cálculo de porcentagem.

As Figuras 12, 13, 14 e 15 abaixo mostram exemplos da análise descrita acima.

Figura 12 - Cálculo de porcentagem na forma  $(xy)/100$

```

    diga "Agora você pode fazer uma porcentagem!" por 2 segundos
    transmite mensagem 1
    pergunta "Qual é o número que você vai fazer a porcentagem" e espere
    mude "numero que você quer fazer a porcentagem" para resposta
    pergunta "Qual a porcentagem?" e espere
    mude "a porcentagem" para resposta
    diga "Agora clique na raposa para fazer a conta!" por 3 segundos
    espera até que seja clicado
    diga "numero que você quer fazer a porcentagem * a porcentagem / 100" por 2 segundos
    
```

Fonte: Autora.

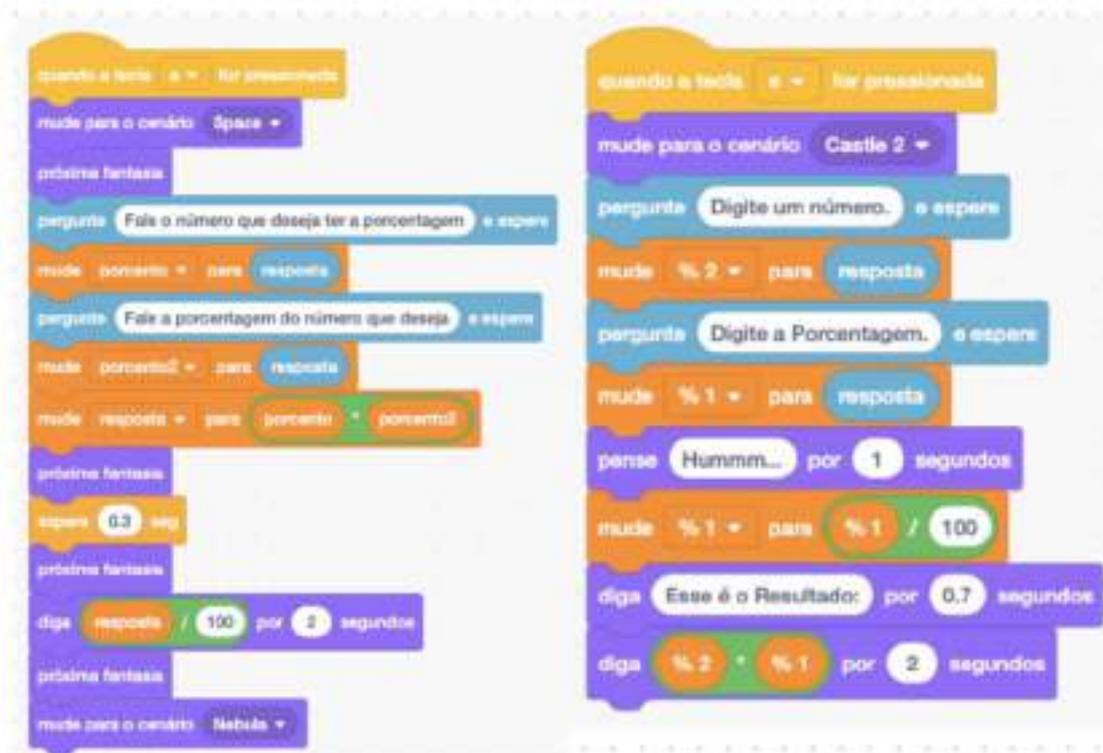
Figura 13 - Cálculo de porcentagem na forma  $(x/100)*y$

```

    se operação = porcentagem então
    pergunta "Primeiro numero?" e espere
    mude "primeironumero" para resposta
    pergunta "Segundo numero?" e espere
    mude "segundonumero" para resposta
    diga "primeironumero / 100 * segundonumero"
    
```

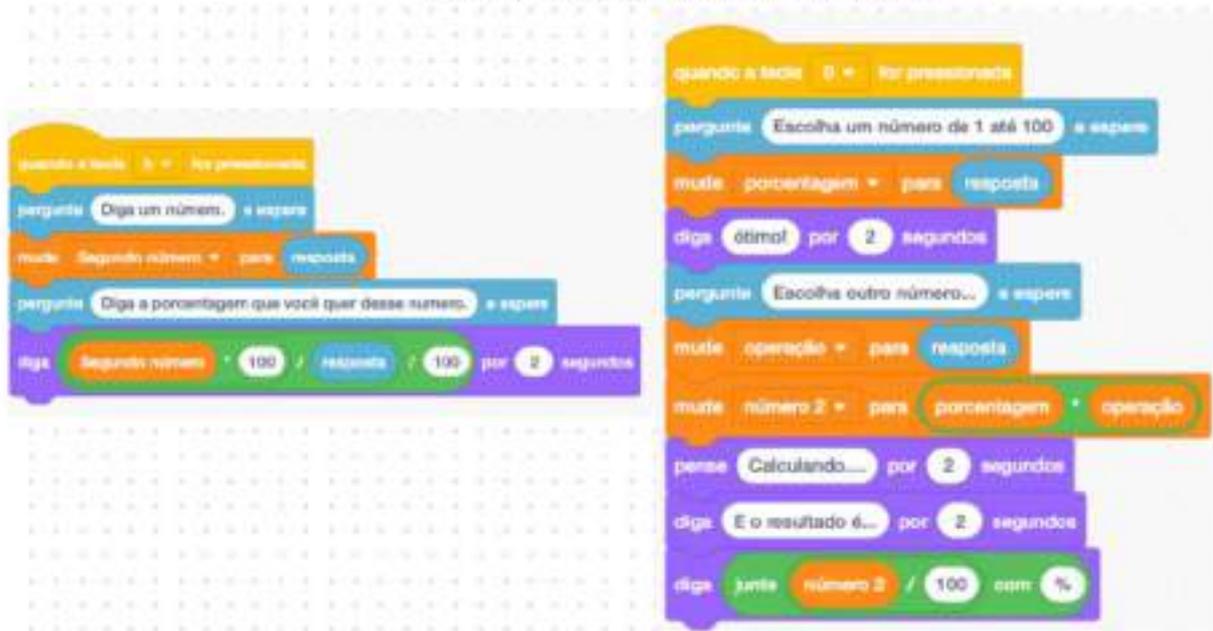
Fonte: Autora.

Figura 14 - Cálculo de porcentagem em duas etapas



Fonte: Autora.

Figura 15 - Erros no cálculo de porcentagem



Fonte: Autora.

Na Figura 15, em um dos programas, o resultado do cálculo é um número 400 vezes maior do que o que deveria ser, caso a calculadora estivesse efetuando o cálculo de porcentagem corretamente, e a professora não conseguiu identificar como o estudante pensou o algoritmo e, neste caso, optou por fazer uma intervenção individual após o encerramento da THA (categoria 2, 5, 6 e 8). No outro programa, o cálculo estava correto, porém o estudante colocou que o resultado de uma porcentagem de um valor real é também uma porcentagem e, neste caso, a professora chamou o estudante para que ele explicasse oralmente o que ele havia entendido e, durante a sua explicação, ele entendeu onde estava o seu erro (categoria 7).

Os estudantes que entregaram a calculadora sem o cálculo de porcentagem foram questionados pela professora e dois deles disseram não terem entregado por falta de tempo, outro disse que não conseguiu fazer e optou por entregar a tarefa incompleta e um estudante disse não ter desenvolvido pois faltou na aula em que os estudantes puderam finalizar as calculadoras.

#### **4.4. Tarefa 4: Compartilhando as calculadoras sob um olhar crítico**

As Tarefas 1, 2 e 3 têm como foco de análise o trabalho dos estudantes desenvolvendo e aprimorando seus próprios procedimentos, estratégias e modelagens, mas, segundo Swan (2017, p.72), para o desenvolvimento da competência crítica, “espera-se que os alunos trabalhem sobre produtos matemáticos elaborados por outros”, portanto, torna-se importante promover um momento em que eles possam “interpretar o raciocínio de outrem, uma fase de avaliação, onde eles testam esse raciocínio e comparam-no com outras abordagens e, finalmente, uma fase de revisão, em que os alunos tentam sugerir aperfeiçoamentos desse raciocínio”.

O objetivo de aprendizagem da professora para a Tarefa 4 consiste em desenvolver a competência crítica analisando, comparando e criticando as estratégias para desenvolvimento de uma calculadora utilizadas por outro estudante.

As hipóteses da professora sobre o processo de aprendizagem da Tarefa 4 são:

- i) A análise de uma programação já desenvolvida poderá promover ao estudante a interpretação e valorização de diferentes estratégias de resolução da tarefa;
- ii) Esta tarefa poderá desenvolver habilidades como: interpretar um modelo, comparar modelos matemáticos, avaliar e aperfeiçoar modelos e comparar estratégias de resolução de tarefa.

#### 4.4.1. Plano da professora para a Tarefa 4

Para finalizar esta sequência, o estudante deverá analisar a produção de outra pessoa. Esta escolha será feita de forma aleatória, utilizando um sorteador online para atribuir uma calculadora diferente para cada estudante.

Cada estudante receberá um link e deverá responder as perguntas em um fórum do Moodle.

*1. Você recebeu o link de uma calculadora programada por um colega e deverá fazer uma análise sobre esta produção. Abra o link e teste a calculadora de maneira livre e quantas vezes achar necessário. É importante testar todos os recursos e olhar a parte interna da programação (a organização dos códigos).*

*Depois de testar a calculadora responda as perguntas abaixo.*

- a) A calculadora analisada cumpre todas as funções exigidas? Caso não cumpra, faça apontamentos sobre o que está faltando.*
- b) A calculadora analisada apresenta mais funções do que as exigidas? Caso apresente, faça apontamentos sobre o que ela apresenta.*
- c) A calculadora analisada está parecida com a sua? Comente no que elas se parecem ou diferem.*
- d) Quais características da calculadora analisada você gostou? Explique sua resposta.*
- e) Quais características da calculadora analisada você aprimoraria? Explique sua resposta.*
- f) A programação de porcentagem está igual a sua? Explique como funciona o cálculo na calculadora analisada.*

#### 4.4.2. Desenvolvimento e dados produzidos da Tarefa 4

Para a realização desta tarefa, os(as) estudantes foram divididos em duplas sorteadas utilizando um sorteador online. Cada estudante respondeu um formulário online baseando-se na experiência de analisar a calculadora de sua dupla. Abaixo seguem perguntas e respostas selecionadas para esta pesquisa.

2. *Você teve alguma dificuldade em utilizar a calculadora analisada? (Iniciar ou escolher as operações, por exemplo?) Comente a sua resposta.*

R1 A calculadora é bem feita e fácil de usar, mas ela me dá contas para ver se eu sou bom em matemática, como um teste.

R2 Todas as operações estavam corretas, menos a de subtração pois quando você escolhia os números o resultado sempre era negativo. A resposta estava certa só que estava negativa.

R3 Sim, achei um pouco confuso no início pois não tinha nenhuma instrução sobre como usar a calculadora. Talvez se estivesse explicando para que cada botão serve seria mais simples de usá-la.

3. *A calculadora analisada cumpre todas as funções exigidas (adição, subtração, multiplicação, divisão e porcentagem)? Caso não cumpra, faça apontamentos sobre o que está faltando.*

R1 Sim ela cumpre todas as funções e tem uma função a mais que é a de raiz quadrada.

R2 Não cumpre nenhuma função. Como ela não juntou os blocos, nada acontece.

R3 Porcentagem: Não funciona, quando adiciono os números para fazer a porcentagem não dá o resultado.

R4 Sim, cumpre todas as funções pedidas, e ainda melhor, você consegue ter um diálogo com o personagem e ele faz exatamente o que você pede.

R5 Está faltando porcentagem, e como observação, o ator menciona que para fazer conta de subtração é preciso apertar a tecla "J", e realmente subtrai, mas está aparecendo para eu colocar o primeiro número da divisão e o resultado é uma subtração.

R6 Cumpre as funções corretamente, porém a falta de instruções atrapalha a experiência.

4. *A calculadora analisada apresenta mais funções do que as exigidas? Faça apontamentos sobre o que ela apresenta.*

R1 Ela funciona como um tipo de prova, é um jeito muito mais interativo porque te desafia.

- R2 Apresenta uma mudança de fundo pra cada operação.
- R3 A calculadora fica dentro de outro jogo programado por ele, então várias outras coisas estão inclusas, como pulos e investidas.
- R4 Ela apresenta diálogos extras e interações engraçadas. Foi divertido brincar na calculadora.
- R5 O personagem da calculadora do Leonardo anda, e ele sai e volta do programa.
- R6 A calculadora possui um design curioso e um aviso para utilizar o ponto ao invés da vírgula em contas de decimais.
- R7 Inclui uma personagem que interage com você, e te cumprimenta (se isso contar como uma função além das exigidas).
- R8 A calculadora é um cachorro e responde com latidos, isso é bem legal.

5. *A calculadora analisada está parecida com a sua? Comente no que elas se parecem ou diferem.*

- R1 Ela parece bastante, porém a minha eu desenhei o personagem, troquei os cenários quando uma operação era escolhida, e os controles são diferentes. Porém a minha calculadora tem mais variáveis tendo um código complexamente desnecessário.
- R2 Na minha opinião não, porque a minha calculadora tem um propósito diferente, pois no meu trabalho o jogador diz um número dependendo da operação ele tem que fazer a conta e verificar se esta certo, já na dele o jogador diz a conta e o próprio programa responde, ou seja, no meu projeto o jogador que tem a função de descobrir o resultado e no dele o programa tem a função de saber o resultado.
- R3 Para iniciar ela usa um modelo parecido com o meu que é perguntar o primeiro número depois o segundo número, se diferencia quando ela pede para você clicar no símbolo da operação que você deseja, no meu jogo você precisa clicar alguma tecla informada previamente para realizar a operação
- R4 Elas são parecidas, mas a dele Luca tem mais frases e a maneira de perguntar "qual a operação?" é diferente. Enquanto a minha tem um jogo, a dele tem uma calculadora mais bem trabalhada.
- R5 A dela é somente uma calculadora, enquanto a minha é uma calculadora com um jogo infantil.

- R6 Nem um pouco parecida, o aluno deve ter utilizado o método de "se a resposta for adição..." enquanto a minha precisariam digitar apenas os números, e não a operação.
- R7 Ele programou a sua calculadora em um bloco só, eu fiz em blocos diferentes, um bloco para cada operação. Eu também escrevi "digite 'x' se quiser fazer a operação 'y'", e o programa do Marco pergunta para o espectador qual operação ele deseja realizar. Por conta disso, ele utilizou o recurso dos "sensores" de "resposta", para concluir a conta que o espectador escolher.
- R8 A calculadora parece seguir a mesma lógica que a minha, porém por dentro ela usou muito mais códigos que eu, fazendo cada operação começar com um bloco de evento (ao pressionar a letra \*). Cada operação possui diferentes variáveis para representar os números. Já na minha eu utilizo as mesmas variáveis para fazer as contas.
- R9 Ela é parecida com a minha internamente, mas externamente é um pouco diferente.

6. *Quais características da calculadora analisada você gostou ou te chamou atenção? Explique sua resposta.*

- R1 Achei ela bem mais interativa do que outras, acho isso legal e interessante porque é um jeito diferente.
- R2 Eu gostei do próprio cenário em si, gostei da introdução do jogo e do propósito, mas acho que poderia ter se aprofundado mais, por exemplo, ter uma parte do jogo que o jogador monta a conta e o programa responde, mas outra hora do jogo poderia ter feito uma rodada ao contrário, o programa faz a conta e o jogador resolve.
- R3 A mudança de fundo foi o que mais me chamou a atenção, por mais que seja fundos muitos chamativos fizeram sentido porque deu um destaque especial para cada operação.
- R4 Todas porque todas estão bem feitas até parece uma calculadora normal.
- R5 As diversas frases e interações extras. Uma calculadora em que temos muitas opções de diálogos para diversas situações.
- R6 Uma coisa que me chamou muita atenção é que o personagem da calculadora se mexe, anda e pula, e isso faz com que a calculadora fique muito mais divertida.

- R7 Eu gostei do design, da funcionalidade do programa, é prático e didático. O que me chamou atenção é que ele fez tudo em um bloco, e utilizou o recurso do programa perguntar e o espectador responder.
- R8 Eu achei legal que ele usou os blocos de controle, ele também usou de uma forma diferente da minha os blocos de variável.

7. *Quais características da calculadora analisada você aprimoraria ou mudaria? Explique sua resposta.*

- R1 Acho que aprimoraria em colocar mais operações como Raiz Quadrada.
- R2 Essa questão de não ter se aprofundado tanto, como fazer mais rodadas com mais entretenimento ao jogador, em vez de só o jogador montar as contas e o programa já dar a resposta (realmente uma calculadora) ele poderia inverter os papéis programa faz a conta e o jogador responde (o jogador se torna a calculadora).
- R3 Eu colocaria mais diálogo, porque ficou meio "seco" a conversa entre o usuário que está jogando e a calculadora.
- R4 Acho que a calculadora é muito lenta para fazer contas em sequência, deveria haver uma maneira de pular certas animações e diálogos
- R5 Talvez eu separaria em blocos, mas só se eu fosse a programadora, só para facilitar o processo de programação, e ficar menos poluído visualmente, mas isso é um fator pessoal que eu prefiro, o fato de ser um bloco só não interfere na funcionalidade do programa em si.
- R6 Eu mudaria o tempo que fica a fala na tela, erros de pontuação e adicionaria mais instruções em alguns casos. Passa a fala muito rápido e não dá tempo de ler. Os erros dão para ler e ignorar, mas irrita. E mais instruções pois não dá para entender o que escrever ou fazer em algumas situações.
- R7 Eu aprimoraria as instruções da calculadora, pois nela não fala nada sobre como fazer contas de adição, subtração, multiplicação, divisão e porcentagem. Eu colocaria uma instrução sobre como fazer as contas.

8. *A programação de porcentagem está igual a sua? Explique como funciona o cálculo na calculadora analisada.*

- R1 Está bem parecida, os operadores são iguais, porém as variáveis são diferentes.
- R2 Sim, pois ela começa pedindo um número e depois, pede a porcentagem que você gostaria de saber, depois divide esse número por 100, e depois multiplica ele pela porcentagem.
- R3 Sim, o cálculo está igual o meu ( porcentagem 1 x porcentagem 2 / 100 )
- R4 Não porque a minha tem três variáveis e a dela tem duas.
- R5 Está bem similar ao meu programa, só uma diferença de ordem dos valores das variáveis, pois ele divide só na fala, e o meu divide antes.
- R6 Não, nessa calculadora a primeira variável é alterada ao invés de ser um bloco operador dentro do outro. A primeira variável muda para ela mesma dividida por 100, então depois ela é multiplicada pela segunda variável.
- R7 Está igual a minha, a conta feita é (variável) . (variável) / 100.
- R8 Não, o cálculo de porcentagem da calculadora analisada é assim: se "Operação" – "Porcentagem", então mude "Porcentagem" para "Primeiro número" x "Segundo número". Diga "Porcentagem / "100".
- R9 Ele fez o "número 1" vezes o "número 2", e o resultado dessa conta dividido por 100. Eu utilizei o recurso de "juntar" e eu juntei a operação de multiplicação com a de dividir por 100.
- R10 A porcentagem foi Primeiro número multiplicado pelo Segundo número dividido por 100, que deveria ter dado certo, mas não deu.
- R11 Ela usou duas novas variáveis para calcular a porcentagem, eu reutilizei as variáveis que usei nas outras contas e criei apenas uma nova variável para calcular a porcentagem.
- R12 Não o meu você faz: [ {segundo número (a variável)} \* 100 / resposta] / 100. Na dela é: resposta \* (segunda divisão / 100) \*= vezes /= dividido
- R13 A programação de porcentagem não está igual, mas a programação está parecida. A programação da calculadora da pessoa está da seguinte maneira: Primeiro número/100\*segundo número. A minha está da seguinte maneira: Primeiro número\*segundo número/100.

9. *O que acontece quando é calculado mais de 100% de um valor real? Comente sobre o resultado.*

- R1 Ele continua dando a resposta normalmente, ou seja, quando colocamos 101% ele pega o 1% e adiciona junto com o 100%. Exp ; 101% de 70 = 70,70.
- R2 Ele da o resultado do cálculo, por exemplo:  $505 * 207/10 = 1045.35$  mas não determina se é porcentagem.
- R3 O resultado foi um número maior do que o original, ou seja, está funcionando corretamente pois você está pegando o valor anterior mais o valor adicional
- R4 Acontece uma soma.
- R5 O que acontece quando é calculado mais de 100% é que o resultado diminui, porque, no caso de 227% de um valor de 7 e um valor de 30, o resultado de seria dividido por 227.
- R6 A conta é invertida.
- R7 200% de 50= 4. Acho que o resultado deu errado pois a calculadora está programada para dividir por 100, já que é por cento, mas quando é para calcular mais de 100% de um valor real, dá errado.
- R8 Eu fiz 200 por cento de 1500 e deu 300 funciona normalmente com números maior que 100.
- R9 O resultado é o número+.00 no final. Por exemplo: eu coloquei 110% de 100, deu 110.00.

10. *Conte se você aprendeu algo novo enquanto programou a sua calculadora ou quando analisou a calculadora do(a) seu(ua) colega.*

- R1 Eu aprendi como funciona o comando juntar
- R2 Ao montar a minha calculadora aprendi, tanto em mexer melhor em programas como o próprio computador, lembrei a fazer algumas contas, e logico aprendi coisas que nem sabia que dava para fazer na internet. Na calculadora dele aprendi mais sobre a porcentagem em si, pois porcentagem é algo que tenho dificuldade, mas consegui entender a maioria só com o resultado.
- R3 Aprendi diferentes formas de fazer o mesmo cálculo.
- R4 Nós trocamos algumas ideias sobre os erros de cada calculadora, e como minha calculadora estava um pouco demorada.
- R5 Aprendi que posso aumentar as opções de escolha colocando um bloco de escolha dentro do outro.

- R6 Eu aprendi novos jeitos de calcular porcentagem, sem ser o jeito que eu usava no papel.
- R7 Aprendi com a calculadora dele como fazer raiz quadrada na programação.
- R8 Eu aprendi que as vezes temos que preparar direito e explicar direito, por que se você não dar uma informação qualquer, a sua programação pode perder o sentido.
- R9 Não aprendi muito analisando, e sim fazendo, senti que foi uma experiencia única que eu nunca tinha feito antes, e refazer aquilo várias vezes me fez lembrar de calcular porcentagem e me ensinou como programar pelo menos o mínimo.
- R10 Ao analisar a calculadora de meu colega descobri formas mais simples de fazer algo que para mim parecia mais complicado.
- R11 Ao ver a calculadora dele, eu descobri uma nova forma de fazer um programa diferente que partiu da mesma proposta: fazer uma calculadora. A forma que o Marco pensou foi diferente da minha, mas funcionou tão bem quanto.
- R12 Eu consegui aprender sobre programação, e sobre como usar o Scratch em geral. Achei muito legal como pode ter vários processos diferentes e um resultado igual.

11. *Compartilhe um comentário e/ou uma dúvida sobre as tarefas de desenvolvimento e análise de uma calculadora.*

- R1 Achei muito interessante o trabalho com calculadora, no começo achava que seria impossível programar uma calculadora, mas desenvolvendo o projeto vi que era possível.
- R2 Eu achei muito legal, pois eu aprendi como mexer em um programa de programação e aprendi o que são variáveis.
- R3 Gostei de realizar a atividade da calculadora, e principalmente dessa atividade de analisar a calculadora do colega, pois não havia apenas uma forma correta de programar essa atividade, e por meio dessa proposta eu tive a chance de entender como o (estudante) pensou.
- R4 No começo eu senti um pouco de dificuldade, mas ao decorrer das aulas eu ia aprimorando meu conhecimento de programação e no final deu tudo certo. Agora sei fazer até uma calculadora no Scratch.
- R5 Como que foi possível a primeira calculadora ser criada?
- R6 Eu adorei o desenvolvimento além de lembrar a porcentagem.
- R7 Adorei ficar jogando, e fazendo cálculos enormes.

- R8 Foi muito legal fazer a calculadora porque nos deu um outro ponto de vista sobre programação.
- R9 Eu gostei muito dessas tarefas realizadas, eu acho que as aulas deviam ser mais assim diferenciadas

#### 4.4.3. Análise dos dados da Tarefa 4

A Tarefa 4 tinha o objetivo de trabalhar a competência crítica dos estudantes a partir de uma análise de uma calculadora desenvolvida por outra pessoa e, como as outras tarefas anteriores foram individuais e os momentos de troca durante seu desenvolvimento se deu de forma livre, ela possibilitou que os estudantes tivessem um olhar mais completo e crítico para o trabalho do outro.

Dentre as respostas coletadas por meio do questionário aplicado, é possível perceber que há descobertas sobre outros modos de programação, pois alguns estudantes citaram, por exemplo, programas mais lúdicos, programas com operações para além das que foram pedidas, calculadoras que utilizaram blocos de programação mais complexos ou diferentes interações com o usuário.

Além dos diferenciais, os estudantes também puderam opinar sobre possíveis aprimoramentos e, nesta etapa, surgiram críticas sobre o(a) programador(a) não ter explorado as diversas possibilidades oferecidas pelo *Scratch*, aumento de interações com o usuário, tempo de resposta da calculadora, uso de outras operações ou instruções para o uso do programa desenvolvido (categorias 7 e 8).

Sobre a análise e comparação do algoritmo utilizado para o cálculo de porcentagem, não houve dificuldade em interpretar o programa e, mais uma vez, a tarefa promoveu a possibilidade de descobertas sobre outros modos de programar a mesma função e toda a reflexão foi feita a partir do uso das variáveis, revelando indicadores observáveis acerca da compreensão dos estudantes sobre este conceito.

Em algumas destas respostas foi possível identificar alguns equívocos conceituais como, por exemplo, utilizar a mesma representação para duas variáveis que, a princípio, deveriam ser diferentes. Ficou a cargo da professora investigar se foi um erro de representação, de interpretação do estudante que analisou a calculadora (categorias 4, 7 e 8) ou se está associado à incapacidade de resolver tarefas que necessitem de conceitos reversos.

Para construir um conceito reversível, o aprendiz não precisa se envolver na atividade por meio da qual o conceito original foi desenvolvido (ou uma atividade de nível inferior relacionada). Ele deve ser capaz de evocar o conceito original (...) nossa pesquisa forneceu evidências de que um estudante pode ter o conceito original e ser incapaz de resolver tarefas reversas. Mesmo ter um dos conceitos reversos não torna os outros conceitos reversos óbvios. (Simon, 2018, n.p., tradução nossa)

Dentre as respostas coletadas sobre porcentagem, nota-se que esta tarefa também possibilitou três diferentes formas de reflexão dos estudantes (categoria 1, 2 e 8): a) redescoberta ou retomada de uma propriedade já conhecida; b) elaboração de hipóteses ou c) manifestação de um equívoco conceitual.

R1: Ele continua dando a resposta normalmente, ou seja, quando colocamos 101% ele pega o 1% e adiciona junto com o 100%. Exp : 101% de 70 = 70,70.

R9: O resultado é o número+.00 no final. Por exemplo: eu coloquei 110% de 100, deu 110.00.

R2: Ele dá o resultado do cálculo, por exemplo:  $505 * 207/10=1045.35$  mas não determina se é porcentagem.

Analogamente à análise da Tarefa 3, as respostas R1, R9 e R2 podem ser exemplos de reflexões do tipo (a), (b) e (c), respectivamente. Atribui-se as diferentes possibilidades de respostas dos estudantes às características deste tipo de tarefa (categoria 4 e 5) que, além de não ser paralisadora, pois não impede a participação de nenhum estudante independentemente do seu nível conceitual disponível, promove uma visão mais complexa dos obstáculos de aprendizagem e favorece a avaliação e tomada de decisões da professora (categoria 6 e 8).

#### 4.5. Síntese das análises e resultados

Esta pesquisa teve o objetivo de investigar o potencial formativo das tarefas matemáticas em uma THA dedicada a introduzir a noção de variável no estudo de polinômios de um grupo de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental e, para isso, buscou responder as questões: a) Quais desafios conceituais são promovidos pelas tarefas matemáticas que introduzem a noção de variável, no contexto de polinômio, com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental? b) Como as características das tarefas matemáticas podem influenciar o processo de ensino e aprendizagem da noção de variável? c) Quais são os indicadores observáveis, revelados pelas tarefas matemáticas em uma THA, sobre a compreensão de estudantes do 8º ano sobre variáveis e polinômios?.

A partir da análise apresentada anteriormente, serão apresentados resultados fundamentados nos pressupostos teóricos desta pesquisa a fim de encontrar reflexões que possam encaminhar uma discussão para possíveis respostas às questões deste trabalho.

A questão (a) direcionou a análise para o levantamento de desafios conceituais promovidos pelas Tarefas 1, 2, 3 e 4, uma vez que parte importante da proposta de Simon (2018) é entender a construção de conceitos mais avançados a partir de conceitos anteriores. Além disso, no que diz respeito às características das tarefas, houve a intenção de que os estudantes se deparassem com tarefas cognitivamente desafiadores, pois, segundo Cyrino et al. (2018), quanto maior o nível de demanda cognitiva de uma tarefa, maior é a atenção dos estudantes e mais ampla é sua compreensão de ideias e conceitos matemáticos.

Sobre os desafios conceituais, é possível afirmar que as tarefas desenvolvidas nesta THA promoveram habilidades relacionadas ao trabalho com a variável como número genérico (Ursini, 2019), como: interpretar diferentes representações para a variável; reconhecer padrões, perceber regras e métodos; interpretar a variável como uma entidade que pode assumir qualquer valor; manipular expressões gerais e simbolizar regras ou métodos, abordagem esta que complexificou o sentido da variável e dos símbolos em expressões algébricas.

A participação dos estudantes expôs momentos em que eles puderam articular uma sequência de conceitos disponíveis que envolviam ações e objetivos, para organizar, comparar e identificar padrões, fenômeno que Simon e Tzur (2004, n.p., tradução nossa) atribuem à experiência promovida pelo mecanismo de reflexão nas relações entre atividade-efeito, já que “essa abstração reflexiva de uma nova relação atividade-efeito (para o estudante) é o mecanismo pelo qual um novo conceito é construído”.

A corroboração de hipóteses levantadas pela professora durante a elaboração da THA e o levantamento de novas hipóteses a partir da observação da atividade dos estudantes e da interação com eles também colaborou para identificar quais desafios foram promovidos pelas tarefas, uma vez que alguns deles foram intensificados por haver barreiras, na aprendizagem dos estudantes, que impediram o desenvolvimento de um novo conceito, como, por exemplo, o uso equivocado de uma mesma variável para diferentes termos em uma soma.

Durante a análise dos dados produzidos, a busca de respostas para a questão (b) permitiu que fossem destacadas características das tarefas que influenciaram tanto no processo de ensino quanto no processo de aprendizagem da noção de variável, aprofundando a discussão sobre os tipos de tarefas desenvolvidos para a trajetória hipotética de aprendizagem deste trabalho.

Considerando que as tarefas exigiram dos estudantes as habilidades relacionadas ao uso da variável como um número genérico, proposta pelo modelo de Ursini (2019), notou-se que as tarefas no *Scratch* potencializaram uma representação não simbólica, com o uso de termos descritivos e explicativos para a função que cada variável assumiria no programa desenvolvido. Este tipo de representação possibilitou que a professora inferisse, com elementos descritivos, sobre as estratégias e a compreensão do estudante para a resolução da tarefa. A representação algébrica, utilizada nos questionários, apareceu com maior frequência em momentos que o estudante resolveu por escrito algum tipo de conta para elaborar hipóteses, traçar estratégias ou validar resultados.

Este resultado pode ser justificado pelo tipo de tarefa que, segundo Swan (2017), tem o objetivo de desenvolver a competência estratégica, uma vez que planifica uma abordagem, reflete sobre a solução dentro de um contexto e identifica as variáveis significativas na situação representada, o que pode ser relacionado a tarefas que resolvem um problema não rotineiro, por meio da criação e desenvolvimento de uma cadeia de raciocínio e que formulam um modelo matemático para uma situação apresentada.

Ao observar ações e objetivos dos estudantes ao longo do desenvolvimento das tarefas, foi possível identificar que este tipo de tarefa exigiu que os estudantes compreendessem a natureza de procedimentos e relações que envolvem a variável, mobilizando outros conhecimentos, fazendo conexões entre diferentes representações com diagramas visuais e manipuláveis e sem haver uma única forma possível de resolução para isto. Tais características podem ser associadas às tarefas que envolvem elevado nível de demanda cognitiva e que, de acordo com Stein e Smith (2009), são tarefas caracterizadas pelos procedimentos com conexão com significado e pelo fazer matemática.

Sob o ponto de vista do conhecimento mobilizado pela professora, as características destas tarefas, no contexto de uma THA, exigiu que a professora estivesse envolvida intensamente durante todo o desenvolvimento deste trabalho, pois, além das tarefas revelarem as habilidades e conceitos disponíveis que os estudantes precisaram mobilizar, elas também revelaram barreiras na aprendizagem dos estudantes em relação a conceitos secundários nesta trajetória e, em momentos como este, a presença e interação com a professora era fundamental para tomadas de decisão sobre a continuidade e reorganização das tarefas, tempo de execução e, principalmente, levantamento de dados para elaboração do trabalho que seria desenvolvido após a finalização das tarefas desta THA.

É possível afirmar que a elaboração e o levantamento de hipóteses, orientados pelos objetivos da tarefa, criaram um cenário em que a professora pôde aprender sobre ensino e aprendizagem de matemática e sobre o pensamento dos estudantes (Simon, 1995), pois, como a produção do estudante foi constantemente observada e recebeu lugar central para as tomadas de decisão, a professora se viu em momentos em que não tinha respostas para as perguntas que os estudantes fizeram, em que diferentes níveis de conhecimento estavam sendo articulados e considerados e momentos em que tempos diferentes de execução precisavam existir para garantir a participação de todos os estudantes envolvidos, o que levou a professora a considerar que o objetivo primário das tarefas também gera objetivos parciais e que estes devem ser considerados quando o cenário envolve e valoriza heterogeneidade nas estratégias e produções, o que leva a discutir a questão (c) desta pesquisa.

A conjunção de tarefas cognitivamente desafiadoras, em um cenário hipotético de aprendizagem, garantiu a participação dos estudantes em seus diferentes níveis de compreensão sobre a variável. Os protocolos produzidos, somados ao engajamento dos estudantes, revelaram indicadores observáveis de estudantes que foram capazes de articular o conceito de variável com propriedades já conhecidas, estudantes que criaram novas hipóteses sobre um fenômeno matemático que envolvia variáveis e estudantes que, ao lidar com o conceito de variável em

suas diferentes representações, reencontraram e puderam manifestar barreiras na aprendizagem tanto em relação ao conceito principal trabalhado nesta THA, quanto a conceitos estruturantes e fundamentais para sua aprendizagem.

Por fim, vale destacar que as reflexões produzidas a partir das respostas às questões desta pesquisa possibilitaram pensar o potencial formativo das tarefas nesta THA sob duas perspectivas: a do estudante que, independentemente de seu repertório, pôde experienciar o movimento da atividade humana para o desenvolvimento de seu conhecimento e a da professora que aumentou o seu repertório em relação ao conhecimento dos estudantes e ao seu próprio conhecimento.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

*Neste último capítulo apresentamos uma conclusão sobre nossas conclusões. D' Ambrosio, Lopes, 2014*

O estudo apresentado teve o objetivo de investigar o potencial formativo das tarefas matemáticas em uma THA dedicada a introduzir a noção de variável no estudo de polinômios de um grupo de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, em que a professora titular deste grupo é também pesquisadora e autora do presente trabalho. Para compor o objetivo desta pesquisa, foram elaboradas as seguintes questões: a) Quais desafios conceituais são promovidos pelas tarefas matemáticas que introduzem a noção de variável, no contexto de polinômio, com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental? b) Como as características das tarefas matemáticas podem influenciar o processo de ensino e aprendizagem da noção de variável? c) Quais são os indicadores observáveis, revelados pelas tarefas matemáticas em uma THA, sobre a compreensão de estudantes do 8º ano sobre variáveis e polinômios?

Para o desenvolvimento deste trabalho, foi elaborada uma trajetória hipotética de aprendizagem (THA) que, segundo Simon (1995), é um modelo construtivista voltado para o ensino e aprendizagem de matemática. As quatro tarefas que compuseram a THA foram elaboradas a partir de objetivos de aprendizagem que envolveram o conceito de variável utilizando a linguagem de programação por blocos do *Scratch* e, para cada tarefa, a professora pesquisadora elaborou hipóteses de aprendizagem que auxiliaram no processo de elaboração da THA, no desenvolvimento das tarefas e na análise dos dados produzidos.

A elaboração das tarefas foi fundamentada pela categorização e pelos tipos de tarefas propostos nos trabalhos de Stein e Smith (2009), Ponte (2014) e Swan (2017), priorizando tarefas que permitissem diferentes respostas e estratégias de resolução e que envolvessem elevado nível de demanda cognitiva dos estudantes. Para trabalhar e compreender o conceito de variável, foi utilizado o modelo 3UV (Ursini, 2019), possibilitando identificar o uso da variável e as habilidades relacionadas a ele.

Este estudo pode ser identificado como uma pesquisa qualitativa, pois priorizou a obtenção de dados descritivos, coletados por meio do contato direto da professora pesquisadora com a situação estudada, com foco nos processos pelos quais os estudantes participantes foram submetidos e, para a obtenção destes dados, o desenvolvimento da THA se deu na escola em que a professora pesquisadora é também a professora titular de Matemática dos estudantes envolvidos. A pesquisa foi autorizada pela escola, passou pela aprovação do Comitê de Ética

em Pesquisa (CEP) e contou com a participação voluntária de 49 estudantes do 8º ano do EF que realizaram as tarefas em suas respectivas turmas, junto aos outros estudantes, no horário regular da aula de Matemática.

Os dados produzidos foram registrados por meio de protocolos dos estudantes, gravações de áudio e caderno de registro da professora pesquisadora e sua análise foi feita a partir de categorias de análise (Quadros 8 e 9), seguindo a técnica de Análise de Conteúdo de Bardin (2016), organizada em três etapas: a pré-análise, etapa em que os dados foram selecionados e organizados; a exploração do material: etapa de identificação das categorias a partir de princípios orientadores relacionados aos pressupostos teóricos desta pesquisa; e tratamento dos resultados, etapa em que a análise dos dados gerou uma reflexão e elaboração de respostas às questões de pesquisa.

Como resultado desta pesquisa, é possível afirmar que o cenário hipotético produzido pela THA permitiu que, por meio da participação dos estudantes, fossem identificadas situações em que eles articularam conceitos disponíveis para a formação de um conceito de nível superior durante a execução de tarefas que envolviam variáveis matemáticas. Além disso, esta pesquisa mostrou que, o fato de as tarefas sobre variáveis serem cognitivamente desafiadoras e de caráter aberto, potencializou o debate em sala de aula e promoveu situações em que estudantes com diferentes níveis de compreensão puderam mobilizar conhecimentos na execução das propostas apresentadas.

Sob a perspectiva da professora, o desenvolvimento das tarefas exigiu seu envolvimento constante para tomada de decisões e para que houvesse uma mobilização de seus próprios saberes sobre matemática e sobre ensinar matemática. No que diz respeito aos indicadores observáveis sobre a compreensão dos estudantes sobre variáveis, as tarefas proporcionaram que eles resgatassem conceitos já aprendidos, criassem hipóteses sobre situações matemáticas ou revelassem barreiras na aprendizagem que pudessem desfavorecer sua compreensão sobre o conceito trabalhado.

Entende-se que este trabalho é relevante para o cenário de pesquisas que estudam trajetórias hipotéticas de aprendizagem, pois, como mostrado na revisão bibliográfica, nenhuma das dissertações e teses lidas apresentam, em seus objetivos, um enfoque para discutir as tarefas em uma THA e tampouco há trabalhos sobre variáveis matemáticas ou que utilizaram a linguagem de programação *Scratch*. Sabe-se que este trabalho não é suficiente para concluir qual é o papel que as tarefas assumem em uma THA, porém acredita-se que a reflexão apresentada pode auxiliar no início deste debate.

É necessário reconhecer os desafios e limitações enfrentados nesta pesquisa, pois estes

podem gerar impactos no desenvolvimento de uma trajetória hipotética de aprendizagem. O registro dos dados ter sido feito apenas pela professora pesquisadora foi desafiador porque, além dos registros, ela assumiu todos os papéis na sala de aula, como discutir sobre dúvidas conceituais, ajudar com dispositivos eletrônicos e toda a demanda digital que surge com estes tipos de tarefa, além de lidar com questões socioemocionais que estão diariamente presentes no cotidiano escolar.

Para o desenvolvimento desta THA, foi necessário que a professora pesquisadora estivesse disposta a realizar mudanças constantes na trajetória e sabe-se que a flexibilidade curricular e o tempo disponível para realização das mudanças necessárias nem sempre estão disponíveis no cotidiano do(a) professor(a), dadas as cobranças externas ou condições de trabalho que não favorecem este tipo de organização de aulas. A flexibilidade do tempo de aplicação é o fato desta pesquisa ter maior enfoque no seu desenvolvimento do que no seu produto foram fatores essenciais para conseguir desenvolver as tarefas elaboradas, porém compreende-se que a finalização da THA envolve renúncias e prioridades e, portanto, cabe ao(à) professor(a) envolvido(a) fazê-lo de forma consistente com sua prática e utilizar a análise deste processo como base para o planejamento dos próximos momentos de aprendizagem.

A possibilidade de desenvolver uma THA em parceria com o orientador da autora garantiu o olhar crítico do outro, cujas experiências são diferentes das vividas pela professora pesquisadora, e possibilitou que as tarefas, objetivos e expectativas fossem ajustados e as hipóteses de aprendizagem fossem identificadas com maior facilidade.

A trajetória hipotética de aprendizagem, contendo as tarefas, objetivos e hipóteses de aprendizagem, originou o produto educacional desta dissertação e, neste documento, é possível encontrar orientações para uso do software *Scratch* e um breve resumo sobre as teorias que fundamentaram esta pesquisa, com um design adaptado e pensado para educadores e educadoras.

### **Tópicos para outras(futuras) discussões**

Ao longo deste trabalho, notou-se que a discussão sobre o tipo de tarefas desenvolvidas utilizando a linguagem de programação *Scratch* tem o potencial de ser associado à ideia de Pensamento Computacional (PC), pois, como afirma Azevedo e Maltempo (2020), pensar computacionalmente é uma forma de incentivar novos modos de pensamento e novos caminhos de produção de conhecimento. Sendo assim, a experiência utilizando o computador deve ir além de um simples trabalho com tecnologias da informação e, de certa forma, a experiência com a

linguagem *Scratch*, além de proporcionar situações inovadoras, pareceu promissora para o trabalho com o pensamento computacional nas aulas de matemática.

A proposta da presença do pensamento computacional nas aulas de matemática também está prevista na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que o apresenta em situações que “envolve as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos” (BRASIL, 2017, p. 474) e destaca que seu desenvolvimento está centrado no Ensino Fundamental.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, Jussara de Lóiola; BORBA, Marcelo de Carvalho. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, p. 25-45, 2004.
- AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V. Processo de Aprendizagem de Matemática à luz das Metodologias Ativas e do Pensamento Computacional. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 26, 2020.
- BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto editora, 1994.
- BONAL, Xavier; GONZÁLEZ, Sheila. O impacto do lockdown nas lacunas de aprendizagem: clivagens familiares e escolares em tempos de crise. **Utopias e Distopias em educação nos tempos pós-pandemia**, p. 37-60, 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base nacional comum curricular. Brasília: MEC/SEB, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em: 24 mai. 2021.
- CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Gradiva, 2012.
- CASTAÑON, Gustavo Arja. O que é construtivismo. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência**, v. 1, n. 2, p. 209-242, 2015.
- CAVALCANTI, Winderson Braga. THA: Análise de uma proposta de ensino de funções polinomiais de 1º e 2º graus a partir de experimentos de Física no ensino fundamental. Dissertação. 2021.
- CRESWELL, John W.; CRESWELL, J. David. **Projeto de pesquisa-: Métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Penso Editora, 2021.
- CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; JESUS, Cristina Cirino de. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciência & Educação**, v. 20, n. 03, p. 751-764, 2014.
- DAMASCO, Fabiana Caldeira. Formação continuada de professores de matemática e o desenvolvimento da competência de observar com sentido. Teses e Dissertações PPGECIM, 2022.

- D'AMBRÓSIO, Beatriz Silva; D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Formação de professores de matemática: professor-pesquisador. **Atos de pesquisa em educação**, v. 1, n. 1, p. 75-85, 2006.
- D'AMBROSIO, Beatriz Silva; LOPES, Celi Espasandin. **Trajetórias profissionais de educadoras matemáticas**. Mercado de Letras, 2014.
- FIORENTINI, Dario et al. **O professor que ensina matemática como campo de estudo: concepção do projeto** de pesquisa. Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período, v. 2012, p. 17-42, 2001.
- FRY, Hannah. **Hello world: Being human in the age of algorithms**. WW Norton & Company, 2018.
- GADANIDIS, George et al. Computational thinking, grade 1 students and the binomial theorem. **Digital Experiences in Mathematics Education**, v. 3, p. 77-96, 2017.
- GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª. Ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- HOOKS, Bell. **Ensinando a transgredir: a educação como prática da liberdade**. 2 ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2017.
- JESUS, Cristina Cirino de; CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; OLIVEIRA, Hélia. Análise de tarefas cognitivamente desafiadoras em um processo de formação de professores de Matemática Analysis of cognitively challenging tasks in a process of mathematics teacher education. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 20, n. 2, 2018.
- LIMA, Claudia Neves do Monte Freitas de; NACARATO, Adair Mendes. A investigação da própria prática: mobilização e apropriação de saberes profissionais em Matemática. **Educação em Revista**, v. 25, n. 02, p. 241-265, 2009.
- LIMA, Patrick Oliveira de. Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções logarítmicas. Dissertação. 2009.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.
- MATOS, Ana; DA PONTE, João Pedro. O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8. ano. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 11, n. 2, p. 195-231, 2008.

- MALONEY, John et al. The scratch programming language and environment. **ACM Transactions on Computing Education (TOCE)**, v. 10, n. 4, p. 1-15, 2010.
- MOURA, Anna Regina Lanner de; SOUSA, Maria do Carmo de. O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes. **ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática**, v. 13, n. 2, p. 11-46, 2005.
- MOREIRA, Gláucia Marins. Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem e sua Interlocução com os Conhecimentos Didático-Matemáticos para o Ensino da Matemática: desafios e possibilidades vivenciadas por uma professora pesquisadora. Dissertação. 2022.
- MORIOKA, Julia Macedo de Oliveira. Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo aditivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem. Dissertação. 2022.
- OLIVEIRA, Julio Cezar Rodrigues. Uma Trajetória hipotética de aprendizagem para o ensino de logaritmos na perspectiva da resolução de problemas. Dissertação 2015.
- PIRES, Célia Maria Carolino. Perspectivas construtivistas e organizações curriculares: um encontro com as formulações de Martin Simon. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 11, n. 1, 2009.
- PONTE, João Pedro da. Pesquisar para compreender e transformar a nossa própria prática. **Educar em revista**, n. 24, p. 37-66, 2004.
- PONTE, João Pedro da. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. **Práticas profissionais dos professores de matemática**, v. 1, p. 13-31, 2014.
- REDE NOSSA SÃO PAULO. **Mapa da desigualdade 2022**. Disponível em: <[https://www.nossasaopaulo.org.br/wp-content/uploads/2022/11/Mapa-da-Desigualdade-2022\\_Tabelas.pdf](https://www.nossasaopaulo.org.br/wp-content/uploads/2022/11/Mapa-da-Desigualdade-2022_Tabelas.pdf)>. Acesso em: 13 de jun. 2023.
- SCRATCH. Instituto de Tecnologia de Massachusetts. Disponível em: <<https://scratch.mit.edu/>>. Acesso em: 24.mai. 2021.
- SIMON, Martin A.; TZUR, Ron. Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. **Mathematical thinking and learning**, v. 6, n. 2, p. 91-104, 2004.
- SIMON, Martin A. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. **Journal for research in mathematics education**, v. 26, n. 2, p. 114-145, 1995.

- SIMON, Martin A. et al. Towards an integrated theory of mathematics conceptual learning and instructional design: The Learning Through Activity theoretical framework. **The Journal of Mathematical Behavior**, v. 52, p. 95-112, 2018.
- SOUSA, José Raul de; SANTOS, Simone Cabral Marinho dos. Análise de conteúdo em pesquisa qualitativa: modo de pensar e de fazer. *Pesquisa e debate em Educação*, v. 10, n. 2, p. 1396-1416, 2020.
- STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schan. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática. **Educação e Matemática**, v. 105, n. 5, p. 22-28, 2009.
- SWAN, Malcom. Conceber tarefas e aulas que desenvolvam a compreensão conceptual, a competência estratégica e a consciência crítica. **Educação e Matemática**, v. 144, p. 67-72, 2017.
- THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. Cortez editora, 2022.
- URSINI, Sonia. O trabalho dos estudantes da escola média com variável algébrica: uma comparação entre a Itália e o México. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 3, p. 119-142, 2019.
- ZEICHNER, Kenneth M. Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico In: GERALDI, Corinta M.; FIORENTINI, Dario & PEREIRA, Elisabete M. (orgs.) **Cartografia do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a)**. Campinas, Mercado de Letras ABL, 1998. pp. 207-236.

## APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE - PARA ALUNOS MENORES DE IDADE)



Ministério da Educação  
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica  
Instituto Federal Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
Comitê de Ética em Pesquisa

Você está sendo convidado(a) a participar como voluntário(a) de uma pesquisa educacional chamada “O papel das tarefas no ensino de variáveis em matemática: uma trajetória hipotética de aprendizagem no Ensino Fundamental II”. Estamos fazendo este estudo para compreender como as tarefas e atividades matemáticas podem colaborar a aprendizagem de variáveis e polinômios e como elas podem ajudar no desenvolvimento do pensamento computacional.

A pesquisa será realizada nas nossas aulas de Matemática no 8º ano e, caso você concorde em participar, poderão ser feitas anotações de aula, recolhimento de algumas produções suas e algumas perguntas para me ajudar a compreender a sua produção. Você só participará desta pesquisa se quiser e poderá desistir de participar a qualquer momento, sem prejuízos. Além disso, a participação na pesquisa não terá qualquer influência em suas notas. Sua participação é voluntária, ou seja, não haverá nenhum pagamento ou recompensa pela participação.

Caso concorde em participar, seu nome não será divulgado em nenhum momento. As anotações, entrevistas e produções serão analisadas apenas pela professora pesquisadora e seu orientador e todos os dados serão usados somente para este estudo e possíveis artigos a partir dessa pesquisa.

Os benefícios da pesquisa estão relacionados a proporcionar novas situações de ensino e aprendizagem, por meio do desenvolvimento de trajetórias hipotéticas de aprendizagem, para o desenvolvimento do conceito de variáveis. As atividades que serão realizadas terão, como uma de suas características, o trabalho com diferentes registros de representação semiótica e poderão contribuir para a compreensão desse objeto matemático. Além disso, você também colaborará com uma pesquisa e poderá ajudar outros professores a realizarem um trabalho parecido com as suas turmas.

Os possíveis riscos associados à essa investigação são mínimos e referem-se:

- 1) Ao risco de exposição dos dados dos(as) participantes sem o consentimento dos(as) mesmos(as). Como forma de minimizar esse risco serão adotados pseudônimos para todos os participantes da pesquisa, sendo que seus dados verdadeiros, como nomes, serão conhecidos apenas pela professora pesquisadora e seu orientador.
- 2) A possível abordagem para entrevistas durante a realização das atividades, pois essas perguntas podem gerar um fator de incômodo e/ou constrangimento nos participantes. Para minimizar esse risco, destacamos que, ao longo da pesquisa, não será feito nenhum tipo de julgamento ou de avaliação dos estudantes participantes e que essas entrevistas e atividades servirão apenas para que as situações vivenciadas ao longo das aulas possam ser, posteriormente, mais bem descritas e analisadas.

Ressaltamos que os possíveis riscos serão minimizados e/ou eliminados por meio da supervisão e da orientação da professora pesquisadora e do seu orientador. Todo o material coletado será arquivado pela professora por cinco anos, assegurando-se o sigilo sobre a participação dos envolvidos no projeto. Após esse período, os dados serão destruídos por meio de incineração.

Os conhecimentos resultantes do estudo poderão ser divulgados em revistas, em jornais, em congressos ou outros encontros acadêmicos/científicos e na produção de uma dissertação de mestrado e de um produto educacional. Em qualquer uma das situações seu nome será mantido em sigilo.

Caso você não queira participar, nenhuma informação será coletada, incluindo registros escritos, e você não sofrerá qualquer tipo de punição ou prejuízo acadêmico por essa decisão.

Garantimos, quando necessário, o ressarcimento das despesas devido à sua participação na pesquisa, ainda que não previstas inicialmente. Comprovada a necessidade de ressarcimento de despesas pela sua participação na pesquisa, este será feito mediante transferência bancária para uma conta corrente indicada pelos seus responsáveis.

Também estão assegurados o direito a pedir indenizações e a cobertura material para reparação do dano causado pela pesquisa ao participante. Asseguramos o direito de assistência integral gratuita devido a danos diretos e indiretos ou imediatos e tardios decorrentes da participação no estudo, pelo tempo que for necessário.

Se você quiser, por qualquer motivo, esclarecer algum aspecto do projeto e/ou das atividades que serão desenvolvidas no mesmo, poderá entrar em contato com os pesquisadores (cujos endereços eletrônicos estão abaixo). Você também pode entrar em contato com quem autorizou essa pesquisa, o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos do Instituto Federal de São Paulo (CEP/IFSP) ou com a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP). O CEP/IFSP fica na Rua Pedro Vicente, 625, Canindé – São Paulo – SP. Telefone: (11) 3775-4569, e-mail: [cep\\_ifsp@ifsp.edu.br](mailto:cep_ifsp@ifsp.edu.br).

Agradecemos, desde já, a sua colaboração.

São Paulo, 01 de fevereiro de 2023.



---

Dr. Armando Traldi Jr  
Professor orientador  
E-mail: [traldi@ifsp.edu.br](mailto:traldi@ifsp.edu.br)  
Rua Arinaia, 312, apto 41A – São  
Paulo - SP  
Telefone: (11) 2763-3566



---

Amanda Oliveira Calazans  
Estudante de Pós-Graduação  
/Professora pesquisadora  
E-mail:  
[amanda.calazans@aluno.ifsp.edu.br](mailto:amanda.calazans@aluno.ifsp.edu.br)  
Rua São Benedito, 1359 – São Paulo -  
SP  
Telefone: (11) 99171-4081

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA  
Rua Pedro Vicente, 625 Canindé –  
São Paulo/SP  
Telefone: (11) 3775-4665  
E-mail: cep\_ifsp@ifsp.edu.br

Eu, \_\_\_\_\_ aceito participar da pesquisa “O papel das tarefas no ensino de variáveis em matemática: uma trajetória hipotética de aprendizagem no Ensino Fundamental II”. Eu entendi os riscos e benefícios que podem acontecer e entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir da participação que não haverá julgamento ou prejuízos acadêmicos. A professora tirou minhas dúvidas, informou sobre a pesquisa e pediu autorização para os meus responsáveis.

Recebi uma cópia deste documento e eu ou meus responsáveis podemos tirar qualquer dúvida a qualquer momento da pesquisa.

Data: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Nome do participante da pesquisa

Assinatura

**APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)**

Ministério da Educação  
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica  
Instituto Federal Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
Comitê de Ética em Pesquisa

O seu filho(a) está sendo convidado(a) a participar como voluntário(a) de uma pesquisa educacional chamada **“O papel das tarefas no ensino de variáveis em matemática: uma trajetória hipotética de aprendizagem no Ensino Fundamental II”**. Estamos fazendo este estudo para compreender como as tarefas e atividades matemáticas podem colaborar com a aprendizagem de variáveis e polinômios e como elas podem ajudar no desenvolvimento do pensamento computacional.

A pesquisa será realizada nas aulas de Matemática no 8º ano e, caso você autorize a participação do(a) seu(ua) filho(a), poderão ser feitas anotações de aula, recolhimento de algumas produções dele(a) e algumas perguntas para me ajudar a compreender a produção. Ele(a) só participará desta pesquisa se quiser e poderá desistir de participar a qualquer momento, sem prejuízos. Além disso, a participação na pesquisa não terá qualquer influência nas notas. A participação dele(a) é voluntária, ou seja, não haverá nenhum pagamento ou recompensa pela participação.

Caso autorize-o(a) a participar, o nome dele(a) não será divulgado em nenhum momento. As anotações, entrevistas e produções serão analisadas apenas pela professora pesquisadora e seu orientador e todos os dados serão usados somente para este estudo e possíveis artigos a partir dessa pesquisa.

Os benefícios da pesquisa estão relacionados a proporcionar novas situações de ensino e aprendizagem, por meio do desenvolvimento de trajetórias hipotéticas de aprendizagem, para o desenvolvimento do conceito de variáveis. As atividades que serão realizadas terão, como uma de suas características, o trabalho com diferentes registros de representação semiótica e poderão contribuir para a compreensão desse objeto matemático. Além disso, seu(ua) filho(a) também colaborará com uma pesquisa e poderá ajudar outros professores a realizarem um trabalho parecido com as suas turmas.

Os possíveis riscos associados à essa investigação são mínimos e referem-se:

- 1) Ao risco de exposição dos dados dos(as) participantes sem o consentimento dos(as) mesmos(as). Como forma de minimizar esse risco serão adotados pseudônimos para todos os participantes da pesquisa, sendo que seus dados verdadeiros, como nomes, serão conhecidos apenas pela professora pesquisadora e seu orientador.
- 2) A possível abordagem para entrevistas durante a realização das atividades, pois essas perguntas podem gerar um fator de incômodo e/ou constrangimento nos participantes. Para minimizar esse risco, destacamos que, ao longo da pesquisa, não será feito nenhum tipo de julgamento ou de avaliação dos estudantes participantes e que essas entrevistas e atividades servirão apenas para que as situações vivenciadas ao longo das aulas possam ser, posteriormente, mais bem descritas e analisadas.

Ressaltamos que os possíveis riscos serão minimizados e/ou eliminados por meio da supervisão e da orientação da professora pesquisadora e do seu orientador. Todo o material coletado será arquivado pela professora por cinco anos, assegurando-se o sigilo sobre a participação dos envolvidos no projeto. Após esse período, os dados serão destruídos por meio de incineração.

Os conhecimentos resultantes do estudo poderão ser divulgados em revistas, em jornais, em congressos ou outros encontros acadêmicos/científicos e na produção de uma dissertação de mestrado e de um produto educacional. Em qualquer uma das situações o nome do(a) seu(a) filho(a) será mantido em sigilo.

Caso ele(a) não queira participar, nenhuma informação será coletada, incluindo registros escritos, e ele(a) não sofrerá qualquer tipo de punição ou prejuízo acadêmico por essa decisão.

Garantimos, quando necessário, o ressarcimento das despesas devido à participação na pesquisa, ainda que não previstas inicialmente. Comprovada a necessidade de ressarcimento de despesas pela participação na pesquisa, este será feito mediante transferência bancária para uma conta corrente indicada pelos seus responsáveis.

Também estão assegurados o direito a pedir indenizações e a cobertura material para reparação do dano causado pela pesquisa ao participante. Asseguramos o direito de assistência integral gratuita devido a danos diretos e indiretos ou imediatos e tardios decorrentes da participação no estudo, pelo tempo que for necessário.

Se você quiser, por qualquer motivo, esclarecer algum aspecto do projeto e/ou das atividades que serão desenvolvidas no mesmo, poderá entrar em contato com os pesquisadores (cujos endereços eletrônicos estão abaixo). Você também pode entrar em contato com quem autorizou essa pesquisa, o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos do Instituto Federal de São Paulo (CEP/IFSP) ou com a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP). O CEP/IFSP fica na Rua Pedro Vicente, 625, Canindé – São Paulo – SP. Telefone: (11) 3775-4569, e-mail: [cep\\_ifsp@ifsp.edu.br](mailto:cep_ifsp@ifsp.edu.br).

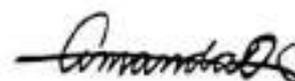
**Agradecemos, desde já, a sua colaboração.**

**São Paulo, 01 de fevereiro de 2023.**



---

Dr. Armando Traldi Jr  
Professor orientador  
E-mail: [traldi@ifsp.edu.br](mailto:traldi@ifsp.edu.br)  
Rua Arinaia, 312, apto 41A – São  
Paulo - SP  
Telefone: (11) 2763-3566



---

Amanda Oliveira Calazans  
Estudante de Pós-Graduação  
/Professora pesquisadora  
E-mail:  
[amanda.calazans@aluno.ifsp.edu.br](mailto:amanda.calazans@aluno.ifsp.edu.br)  
Rua São Benedito, 1359 – São Paulo -  
SP  
Telefone: (11) 99171-4081

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA  
Rua Pedro Vicente, 625 Canindé –  
São Paulo/SP  
Telefone: (11) 3775-4665  
E-mail: cep\_ifsp@ifsp.edu.br

Eu, \_\_\_\_\_, autorizo o(a) aluno(a) \_\_\_\_\_ a participar da pesquisa “O papel das tarefas no ensino de variáveis em matemática: uma trajetória hipotética de aprendizagem no Ensino Fundamental II”. Afirmo que entendi os riscos e benefícios que podem acontecer e entendi que meu(inha) filho(a) pode dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, pode dizer “não” e desistir da participação que não haverá julgamento ou prejuízos acadêmicos.

Declaro que recebi uma cópia deste documento e entendi que eu ou meu(inha) filho(a) podemos tirar qualquer dúvida a qualquer momento da pesquisa.

Data: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Assinatura

## APÊNDICE C – CARTA DE AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA

Ao Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP.



Prezado Comitê de Ética em Pesquisa do IFSP,

Na função de representante legal da Escola Nossa Senhora das Graças - Gracinha, informo que o projeto de pesquisa intitulado “O papel das tarefas no ensino de variáveis em Matemática: uma trajetória hipotética de aprendizagem no Ensino Fundamental”, apresentado pela pesquisadora Amanda Oliveira Calazans e que tem como objetivo principal compreender as potencialidades e desafios de tarefas de matemática durante o desenvolvimento de uma trajetória hipotética de aprendizagem relacionada ao conteúdo de polinômios com ênfase no pensamento computacional, foi analisado e, desde que siga os preceitos éticos descritos pela Resolução 466/2012 e 510/2016 do Conselho Nacional de Saúde, fica autorizada a sua realização após a apresentação do parecer favorável emitido pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos do IFSP.

Declaro estar de acordo com a realização desta pesquisa, caso ela seja aprovada pelo Comitê de Ética do Instituto Federal de São Paulo (CEP-IFSP), assim como que conheço e cumpro as Resoluções Éticas Brasileiras, em especial a Resolução CNS 466/12 e CNS 510/2016. Esta instituição está ciente de suas responsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos sujeitos de pesquisa nela recrutados, dispondo de infraestrutura necessária para a garantia de tal segurança e bem-estar.

São Paulo, de de 2021.

Assinatura: \_\_\_\_\_

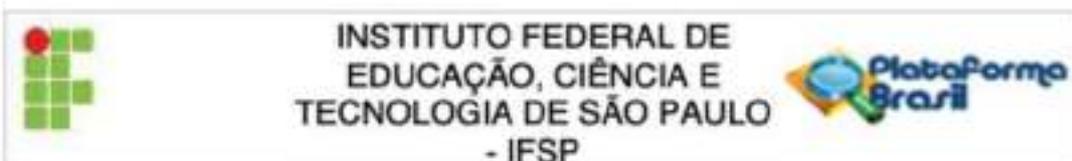
Wagner Cafagni Borja (Diretor geral – Período integral)

Eu, Amanda Oliveira Calazans, pesquisadora responsável, me comprometo a apresentar o parecer de aprovação ético do CEP-IFSP antes do início das coletas da pesquisa, junto ao responsável pelo local acima descrito.

Assinatura: \_\_\_\_\_

Amanda Oliveira Calazans (Professora pesquisadora)

## ANEXO A – PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP



### PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

#### DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

**Título da Pesquisa:** O PAPEL DAS TAREFAS NO ENSINO DE VARIÁVEIS EM MATEMÁTICA: UMA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM NO ENSINO FUNDAMENTAL II

**Pesquisador:** AMANDA OLIVEIRA CALAZANS

**Área Temática:**

**Versão:** 3

**CAAE:** 62526322.4.0000.5473

**Instituição Proponente:** INSTITUTO FEDERAL DE EDUCACAO, CIENCIA E TECNOLOGIA DE SAO

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

#### DADOS DO PARECER

**Número do Parecer:** 5.872.680

#### Apresentação do Projeto:

As informações elencadas nos campos "Apresentação do Projeto", "Objetivo da Pesquisa" e "Avaliação de Riscos e Benefícios" foram retiradas do arquivo

PB\_INFORMAÇÕES\_BÁSICAS\_DO\_PROJETO\_1942281.PDF, de 27/09/2022 e/ou do Projeto Detalhado (Projeto.PDF, de 27/09/2022):

#### INTRODUÇÃO:

"proposta de investigação sobre o aprendizado de variáveis em matemática [...]. Para isso, será elaborada uma trajetória hipotética de aprendizagem utilizando a plataforma Scratch para desenvolver atividades que contemplem o ensino de variáveis e o pensamento computacional. [...] com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental II de uma escola da rede privada da cidade de São Paulo." (PB\_informações\_básicas, resumo)

#### HIPÓTESE:

"A hipótese deste projeto é de que a elaboração de tarefas matemáticas utilizando a linguagem de programação em blocos do Scratch, em um cenário de trajetórias hipotéticas de aprendizagem e analisadas sob uma perspectiva construtivista contribuem no desenvolvimento do conceito de variáveis na

**Endereço:** Rua Pedro Vicente, 625

**Bairro:** Carandá

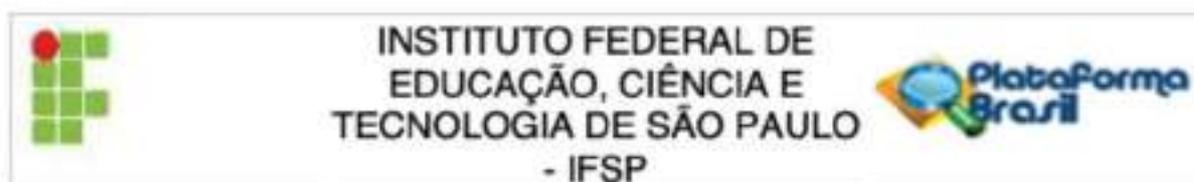
**UF:** SP

**Município:** SAO PAULO

**CEP:** 01.109-010

**Telefone:** (11)3775-4665

**E-mail:** cep\_ifsp@ifsp.edu.br



Continuação do Parecer: 5.872.890

aprendizagem de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental II.”(PB\_informações\_básicas, hipótese).

**METODOLOGIA:**

“A pesquisa será desenvolvida em uma escola da rede privada da cidade de São Paulo, durante as aulas de Matemática, seguindo a grade horária regular, com todos os seus estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental II.”

[...] “será elaborada uma trajetória hipotética de aprendizagem utilizando a plataforma Scratch para desenvolver atividades que contemplem o ensino de variáveis e o pensamento computacional.”

[...] “a professora titular será também a pesquisadora” (PB\_informações\_básicas, metodologia proposta).

“serão utilizados três métodos de coleta, são eles: notas de campo, protocolos e produções dos estudantes e entrevistas semiestruturadas.”

[...] “as entrevistas semiestruturadas serão realizadas para complementar o que foi observado e registrando, as questões serão elaboradas a partir das interações com os estudantes e da análise de suas produções.” (PB\_informações\_básicas, metodologia de análise de dados)

**CRITÉRIOS DE INCLUSÃO:**

Os participantes serão 74 estudantes, divididos em 3 turmas do 8º ano do Ensino Fundamental

**Objetivo da Pesquisa:**

O objetivo deste projeto de pesquisa é compreender as potencialidades e desafios de tarefas de matemática durante o desenvolvimento de uma trajetória hipotética de aprendizagem relacionada ao conteúdo de polinômios com ênfase no pensamento computacional. (PB\_informações\_básicas, Objetivo Primário)

**Avaliação dos Riscos e Benefícios:**

**RISCOS:**

Segundo o arquivo Informações Básicas da Pesquisa (PB\_INFORMAÇÕES\_BÁSICAS\_DO\_PROJETO\_1942281.PDF, de 27/09/2022) e também de acordo

Endereço: Rua Pedro Vicente, 625

Bairro: Carandé

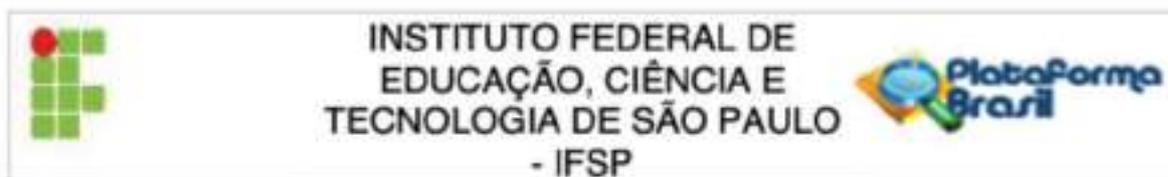
CEP: 01.109-010

UF: SP

Município: SAO PAULO

Telefone: (11)3775-4665

E-mail: cep\_ifsp@ifsp.edu.br



Continuação do Parecer: 5.872.680

com

o TCLE (TCLEadultos.PDF, de 26/08/2022): "Os possíveis riscos associados à essa investigação são mínimos e referem-se:

(1) Ao risco de exposição dos dados dos(as) participantes sem o consentimento dos(as) mesmos(as). Como forma de minimizar esse risco serão adotados pseudônimos para todos os participantes da pesquisa, sendo que seus dados verdadeiros, como nomes, serão conhecidos apenas pela professora pesquisadora e seu orientador.

(2) A possível abordagem para entrevistas durante a realização das atividades, pois essas perguntas podem gerar um fator de incômodo e/ou constrangimento nos participantes. Para minimizar esse risco, destacamos que, ao longo da pesquisa, não será feito nenhum tipo de julgamento ou de avaliação dos estudantes participantes e que essas entrevistas e atividades servirão apenas para que as situações vivenciadas ao longo das aulas possam ser, posteriormente, mais bem descritas e analisadas."

**BENEFÍCIOS:**

"Os benefícios da pesquisa estão relacionados a proporcionar novas situações de ensino e aprendizagem, por meio do desenvolvimento de trajetórias hipotéticas de aprendizagem, para o desenvolvimento do conceito de variáveis." (TCLEadultos.PDF, p.1)

#### **Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

Projeto de pesquisa vinculado a Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática.

Os pesquisadores apresentam carta de autorização (sem data), assinada pelo diretor da Escola na qual se dará a coleta de dados.

O cronograma apresentado no Projeto detalhado (Projeto.PDF, de 27/09/2022) registra a "Entrega do Projeto ao CEP" em setembro de 2022 e as metas de "elaboração" e "análise das atividades/tarefas" a partir do mês de outubro de 2022. Já o cronograma preenchido na Plataforma Brasil (arquivo PB\_informações\_básicas\_do\_projeto\_1942281.PDF, de 27/09/2022), prevê o início do "desenvolvimento das tarefas e atividades no cenário das trajetórias hipotéticas de aprendizagem" em 15/08/2022. Não identificamos mudanças no cronograma preenchido nos campos da

Plataforma Brasil e que compõem essa versão do arquivo

PB\_informações\_básicas\_do\_projeto\_1942281.PDF de 27/09/2022. Desta forma, somos obrigados a ressaltar que os cronogramas apresentados permanecem incompatíveis entre si e com os

Endereço: Rua Pedro Vicente, 625

Bairro: Carindé

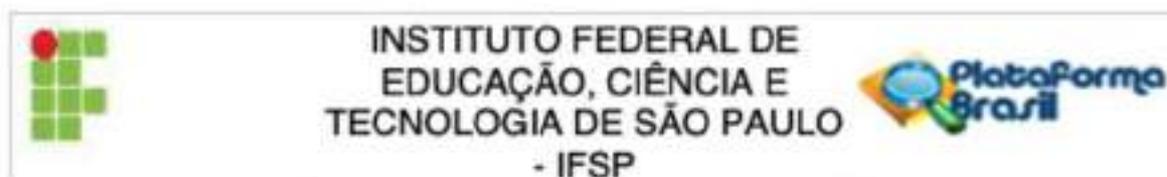
CEP: 01.109-010

UF: SP

Município: SAO PAULO

Telefone: (11)3775-4685

E-mail: cep\_ifsp@ifsp.edu.br



Continuação do Parecer: 5.872.880

trâmites de apreciação ética deste CEP.

Salientamos que, nos termos do Art. 28 da Res. 510/2016 e do item XI.2 da Res. 466/2012-CNS, cabe aos pesquisadores aguardar a aprovação dos protocolos de pesquisa por parte do Comitê de Ética antes de iniciar a coleta de dados com seres humanos.

**Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

Vide o campo "Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações".

**Recomendações:**

O TCLE e o TALE apresentados foram redigidos de forma clara e contemplam os elementos obrigatórios definidos no Art. 17 da Resolução 510/2016 do CNS. Recomendamos que as páginas destes documentos sejam numeradas indicando o total de páginas (Ex.: "1 de 3", "2 de 3").

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

Trata-se de análise de resposta ao parecer consubstanciado pendente n. 5.683.227, emitido em 04/10/2022.

**PENDÊNCIA:** Os cronogramas apresentados no Projeto Detalhado e na Plataforma Brasil são incompatíveis e preveem o "desenvolvimento das atividades" junto aos participantes da pesquisa em datas passadas. Solicitamos que os pesquisadores revejam esses cronogramas, homogeneizando as informações nos dois documentos e se comprometendo com a coleta de dados somente após a aprovação do projeto pelo CEP.

**SITUAÇÃO: PENDÊNCIA PARCIALMENTE RESOLVIDA**

**ANÁLISE:** Identificamos que os autores atualizaram o cronograma do arquivo Projeto.PDF (versão de 27/09/2022) e este, considerado isoladamente, estaria adequado. No entanto, não encontramos as mesmas adequações no cronograma que é digitado na Plataforma Brasil (e que compõe o arquivo PB\_informações\_básicas\_do\_projeto\_1942281.PDF, de 27/09/2022).

Desta forma, os cronogramas apresentados nestes dois arquivos permanecem incompatíveis entre si e com os trâmites de análise deste CEP.

Solicitamos que os autores corrijam os dois cronogramas (o do arquivo PROJETO.PDF e o digitado na Plataforma Brasil), homogeneizando as informações nestes documentos e assegurando que as

Endereço: Rua Pedro Vicente, 625

Bairro: Canindé

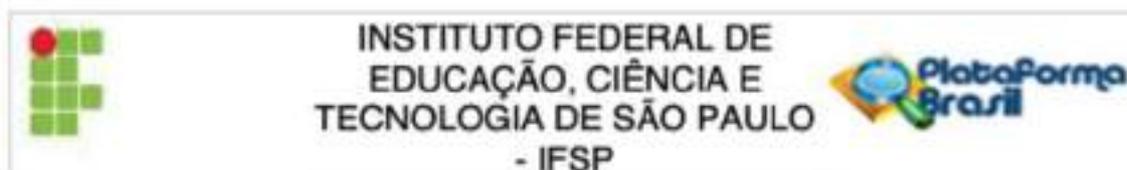
UF: SP

Telefone: (11)3775-4665

Município: SAO PAULO

CEP: 01.109-010

E-mail: cep\_ifsp@ifsp.edu.br



Continuação do Parecer: 5.872.690

etapas de coleta de dados com os participantes ocorram somente após a devida aprovação do projeto por parte deste Comitê de Ética. Lembrando que o cronograma preenchido na Plataforma Brasil deve conter TODAS as etapas do projeto, exatamente como no projeto detalhado.

**RESPOSTA VERSÃO 03:** Os pesquisadores modificaram o cronograma do arquivo PB\_INFORMAÇÕES\_BÁSICAS\_DO\_PROJETO\_1942281, de 07/01/2023, detalhando as etapas de tal forma que a coleta de dados está prevista para iniciar em 27/02/2023.

**ANÁLISE VERSÃO 03:** Pendência Atendida.

**Considerações Finais a critério do CEP:**

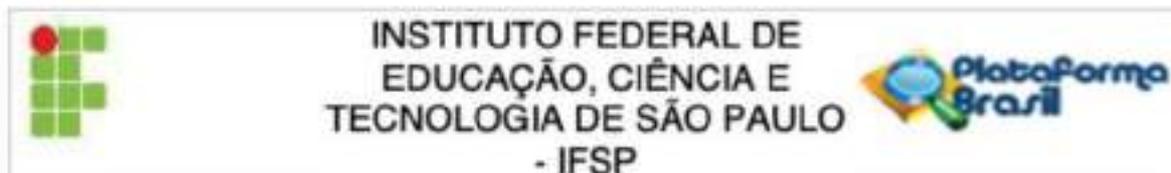
Diante do exposto, o Comitê de Ética em Pesquisa – CEP, de acordo com as atribuições delinidas na Resolução CNS n.º 510, de 2016, na Resolução CNS n.º 466, de 2012, e na Norma Operacional n.º 001, de 2013, do CNS, manifesta-se pela aprovação do protocolo de pesquisa proposto. Atentar-se para elaboração e envio dos relatórios parcial e final por meio de notificação via Plataforma. Maiores orientações em [www.ifsp.edu.br/cep](http://www.ifsp.edu.br/cep).

**Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:**

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1942281.pdf	07/01/2023 16:08:06		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto.pdf	07/01/2023 16:07:41	AMANDA OLIVEIRA CALAZANS	Aceito
Outros	TALEalunos.pdf	07/01/2023 15:33:42	AMANDA OLIVEIRA CALAZANS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLEresponsaveiss.pdf	07/01/2023 15:33:26	AMANDA OLIVEIRA CALAZANS	Aceito
Folha de Rosto	Folhaderoctoassinada.pdf	26/08/2022 08:40:42	AMANDA OLIVEIRA CALAZANS	Aceito
Parecer Anterior	Gracinha.PNG	17/08/2022 06:16:37	AMANDA OLIVEIRA CALAZANS	Aceito

**Situação do Parecer:**

Endereço: Rua Pedro Vicente, 625  
 Bairro: Carandá  
 UF: SP Município: SÃO PAULO CEP: 01.109-010  
 Telefone: (11)3775-4665 E-mail: [cep\\_ifsp@ifsp.edu.br](mailto:cep_ifsp@ifsp.edu.br)



Continuação do Parecer: 5.872.589

Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**

Não

SAO PAULO, 01 de Fevereiro de 2023

---

**Assinado por:**  
**SARA DERESTE DOS SANTOS PERSEGHINI**  
**(Coordenador(a))**

**Endereço:** Rua Pedro Vicente, 625

**Bairro:** Carandé

**UF:** SP

**Telefone:** (11)3775-6665

**Município:** SAO PAULO

**CEP:** 01.109-010

**E-mail:** cnp\_ifsp@ifsp.edu.br



08/10/2023, 08:32

Catálogo de Teses &amp; Dissertações - CAPES

<input type="checkbox"/> RUIBELLAISSAUEL ALVES FERREIRA	5
<input type="checkbox"/> CLAUDIA LIZETE OLIVEIRA OROSHWALD	2
<input type="checkbox"/> REGINA LUIZA CARO DE BURASCO	2
<b>Banca:</b>	<b>14 copias</b>
<input type="checkbox"/> FAVELA EMANUELL ALVES FERREIRA	5
<input type="checkbox"/> REGINA NATALIA SAKKI PEREIRA	4
<input type="checkbox"/> ANDRÉ LUIS TREVISAN	2
<input type="checkbox"/> ARMANDO TRALDI JUNIOR	2
<input type="checkbox"/> CLAUDIA LIZETE OLIVEIRA OROSHWALD	2
<b>Grande Área Conhecimento:</b>	<b>2 copias</b>
<input type="checkbox"/> MULTIDISCIPLINAR	12
<input type="checkbox"/> CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA	9
<b>Área Conhecimento:</b>	<b>2 copias</b>
<input type="checkbox"/> EVENTO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	10
<input type="checkbox"/> MATEMÁTICA	8
<b>Área Avaliação:</b>	<b>2 copias</b>
<input type="checkbox"/> ORIGEM	12
<input type="checkbox"/> MATEMÁTICA   PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA	9
<b>Área Concentração:</b>	<b>8 copias</b>
<input type="checkbox"/>	25
<input type="checkbox"/> EVENTO DE MATEMÁTICA	8
<input type="checkbox"/> EVENTO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	9
<input type="checkbox"/> EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	3
<input type="checkbox"/> EVENTO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	2
<b>Nome Programa:</b>	<b>8 copias</b>
<input type="checkbox"/> EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	28
<input type="checkbox"/> Matemática em Rede Nacional	9
<input type="checkbox"/> Espaço de Ciências e Matemática	4
<input type="checkbox"/> EVENTO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	2
<input type="checkbox"/> EVENTO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	2
<b>Instituição:</b>	<b>7 copias</b>
<input type="checkbox"/> PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO	25

09/10/2023, 08:32

Catálogo de Tese &amp; Dissertação - CAPES

<input type="checkbox"/> UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDINA	9
<input type="checkbox"/> INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO	3
<input type="checkbox"/> FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL	2
<input type="checkbox"/> UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL	2
<b>Biblioteca:</b>	<b>15 opções</b>
<input type="checkbox"/> PUC-SP	10
<input type="checkbox"/> PUC-SP	3
<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/> Universidade Estadual de Londrina	4
<input type="checkbox"/> PUC-SP	3

- MENDONÇA, LUCIANE. **Trajetória hipotética de aprendizagem: análise combinatória**. 30/04/2011 248 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC/SP  
Detalhes (undefined)
- LIMA, PATRICK OLIVEIRA DE. **Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções Logarítmicas**. 31/13/2009 219 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC/SP  
Detalhes (undefined)
- BARBOSA, AMÉRICO AUGUSTO. **Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem relacionadas às raízes e às funções trigonométricas visando uma perspectiva construtivista**. 20/11/2009 181 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC/SP  
Detalhes (undefined)
- ROSENBAUM, LUCIANE SANTOS. **Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções trigonométricas numa perspectiva construtivista**. 20/09/2010 255 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC/SP  
Detalhes (undefined)
- VITULO, JOSE MARCEL. **Noções introdutórias e ideia de função: uma trajetória hipotética de aprendizagem**. 30/09/2010 123 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC/SP  
Detalhes (undefined)
- ANGOLINI, ALEJANDRA GARROTE. **Trajetórias hipotéticas de aprendizagem sobre funções exponenciais**. 30/04/2009 196 f. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC/SP  
Detalhes (undefined)
- TONHETTI, ANTONIO CELSO. **Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem em Estatística no Ensino Médio**. 30/04/2010 199 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC/SP  
Detalhes (undefined)
- SILVA, MATHEUS TERLESKI. **UMA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM PARA A EDUCAÇÃO FINANCEIRA**. 27/08/2023 108 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDINA, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Universidade Estadual de Londrina  
Detalhes ([http://suajpib.capes.gov.br/suajpib/public/consultas/coleta/trabalho/Consulta/viewTrabalhoConsulta.jsf?popUpNovoId\\_trabalho=10992401](http://suajpib.capes.gov.br/suajpib/public/consultas/coleta/trabalho/Consulta/viewTrabalhoConsulta.jsf?popUpNovoId_trabalho=10992401))
- ROSSETTO, HALLYNNE HELLENN PRES. **Trajetória Hipotética de Aprendizagem sob um olhar realista**. 21/02/2016 undefined f. Mestrado em ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDINA, Londrina Biblioteca Depositária: UEL  
Detalhes ([http://suajpib.capes.gov.br/suajpib/public/consultas/coleta/trabalho/Consulta/viewTrabalhoConsulta.jsf?popUpNovoId\\_trabalho=3722976](http://suajpib.capes.gov.br/suajpib/public/consultas/coleta/trabalho/Consulta/viewTrabalhoConsulta.jsf?popUpNovoId_trabalho=3722976))
- LIMA, MARIA DE FATIMA ALEJO DE. **Estudo das trajetórias hipotéticas de aprendizagem de Geometria Espacial para o Ensino Médio na perspectiva construtivista**. 31/10/2009 170 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC/SP  
Detalhes (undefined)
- MARFIS, GUILHERME DAS NEVES. **A TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DA APRENDIZAGEM E A MODELAGEM MATEMÁTICA: possibilidades e desafios**. 08/12/2021 undefined f. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, Campo Grande Biblioteca Depositária:

08/10/2021, 08:32

Catálogo de Teses &amp; Dissertações - CAPES

Detalhes ([https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jspx?popup=true&id\\_trabalho=11372939](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jspx?popup=true&id_trabalho=11372939))

12. JUNIOR, RUBENS DE SOUZA CABRAL. **A abordagem das noções iniciais de probabilidade em uma perspectiva construtivista**. 30/11/2009. 103 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo. Biblioteca Depositária: PUC/SP. Detalhes (unefined)

13. MIVOTTI, ROGERIA MALACIDA. **FRAÇÕES E SUAS OPERAÇÕES: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM UMA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM**. 26/11/2014. undefined f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA, Rio de Janeiro. Biblioteca Depositária: undefined.

Detalhes ([https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jspx?popup=true&id\\_trabalho=2506287](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jspx?popup=true&id_trabalho=2506287))

14. FREITAS, ANA LUCIA VIEIRAS DE. **Ensinar e aprender transformações isoméricas no ensino médio**. 30/04/2010. 231 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo. Biblioteca Depositária: PUC/SP. Detalhes (unefined)

15. OLIVEIRA, SANDRA DOURADO DE. **Séries iniciais: um panorama das pesquisas produzidas no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática de PUC/SP no período de 1994 a 2008**. 30/09/2010. 115 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo. Biblioteca Depositária: PUC/SP. Detalhes (unefined)

16. MIRANDA, MARIA DO CARMO DA SILVA RODRIGUES. **Uma Trajetória hipotética de aprendizagem: leitura e interpretação de gráficos e tabelas e medidas de tendência central em uma perspectiva construtivista**. 30/04/2011. 1 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo. Biblioteca Depositária: PUC/SP. Detalhes (unefined)

17. PEREIRA, DENILSON GONÇALVES. **Um estudo da reta no ensino médio utilizando trajetórias hipotéticas de aprendizagem**. 30/04/2011. 155 f. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo. Biblioteca Depositária: PUC/SP. Detalhes (unefined)

18. MESQUITA, MARGA APARECIDA NUNES. **Ensinar e Aprender Funções Polinomiais do 2º grau, no Ensino Médio: construindo trajetórias**. 31/08/2009. 181 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo. Biblioteca Depositária: PUC/SP. Detalhes (unefined)

19. ALBINO, THIAGO HENRIQUE DE OLIVEIRA. **GENERALIZANDO AS ÁREAS DE POLÍGONOS REGULARES: UMA PROPOSTA À LUZ DA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM**. 25/02/2021. 97 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA, Rio de Janeiro. Biblioteca Depositária: Universidade Estadual de Londrina. Detalhes ([https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jspx?popup=true&id\\_trabalho=12992907](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jspx?popup=true&id_trabalho=12992907))

20. TEOFILO, FLÁVIA ROBERTA PORTO. **Conhecimentos mobilizados por uma professora de Matemática de estudantes surdos: análise de uma prática em uma escola bilíngue**. 10/08/2017. 200 f. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. Instituição de Ensino: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO, São Paulo. Biblioteca Depositária: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP. Detalhes ([https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jspx?popup=true&id\\_trabalho=5737951](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jspx?popup=true&id_trabalho=5737951))



Catálogo de Teses e Dissertações

Centro de Atendimento - 0800-116116

Copyright 2018 Capes. Todos os direitos reservados.

Versão 1.1.20

09/10/2023, 08:33

Catálogo de Tese &amp; Dissertações - CAPES

<input type="checkbox"/> UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDINA	9
<input type="checkbox"/> INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO	3
<input type="checkbox"/> FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL	2
<input type="checkbox"/> UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL	2
<b>Biblioteca:</b>	<b>55 opções</b>
<input type="checkbox"/> PUC-SP	10
<input type="checkbox"/> PUC-SP	3
<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/> Universidade Estadual de Londrina	4
<input type="checkbox"/> PUC-SP	3

21.

SILVA, ALAN DE CARLO ANTONIO. **"Resolução de Problemas: metanálise das dissertações produzidas no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP"**. 30/04/2011. 110 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC-SP  
 Detalhes (undefined)

22.

QUILLES, ANDERSON LEANDRO GONCALVES. **UMA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM PARA O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**. 25/02/2018. 111 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDINA, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da Universidade Estadual de Londrina  
 Detalhes ([https://suopln.capes.gov.br/suopln/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=6128338](https://suopln.capes.gov.br/suopln/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6128338))

23.

OLIVEIRA, JULIO CEDAR RODRIGUES DE. **Uma Trajetória hipotética de aprendizagem para o ensino de logaritmos na perspectiva da resolução de problemas**. 26/11/2015. undefined f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDINA, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da Universidade Estadual de Londrina  
 Detalhes ([https://suopln.capes.gov.br/suopln/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=289564](https://suopln.capes.gov.br/suopln/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=289564))

24.

FERRI, PAULO VITOR DE SOUZA. **Equações Diofantinas Lineares no Ensino Médio por meio de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem**. 11/10/2019. 70 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária:  
 Detalhes ([https://suopln.capes.gov.br/suopln/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=7902583](https://suopln.capes.gov.br/suopln/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=7902583))

25.

SILVA, MARCIO ANTONIO DA. **Currículos de matemática no ensino médio: em busca de critérios para escolha e organização de conteúdos**. 31/05/2009. 126 f. Doutorado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC/SP  
 Detalhes (undefined)

26.

BARBOSA, AMÉRICO AUGUSTO. **Trajetórias hipotéticas de aprendizagem relacionadas às reais e às funções trigonométricas, visando uma perspectiva construtivista**. 20/11/2009. 126 f. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: Biblioteca da PUC-SP  
 Detalhes (undefined)

27.

CAÇOLATO, BRUNNA LEONARDI. **UMA ABORDAGEM PARA O ENSINO DE GEOMETRIA POR MEIO DE ORIGAMIS E DA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM**. 18/03/2020. 145 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDINA, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Universidade Estadual de Londrina  
 Detalhes ([https://suopln.capes.gov.br/suopln/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=9244212](https://suopln.capes.gov.br/suopln/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=9244212))

28.

ALVES, ANTONIO FERNANDO SILVEIRA. **"Um Estudo das Atividades Propostas em um Curso de Licenciatura em Matemática, na Disciplina de Introdução ao Cálculo Diferencial e Integral, na Modalidade a Distância"**. 30/04/2011. 81 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC/SP  
 Detalhes (undefined)

29.

ATHAIDE, ALAN FLORENO DE. **A abordagem de noção de função nos livros didáticos: possibilidades de investigação, exploração, problema e exercícios**. 30/09/2010. 65 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC/SP  
 Detalhes (undefined)

30.

BARTOLOMEU, WYALDO DE SOUZA. **Conhecimentos e dificuldades dos estudantes do Ensino Médio relacionados ao conjunto dos números reais**. 30/09/2010. 84 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC/SP  
 Detalhes (undefined)

08/10/2021, 08:33

Catálogo de Teses &amp; Dissertações - CAPES

- 31  
KARNO, TALLYS YURI DE ALMEIDA. **ANÁLISE COMBINATÓRIA: UMA PROPOSTA DE ENSINO**. 28/03/2022. 33 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRIÑA, Rio de Janeiro) Biblioteca Depositária: Universidade Estadual de Londrina  
Detalhes ([https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=11631085](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=11631085))
- 32  
OLIVEIRA, JULIA MACEDO DE. **Investigando estratégias de resolução de situações-problema do campo edutivo a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem**. 27/10/2022. 122 f. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (Instituição de Ensino: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO, São Paulo) Biblioteca Depositária: Francisco Morato/SP  
Detalhes ([https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=13296298](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=13296298))
- 33  
FERREIRA, GUSTAVO JOSE WURMBSTER. **Tarefas de análise da produção escrita para o ensino de função afim**. 27/09/2022. 228 f. Mestrado Profissional em ENSINO DE MATEMÁTICA (Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ, Londrina) Biblioteca Depositária: Biblioteca do Campus Londrina - Repositório Institucional  
Detalhes ([https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=12500280](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=12500280))
- 34  
GONÇALVES, HARRISON JUNIO LESSA. **"A Educação Profissional e o Ensino de Matemática: Conjunturas para uma Abordagem Interdisciplinar"**. 31/03/2012. 173 f. Doutorado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo) Biblioteca Depositária: PUC-SP  
Detalhes (unrefined)
- 35  
CAVALCANTI, WILDERSON BRAGA. **THA: Análise de uma proposta de ensino de funções polinomiais de 1º e 2º graus a partir de experimentos de Física no ensino fundamental**. 25/03/2022. 303 f. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (Instituição de Ensino: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO, São Paulo) Biblioteca Depositária: Biblioteca Francisco Morato/SP - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, campus São Paulo  
Detalhes ([https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=11486406](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=11486406))
- 36  
DAMASCO, FABIANA CALDERA. **FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO DA COMPETÊNCIA DE OBSERVAR COM SENTIDO**. 27/04/2022. unrefined f. Doutorado em ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA (Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL, Canoas) Biblioteca Depositária:  
Detalhes ([https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=11685937](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=11685937))
- 37  
RIBEIRO, DENISE RAINO CAPELLO. **Um estudo da contribuição de livros didáticos de Matemática no processo de disciplinarização da Matemática escolar do Colégio - 1943 a 1961"**. 31/10/2011. 185 f. Doutorado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo) Biblioteca Depositária: PUC-SP  
Detalhes (unrefined)
- 38  
ALMEIDA, ARLETE APARECIDA OLIVEIRA DE. **"Currículo de Matemática do Ensino Médio: a polarização entre aplicações práticas e especulações teóricas"**. 31/05/2011. 248 f. Doutorado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo) Biblioteca Depositária: PUC-SP  
Detalhes (unrefined)
- 39  
MAIOLI, MARCIA. **A CONTEXTUALIZAÇÃO NA MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO**. 31/05/2012. 210 f. Doutorado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo) Biblioteca Depositária: PUC-SP  
Detalhes (unrefined)
- 40  
MOREIRA, GLÁUCIA MARINS. **Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem e sua Interseção com os Conhecimentos Didático-Matemáticos para o Ensino de Matemática: desafios e possibilidades vivenciadas por uma professora pesquisadora**. 23/06/2022. 137 f. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (Instituição de Ensino: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO, São Paulo) Biblioteca Depositária: Biblioteca Francisco Morato/SP - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
Detalhes ([https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=13294504](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=13294504))



Catálogo de Teses e Dissertações  
Centro de Referência - 2020 (11/19)  
Copyright 2019. Todos os direitos reservados.  
Versão: 1.1.25

09/10/2023, 08:33

Catálogo de Teses &amp; Dissertações - CAPES

<input type="checkbox"/> UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDINA	9
<input type="checkbox"/> INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO	3
<input type="checkbox"/> FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL	2
<input type="checkbox"/> UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL	2
<b>Biblioteca:</b>	<b>15 opções</b>
<input type="checkbox"/> FUCSP	10
<input type="checkbox"/> FUCSP	3
<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/> Universidade Estadual de Londrina	4
<input type="checkbox"/> FUC-SP	3

41.  
 ROSSETTO, HALLYNNE HELLENY PIRES. **O DESENVOLVIMENTO DE UM FRAMEWORK DE TRAJETÓRIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA**. / 02/03/2021. undefined f. Doutorado em ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDINA. Londrina Biblioteca Depositária: UEL  
 Detalhes ([https://suoipna.capes.gov.br/suoipna/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popUp=true&id\\_trabalho=10671277](https://suoipna.capes.gov.br/suoipna/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popUp=true&id_trabalho=10671277))

42.  
 ATHIAS, MIGUEL FORTUNATO. **Licenciatura em Matemática na modalidade de educação a distância: um desafio para a formação de professores**. 28/06/2010. 214 f. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO. São Paulo Biblioteca Depositária: FUCSP  
 Detalhes (undefined)

43.  
 FIGUEIREDO, DONIZIR ARLUX DE. **Formação Inicial de professores e a integração da prática como componente curricular na disciplina de matemática elementar**. 16/06/2015. 308 f. Doutorado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO. São Paulo Biblioteca Depositária: UMC  
 Detalhes ([https://suoipna.capes.gov.br/suoipna/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popUp=true&id\\_trabalho=2765164](https://suoipna.capes.gov.br/suoipna/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popUp=true&id_trabalho=2765164))

44.  
 OLIVEIRA, JULIO CESAR G DE. **Curriculos de Matemática no Ensino Médio: Significados que professores atribuem a uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem desenvolvida à luz da Educação Matemática Crítica**. 13/06/2016. undefined f. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL. Campo Grande Biblioteca Depositária: undefined  
 Detalhes ([https://suoipna.capes.gov.br/suoipna/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popUp=true&id\\_trabalho=3121006](https://suoipna.capes.gov.br/suoipna/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popUp=true&id_trabalho=3121006))

45.  
 NETO, ANTONIO MOREIRA DA SILVA. **A EVOLUÇÃO DAS EXPLICAÇÕES MATEMÁTICAS DE ALUNOS EM AMBIENTE DE GEOMETRIA DINÂMICA: um estudo de caso no 8º ano do Ensino Fundamental**. 28/02/2023. undefined f. Mestrado em ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL. Caruaru Biblioteca Depositária  
 Detalhes ([https://suoipna.capes.gov.br/suoipna/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popUp=true&id\\_trabalho=13739908](https://suoipna.capes.gov.br/suoipna/public/consultas/coleta/trabalho/Conclusao/view/TrabalhoConclusao.jsf?popUp=true&id_trabalho=13739908))



Catálogo de Teses e Dissertações  
 Central de Atendimento: (0800) 616161  
 Copyright 2016 Capes. Todos os direitos reservados.  
 08/06/11.28