



**PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

PRODUTO EDUCACIONAL

**SEQUÊNCIA DIDÁTICA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
COM FALTA OU COM EXCESSO DE DADOS**

Andréa de Cássia Alarcon Santos

Professora Doutora Rebeca Vilas Boas Cardoso de Oliveira

São Paulo (SP)
2023

Produto Educacional apresentado como requisito à obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, campus São Paulo.

AUTORES

Andréa de Cássia Alarcon Santos: Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo; Licenciada em Pedagogia pela Universidade Nove de Julho; Especialista em Neuropsicopedagogia pela Faculdade Campos Elíseos e Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP). Atualmente é professora de matemática do Ensino Fundamental da Escola Municipal de Ensino Fundamental Alberto Santos Dumont

Rebeca Vilas Boas Cardoso de Oliveira: Licenciada em Física pela Universidade de São Paulo (1995); Bacharel em Física pela Universidade de São Paulo (1992); Mestre em Ensino de Ciências (Modalidades Física, Química e Biologia) pela Universidade de São Paulo (1999); Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo (2006). Atualmente é professora efetiva do Instituto Federal de São Paulo. Tem experiência na área de Educação e de Ensino de Física, atuando principalmente nos seguintes temas: formação de professores, educação de jovens e adultos, estrutura de conhecimento e PIBID.

SUMÁRIO

Apresentação do Produto Educacional.....	4
Produto educacional – Sequência didática versão professores.....	7
Produto educacional – Sequência didática versão alunos.....	33
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	58

APRESENTAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Este produto educacional, elaborado em parceria entre orientanda e orientadora, consiste em uma sequência didática planejada para alunos do ensino fundamental, anos finais. O produto conta com dois cadernos, sendo um na versão do professor, que conta com orientações e sugestões de utilização, e outra na versão do aluno (Figura 1).

Figura 1 – Capas dos modelos de produtos educacionais



Fonte: Nossa autoria

Este é o segundo produto educacional fruto da pesquisa de mestrado cujo título é DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO ROTINEIROS COM A PROMOÇÃO DA CRIATIVIDADE E CRITICIDADE, que, após processo de reestruturação e impedimento da aplicação desta sequência completa aos alunos em sala de aula, desenvolveu também duas páginas de comunicação e trocas entre professores e pessoas com interesse na área de educação matemática.

Foram bases para a sua elaboração, considerando a tênue diferença entre exercícios e problemas, as entrevistas e referenciais como Brousseau, e sua Teoria das Sequências Didáticas, Brolezzi (2013), Baruk (1985), Pozo (1998) entre outros.

A sequência didática foi construída, inicialmente, com três atividades. A primeira é composta por: um problema convencional, a exposição e explicação dos passos de Polya (1995) para solução de um problema, algumas reflexões em torno do problema e passos para solução. A segunda atividade é composta por quatro problemas com falta de dados e alguns exercícios de reflexão. Por fim, a terceira atividade é composta por três problemas com excesso de dados. A todo o momento ao longo da aplicação da sequência didática são sugeridas reflexões e discussões sobre os problemas e sua(s) solução(s).

Moysés (1997) apresenta que, em determinada situação observada, quando o professor passava mais tempo orientando sobre atividades com os alunos organizados na maioria das vezes em grupo, ao contrário de uma aula tradicional, cujo o maior tempo é de uma aula expositiva e o trabalho individual, “criou-se, assim, a interação, a possibilidade de troca. Favoreceu-se, dessa forma, o aparecimento, nos alunos, de novas zonas de desenvolvimento proximal, bem como a expansão de zonas já existentes” (p.131).

Na primeira atividade o problema convencional proposto é de Bartlett (1958, in POZO, 1998) e apresenta uma adição de dois nomes resultando em um terceiro, ali o objetivo é identificar o valor de cada letra a partir de determinadas premissas. Este problema foi escolhido para dar início à sequência didática por se tratar de um problema convencional, ou seja, resolvido utilizando as ferramentas matemáticas já conhecidas, porém é um problema não rotineiro. A estratégia proposta ao professor neste problema é de, por meio da utilização dos passos de Polya (1995), resolvê-lo junto aos alunos e, em seguida, expor que a solução foi feita seguindo tais passos.

Após a apresentação e utilização dos passos de Polya (1995), propõe-se discutir se essa pode ser uma estratégia a ser utilizada sempre na resolução de problemas e anotar toda essa discussão, que servirá para a segunda atividade.

A segunda atividade é uma proposta de resolução de problemas não rotineiros, abertos e do tipo com falta de dados, por meio de quatro enunciados diferentes, a maioria deles propostos por Brolezzi (2013) e também algumas reflexões de brincadeiras comuns como um labirinto. O objetivo aqui é, além da tentativa de utilização dos passos de Polya (1995) para resolução, um primeiro contato com tais

problemas, podendo assim avaliar a reação e resolução desses pelos alunos. Nessa atividade a proposta é que todos os problemas sejam resolvidos em pequenos grupos, para que haja discussões sobre os enunciados com falta de dados e promoção das habilidades criatividade e criticidade.

A terceira, e última, atividade também é uma proposta de resolução de problema não rotineiros, abertos, porém agora com excesso de dados. Essa atividade é mais curta, propositalmente, porque espera-se que os alunos tenham, ao longo da segunda atividade, adquirido o hábito da leitura com mais atenção e estejam preparados para saber lidar com o excesso de informações. Além disso esse tipo de exercícios, como foi verificado com a análise das entrevistas iniciais, é mais comum, ou seja, eles estão um pouco mais acostumados. Aqui o objetivo também é promover, principalmente, a criticidade nos alunos.

PRODUTO EDUCACIONAL – SEQUÊNCIA DIDÁTICA VERSÃO PROFESSORES

Resolução de Problemas com falta ou com excesso de dados

Andréa de Cássia Alarcon Santos
Rebeca Vilas Boas Cardoso de Oliveira



Roteiro do professor

Professor(a):

Caro(a) Professor(a)

Este material foi desenvolvido como produto educacional do mestrado profissional em ensino de Ciências e Matemática, cujo título foi “Domínios do conhecimento matemático na perspectiva da resolução de problemas não rotineiros com a promoção da criatividade e criticidade”. São também produtos dessa pesquisa o perfil do Instagram @demaisoudemenos e o site <https://sites.google.com/view/demaisoudemenos/>, espaços que buscam diálogo com professores que ensinam matemática.

O objetivo principal destas propostas é servir como ferramenta de apoio para a introdução de problemas não rotineiros em sala de aula, promovendo o desenvolvimento de competências e habilidades como raciocínio lógico, heurística, resolução de problemas, criatividade e criticidade.

Além da promoção dessas competências e habilidades a sequência também tem o intuito de minimizar a mecanização em sala de aula, fazendo com que nossos alunos tenham a oportunidade de sair da escola sem pensar que Matemática é sinônimo apenas de “fazer contas” e resolver exercícios

Para isso, esta sequência didática apresentada a seguir possui 3 atividades, propostas para serem trabalhadas ao longo de 7 aulas de 45 minutos cada. As atividades são propostas para o Ensino Fundamental, anos finais, e podem ser aplicadas em qualquer época do ano letivo. Grande parte dos problemas propostos aqui são adaptações de problemas também sugeridos por Brolezzi (2013) e outros autores.

É importante, porém, discutirmos um pouco, antes do início, sobre problemas, competências e habilidades.

Iniciando pela definição de problema que será utilizada aqui é importante primeiro pensar o que pensamos como sendo um problema em nossa vida pessoal. A primeira coisa que pensamos é que não é algo bom, algo difícil de solucionar e que nem sempre conseguimos encontrar ou nem sempre tem uma solução.

Com os problemas matemáticos não é muito diferente, uma perspectiva exposta por Pozo (1998) é que problemas são aquelas situações que não são facilmente solucionadas, que buscamos ferramentas para resolvê-las, não apenas aplicamos os mecanismos conhecidos.





Esse destaque, do que entendemos por problema, é bastante importante para que fique claro que nem todos os problemas terão uma solução e nem todos terão apenas uma solução. Chegando assim nos problemas abertos e, mais especificamente, nos problemas com falta ou excesso de dados, que serão apresentados aqui como uma forma de minimizar a mecanização no ensino de Matemática.

Outro ponto importante é em relação a diferença entre competências e habilidades. Entende-se competências como conjuntos formados por habilidades e conhecimentos. Machado (2006) traz a ideia de que competência é a capacidade de aprender ou compreender algo, já as habilidades são a capacidade de fazer algo.

A competência é um atributo das pessoas, exerce-se em um âmbito bem delimitado, está associada a uma capacidade de mobilização de recursos, realiza-se necessariamente junto com os outros, exige capacidade de abstração e pressupõe conhecimento de conteúdos. (MACHADO, 2006, p.1)

A resolução de problemas, a criatividade e a criticidade são apresentadas na BNCC (2018) ora como competências e ora como habilidade, já no Currículo da Cidade (2017) são tratadas como saberes. Isso porque em um problema é possível promover as competências a serem desenvolvidas de acordo com os conteúdos que o problema abrange e, neste mesmo problema, também é possível identificar e promover habilidades como a resolução de problemas, a criatividade, a criticidade, a heurística e muitas outras.

Esperamos que este material possa atingir seu objetivo e, a partir dessa experiência, convidamos a você professor(a) a participar também de uma troca de experiências em nossos canais de comunicação, onde também discutimos sobre os domínios do conhecimento para o ensino de Matemática.

ATIVIDADE 1



Dada a adição a seguir, determine o valor de cada letra sabendo que D vale 5, que cada letra possui um valor diferente e que esses valores são de 0 a 9.

$$\begin{array}{r} \text{D O N A L D} \\ + \text{G E R A L D} \\ \hline \text{R O B E R T} \end{array}$$

(Bartlett 1958, in POZO, 1998).

A questão acima é um problema ou um exercício?

Reprodução página do aluno

A primeira atividade proposta tem a intenção de iniciar uma discussão sobre a sutil diferença entre um problema e o um exercício. Assim, na primeira aula, propõe-se aos alunos a questão de Bartlett (1958) na página 3 e, antes de pensar como resolvê-la, sugere-se que seja perguntado a eles se o enunciado se trata de um exercício ou um problema.

É possível iniciar a discussão com a ideia da vida pessoal, ou seja, questionando a eles o que é um problema na vida real, o que define que temos um problema, ou que algo é um problema.

Após essa discussão, a ideia é que seja discutido se há uma forma de resolver os problemas que sempre seja válida. Após a discussão com a sala sugere-se apresentar aos alunos uma estratégia de solução. Uma possibilidade a estratégia dos quatro passos de Polya (1998) que são:

- 1º Passo: Compreender o problema;
- 2º Passo: Estabelecer um plano para solucionar o problema;
- 3º Passo: Executar o plano estabelecido;
- 4º Passo: Observar a solução.

O espaço nesta página é dedicado para uma síntese do que foi discutido em sala de aula.

Aqui espera-se que o aluno consiga sintetizar as características de um problema, com o objetivo de minimizar suas reações negativas e de bloqueio ao se deparar com um.

O segundo espaço, também de síntese, é destinado ao aluno escrever o que entendeu da estratégia de resolução de Polya (1998) ou qualquer outra estratégia passada por você professor(a).

Em resumo, espera-se que no primeiro

Anote aqui o que foi discutido em sala com seus colegas



Anote aqui os quatro passos de Polya para solução de qualquer problema

Reprodução página do aluno

espaço o aluno escreva que problemas são situações onde não encontramos a resposta de maneira imediata, apenas utilizando alguma ferramenta ou operação matemática, mas sim situações onde é necessário buscar estratégias para solucioná-lo. Aqui também espera-se que o aluno entenda que nem todo problema apresenta solução e, quando apresenta, nem sempre essa solução é única.

No segundo espaço espera-se que o aluno consiga explicar a estratégia apresentada pelo professor, como, no caso de usar Polya, algo semelhante a:

- 1º Passo: Compreender o problema;
- 2º Passo: Estabelecer um plano para solucionar o problema;
- 3º Passo: Executar o plano estabelecido;
- 4º Passo: Observar a solução.

ATIVIDADE 1



Como solucionamos a questão anterior?

Sugestão de resposta: Se D vale 5 e $5+5=10$, então o valor da letra T é zero. Na soma de O com E para o resultado ser O só tem duas possibilidades, o E ser 0 ou ser 9 e ter recebido uma dezena de N+R. Como $T=0$ o valor de E não pode ser 0, portanto $E=9$, $N+R>9$ e $D+G+1=R$.

$$\begin{array}{r}
 5 \text{ 'O N A 'L 5} \\
 + \text{ G 9 R A L 5} \\
 \hline
 \text{R O B 9 R 0}
 \end{array}$$

A próxima letra a ser descoberta é o A, pois $A+A=9$ e como nenhuma soma de algarismos iguais resulta em 9 entende-se que $1+L+L>9$ (lembrando que 1 vem de $D+D=10$) e portanto $A+A=8$ e somando 1 da dezena de $L+L$ resulta em 9, assim $A=4$. A próxima letra

Reprodução página do aluno

naquela posição e o valor das dezenas é colocado na próxima posição à esquerda e que o elemento neutro da soma é o 0 (zero), ou seja, que apenas somando a zero temos o mesmo valor como resposta. Caso os alunos não respondam que é uma soma ou não saibam responder a sugestão é o professor conversar sobre a ideia de somar, utilizando as palavras “juntou”, “uniu”, “acrescentou”, para assim os alunos entenderam o conceito de soma. O segundo passo é o estabelecimento de um plano para solucionar o problema, assim espera-se aqui, após ser exposto esse segundo passo, que eles descrevam como podem solucionar o problema de encontrar os valores de cada letra, por exemplo percebendo que se D vale 5 e $5+5=10$, então o valor da letra T é zero. O terceiro passo é pôr esse plano em ação, ou seja, executá-lo, então aqui os alunos farão todas as considerações para descobrir cada letra.

Para solucionar a atividade proposta, sugerimos que haja o incentivo para que o aluno utilize uma estratégia, como os passos de Polya (2006). Assim, o primeiro passo consiste na compreensão do problema, para tanto, deve-se questionar aos alunos “O que está acontecendo neste problema?”. Aqui se espera que os alunos respondam que é uma soma, que existem detalhes importantes como sempre que somamos dois algarismos e o resultado é maior que 9 unidades mantemos o valor das unidades

Sugere-se que o professor deixe os alunos em pequenos grupos para tentar solucionarem juntos – assim os alunos percebem que após descobrirem o valor de T conseguem, utilizando a estratégia desenvolvida para descobrir todos os outros valores.

Ao encontrar todos os algarismos, sugere-se o quarto passo que consiste em observar a solução, como uma “prova real”, uma verificação do que foi feito, se faz ou não sentido como resposta.

Esse último passo é bastante importante na promoção de criticidade

isso porquê muitos alunos respondem determinados enunciados apenas preocupados com as operações matemáticas, mas a solução encontrada não faz sentido para o enunciado, por exemplo responder que com número decimais perguntas que envolvam seres humanos, animais ou objetos.

Destacamos aqui que a utilização dos passos de Polya não é obrigatória e nem tem como objetivo se tornar mais uma ferramenta para a mecanização do alunos, mas sim a sugerimos como uma ferramenta para auxiliar no processo de resolução de problemas, que, apesar de sugerir sempre os mesmos passos, necessita de atenção, interpretação e desenvolvimento de uma estratégia diferente para cada enunciado.

ATIVIDADE 1



a ser descoberta é o R, pois se $1+L+L>9$ então L pode ser 5, 6, 7, 8 ou 9. Como os valores 5 e 9 já foram utilizados, L pode ser 6, 7 ou 8. Como temos $1+D+G=R$, $N+R=B$ e $L+L=R$, descobrimos que R é ímpar, isso porque $L+L$ é par, assim $1+D+G=R$ é $1+5+G=R$ e como resultado ímpar aqui temos 7 ou 9, que são respectivamente $5+2$ e $5+4$, como R não vale 9, determina-se que $R=7$. A partir daí determina-se G valendo 1, pois sabe-se que $1+D+G=7$ e $D=5$, determina-se também L valendo 8, pois $1+L+L=17$, portanto $L+L=16$, N vale 6, pois $N+R>10$, $R=7$, portanto N só pode ser 6, pois $7+3=10$ e B não pode ser 0. Assim B vale 3 e por fim O vale 2.

$$\begin{array}{r}
 15 \ 12 \ 6 \ 14 \ 18 \ 5 \\
 \hline
 + \ 1 \ 9 \ 7 \ 4 \ 8 \ 5 \\
 \hline
 7 \ 2 \ 9 \ 9 \ 7 \ 0
 \end{array}$$

Reprodução página do aluno

REFLITA



Pensando nos problemas que tem em seus materiais escolares, as informações que precisa para solucioná-los estão sempre em suas perguntas? Se não exemplifique. Se sim, consegue imaginar e compartilhar um problema que não?

Reprodução página do aluno

Ao finalizar este primeiro momento sugere-se ao professor inicialmente discutir com os alunos se sempre todas as informações necessárias para resolver um problema estão em seu enunciado – a ideia aqui é sugerir aos alunos pensarem fora da sala de aula, se encontram um problema em seu cotidiano esse possui todas as informações necessárias para ser resolvido – espera-se dos alunos que a resposta seja negativa, que nem sempre possuem todas as informações para solucionar os problemas fora da sala de aula e

assim, sugere-se ao professor aproveitar tal momento para explicar que este tipo de problema também é encontrado na Matemática e para solucioná-los devemos utilizar a criatividade e o que chamamos de raciocínio lógico, mas que também há problemas que não possuem solução, para este qualquer solução pode ser considerada correta. Neste momento sugere-se ao(a) professor(a) que crie um espaço de fácil compartilhamento de ideias, como uma roda, ou saída da sala de aula para um ambiente mais descontraído e que os alunos se sintam mais a vontade para assim responderem, após discussão, às perguntas.

Aqui seguimos com a mesma sugestão de discussão em grupos ou com todos da sala para responder às perguntas nesse momento de reflexão.

Sugerimos que haja um incentivo ao alunos para que esse não responda apenas sim ou não em cada reflexão, mas sim de fato reflita e escreva de maneira explicativa.

REFLITA



Agora pense nos seus problemas do seu dia a dia. Todas as informações necessárias para solucioná-los são dadas?

Consegue pensar em um problema que não possui informações suficientes para solucioná-lo, ou que possua mais informações do que o necessário? Exemplifique.

Reprodução página do aluno

ATIVIDADE 2



Para a solução da **Atividade 2** completa, junte-se a seus colegas, em grupos com no máximo 4 pessoas para discutir os problemas propostos a seguir.

Registre aqui o nome de cada integrante de seu grupo, incluindo você mesmo:



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

Reprodução página do aluno

A partir da atividade 2 iniciamos as propostas de enunciadas de problemas não rotineiros, abertos, do tipo com falta de dados.

A atividade é sugerida em grupo pois, em análise de experiências similares, ao estarem organizados em grupos, “criou-se, assim, a interação, a possibilidade de troca. Favoreceu-se, dessa forma, o aparecimento, nos alunos, de novas zonas de desenvolvimento proximal, bem como a expansão de zonas já existentes” (MOYSÉS, 1997, p.131)

Assim essa página é dedicada apenas a organização dos alunos em grupos, que pode ser feita por eles mesmos, ou pelo professor ou professora com o intuito de misturá-los em relação aos conhecimentos, habilidades e produção.

Provavelmente essa será a primeira experiência deles com problemas não rotineiros, portanto é importante que você, professor ou professora, esteja preparado para esse primeiro choque e que os incentivem a buscar uma solução, no sentido de motivá-los a enfrentar os problemas, sugerir que busquem estratégias para resolução e não simplesmente respondam que não há solução, sem argumentos.

Em experiências anteriores os alunos, apesar de “perdidos” com o primeiro contato, gostaram da experiência e em outros momentos passaram a ser mais críticos com os enunciados, sendo capazes até de apontar erros e sentidos dúbios.

Sugerimos passar aos alunos um problema de cada vez, ou seja, passar o segundo exercício apenas após discussão e resolução do primeiro.

Enquanto os alunos em grupo tentam solucionar o problema a sugestão é que o professor ou professora passe de grupo em grupo e acompanhe um pouco da discussão, observando se algum grupo está tentando utilizar os passos aprendidos de Polya ou a estratégia aprendida e se, a partir dela, estão conseguindo organizar uma forma para solucioná-lo.

ATIVIDADE 2



Há 26 ovelhas e 10 carneiros em um navio. Qual idade do capitão?
(Stella Baruk 1985)

Reprodução página do aluno

A sugestão é que seja dado pelo menos 20 minutos para a solução e anotações em relação à solução do primeiro problema. Passados os 20 minutos sugere-se que o professor peça para que cada grupo relate um pouco sobre como solucionou o problema. Após os relatos é sugerido ao professor ou professora que relembre a estratégia ensinada para solução de problemas e discuta com os alunos cada passo, buscando assim a resolução do problema.

O objetivo é que os alunos percebam que se trata de problema com falta de dados e, a partir disso, elaborem estratégias para solucioná-lo, como, por exemplo, pesquisar qual é a faixa etária de um capitão normalmente, se atentando ao fato do porte do navio para caber 26 ovelhas e 10 carneiros. Caso algum grupo responda que o capitão tem 36 anos, apenas por somar os números, sugere-se uma discussão.

O objetivo deste problema ainda é o mesmo do anterior, promover heurística e criatividade, minimizando a mecanização no ensino de Matemática. Assim é sugerido ao professor que proponha este problema aos alunos ainda em grupo, onde discutirão para resolver o problema.

Não se espera aqui que os alunos respondam algum valor obtido a partir de uma operação matemática com os números do enunciado, assim como no enunciado anterior, pois se isto ocorrer os mesmos não entenderam o que foi explicado anteriormente,

com o primeiro problema. No caso deste tipo de resposta é necessário retomar as discussões feitas anteriormente.

O que será trabalhado com os alunos neste problema será o fato de que as informações dadas no enunciado não são suficientes para responder à pergunta, então deve-se, para solucionar o problema, buscar uma estratégia, utilizando a criticidade, criatividade e a heurística, para encontrar alguma solução.

Novamente deve-se deixar claro aos alunos que este tipo de problema não há respostas únicas dadas como corretas, mas também deve-se instigar neles um senso crítico para conseguirem distinguir respostas possíveis e respostas mais difíceis ou impossíveis.

ATIVIDADE 2



Ontem 33 barcos entraram no porto e 54 saíram dele. Ontem ao meio-dia havia 40 barcos no porto. Quantos barcos ainda estavam no porto quando anoiteceu? (Brolezzi 2013)

Reprodução página do aluno

ATIVIDADE 2



Um ônibus do exército leva 36 soldados. Se 1128 soldados devem ser levados de ônibus para área de treinamento, quantos ônibus serão necessários? (Brolezzi 2013)

Reprodução página do aluno

Este problema possui o que chama-se normalmente de uma “pegadinha”, não porque o exercício engana o aluno, mas porque pode-se ter uma interpretação diferente a partir do enunciado.

É esperado que os alunos dividam o valor de 1128 por 36 e apresentem como resposta 31 ônibus e restam 12 soldados ou 32 ônibus e essa pode ser considerada uma solução para esse problema, porém após a resolução a sugestão é que o professor ou professora questione os alunos sobre a necessidade de fazer uma única viagem. Isso

porque não há essa informação no enunciado, portanto, pode-se entender que apenas um ônibus é suficiente, fazendo 32 viagens, ou várias outras possibilidades fazendo mais ou menos viagens.

Também é importante estimular a criticidade nos alunos questionando se há em algum lugar do enunciado dizendo que obrigatoriamente o ônibus levará exatamente os 36 soldados possíveis, será que eles não podem resolver que vão apenas metade da lotação por viagem? Será que esse valor esta prevendo pessoas em pé?

Essas discussões e questionamentos aos alunos promovem neles um pensamento mais crítico em relação ao que leem nos enunciados.

Para pensar...



“Como colocamos um elefante na geladeira? E um jacaré?”



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

Reprodução página do aluno

buscando informações como, por exemplo, qual o tamanho dessa geladeira? Qual o tamanho desse elefante? O elefante cabe na geladeira?

Isso porque, ao buscar essas respostas ele esta sendo crítico em relação ao que lhe foi proposto e buscando solucionar esse problema, assim como terá de ser quando se deparar com alguns problemas da vida real.

Ou seja, sua resposta pode ser bem simples como “abra a geladeira, coloque o elefante dentro da geladeira e feche a geladeira”.

Essa atividade de reflexão é uma brincadeira de estímulo às percepções críticas dos alunos. Portanto, aqui sugere-se ao professor ou professora mostrar exemplos comuns de como é possível responder de maneira diferente do esperado às perguntas com falta de informações, por exemplo ao perguntar como colocar um elefante dentro de uma geladeira é importante destacar ao aluno que, antes dele responder que um elefante não cabe dentro da geladeira, ou até responder um “não sei” é importante que ele enfrente esse problema

Assim como o enunciado anterior, o objetivo dessa atividade é apresentar para o aluno como a criticidade e criatividade podem facilitar muitas vezes a resolução de um problema.

Todos nós, provavelmente, já nos deparamos com uma imagem de labirinto onde deveríamos ligar o ponto inicial e final deste. A pergunta é, será que no enunciado sempre está claro que para solucionar esse enigma é necessário passar por dentro do labirinto?

Sugere-se fazer esse mesmo

Para pensar...

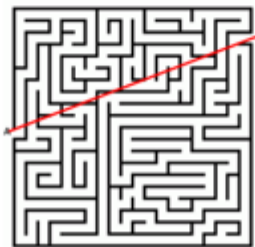


Como é possível ligar os pontos A e B na figura abaixo?



Reprodução página do aluno

questionamento aos alunos com o objetivo de fazê-los refletir sobre a importância dos detalhes no enunciado. Uma solução possível é:



Aqui também é um momento de reflexão para nós professores, será que deixamos claro o que queremos que seja feito naquela situação?

ATIVIDADE 2



Um grupo de boias-frias tem dois terrenos para arar, um dos quais tem o dobro da área do outro. No primeiro dia, todos eles começam pelo terreno maior até a metade do dia, quando metade deles foi para o terreno menor. No final do dia, o terreno maior estava arado e do menor sobrou uma área que foi completada por um único trabalhador durante todo o dia seguinte. Quantos boias-frias compunham o grupo inicial?

(Brolezzi 2013)

Reprodução página do aluno

Esse último problema da atividade 2 parece ser um problema rotineiro, porque aparentemente é possível descobrir quantos boias-frias compunham o grupo, mas isso na verdade só é possível se criarmos hipóteses para a resolução.

Ao ler com atenção o enunciado, percebe-se que em nenhum momento é dito que todos os boias-frias trabalham de maneira semelhante, ou seja, aram uma determinada área em um determinado tempo. Também não é deixado claro se os terrenos estão na mesma condição para serem arados ou se um

dará mais trabalho que o outro, por exemplo, independente do seu tamanho.

Assim a ideia aqui é que os alunos percebam essa falta de informação antes de iniciarem a solução. A partir dessa percepção, sugere-se ao professor ou professora que promova uma discussão sobre a necessidade de criar hipóteses para solucionar esse problema e lembrar de escrevê-las na solução.

REFLITA



Será que quanto mais informações melhor?



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

Reprodução página do aluno

Nesta página sugerimos que seja promovido pelo professor um momento de reflexão junto com os alunos, questionando-os sobre a quantidade de informações no enunciado.

Eles sabem como é ter o suficiente e acabaram de ter a experiência da falta de dados.

Qual é a opinião e expectativa deles para problemas com excesso de dados? Será que são mais fáceis ou mais difíceis?

ANOTAÇÕES



Esta página é reservada para o registro da discussão anterior com os alunos.

Reprodução página do aluno

ATIVIDADE 3



Você possui 5 chocalhos em um quarto e 3 cobertores em outro quarto. Quantos anos você tem?

Reprodução página do aluno

A atividade 3 inicia com o primeiro problema com excesso de dados na sequência didática.

O objetivo desse problema é que os alunos percebam que há informações desnecessárias para sua resolução.

Aqui não espera-se mais respostas mecanizadas como “8” por exemplo, que é a soma dos valores no enunciado, a não ser, é claro, que essa seja a idade do aluno. Caso isso ainda ocorra é necessário que o professor ou professora promovam um momento de discussão sobre.

Um das características dos problemas com excesso de dados é a função dessas informações a mais. Elas são tratadas como distratores, pois distraem os alunos que não estão prestando atenção e acabam, mecanicamente, respondendo o que parece mais rápido e óbvio.

Aqui a intenção é, além de promover a criticidade nos alunos, também minimizar a mecanização na resolução de problemas.

Assim como o enunciado anterior, o objetivo dessa atividade é apresentar ao aluno a importância da atenção na leitura e interpretação.

Esse enunciado é bem próximo de um problema rotineiro, porém há alguns distratores que são dois valores escritos por extenso e um valor que não deve ser considerado na solução por não ser uma quantidade de gravata e sim de cachecóis.

Assim a solução desse problema é apenas a soma de 40, 56, 18, 4, 8 e 288.

ATIVIDADE 3



Hermengardo é uma girafa macho. Ele adora gravatas-borboleta. Diz que elas valorizam seu pescoço. Hermengardo tem 40 gravatas lisas, 56 de bolinhas, 18 listradas, quatro xadrez, oito de estampados diversos, 288 floridas e 30 cachecóis. Quantas gravatas Hermengardo tem?

(Brolezzi 2013)

Reprodução página do aluno

Mais uma vez é importante que o professor ou professora promovam uma discussão entre os alunos caso haja sinais da mecanização como a soma de todos os valores, incluindo os cachecóis, ou quando os alunos não somarem as gravatas xadrez e as de estampados diversos.

ATIVIDADE 3



Há dois fios pendurados no teto da sala a certa distância um do outro. Segurando um deles com a mão, não se consegue alcançar o outro com a outra mão. A sua tarefa é amarrar os dois fios. Você dispõe de um dicionário, um grampeador, um copo, uma rã viva e um alfinete. Como você juntaria os dois fios? (Brolezzi 2013)

Reprodução página do aluno

Essa sequência didática acaba aqui, mas gostaríamos de convidá-los, mais uma vez, para participar de nossos grupos de discussões e reflexões sobre problemas não rotineiros como ferramenta para minimizar a mecanização no ensino de Matemática.

Estamos no Instagram com o @demaisoudemenos ou nos encontre pela página <https://sites.google.com/view/demaisoudemenos/>.

Finalizando essa sequência didática propomos um problema não rotineiro, aberto e com excesso de dados.

Aqui não há uma única resposta possível e correta, portanto o objetivo aqui é a promoção da criatividade, dado que os alunos terão de pensar em como solucionar o problemas, e da criticidade, porque aqui é importante que o aluno perceba que, mais uma vez, não há necessidade de utilizar todos os dados do enunciado para encontrar uma solução para o problema.

Referências bibliográficas

BARUK, S. *L'âge du capitaine*, Paris : Seuil, 1985.

BROLEZZI, A. C. **Criatividade e Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

MOYSÉS, Lucia. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. Campinas, SP: Papyrus, 1997.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto metodológico**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.





Andréa é professora da rede pública municipal de São Paulo desde 2017, está em sala de aula desde 2012. É licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo, possui licenciatura em Pedagogia, especialização em Neuropsicopedagogia e é mestranda em Ensino de Ciências e Matemática no Instituto Federal de São Paulo, orientada pela Prof^a Dr^a Rebeca Vilas Boas Cardoso de Oliveira.



PRODUTO EDUCACIONAL – SEQUÊNCIA DIDÁTICA VERSÃO ALUNOS

Resolução de Problemas com falta ou com excesso de dados

Andréa de Cássia Alarcon Santos



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

Nome:

Ano:

Professor(a):

Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com



Esta é uma sequência de atividades matemáticas diferenciadas, coletadas por mim, professora Andréa Alarcon Santos, com a intenção de propor a resolução de problemas e seu entendimento.

Espero que goste!

Preparado(a)?

ATIVIDADE 1



Dada a adição a seguir, determine o valor de cada letra sabendo que D vale 5, que cada letra possui um valor diferente e que esses valores são de 0 a 9.

$$\begin{array}{r} \text{D O N A L D} \\ + \text{G E R A L D} \\ \hline \text{R O B E R T} \end{array}$$

(Bartlett 1958, in POZO, 1998).

A questão acima é um problema ou um exercício?

Anote aqui o que foi discutido
em sala com seus colegas



Anote aqui os quatro passos de Polya
para solução de qualquer problema

REFLITA



Agora pense nos seus problemas do seu dia a dia. Todas as informações necessárias para solucioná-los são dadas?

Consegue pensar em um problema que não possui informações suficientes para solucioná-lo, ou que possua mais informações do que o necessário? Exemplifique.

Para pensar...



“Como colocamos um elefante na geladeira? E um jacaré?”

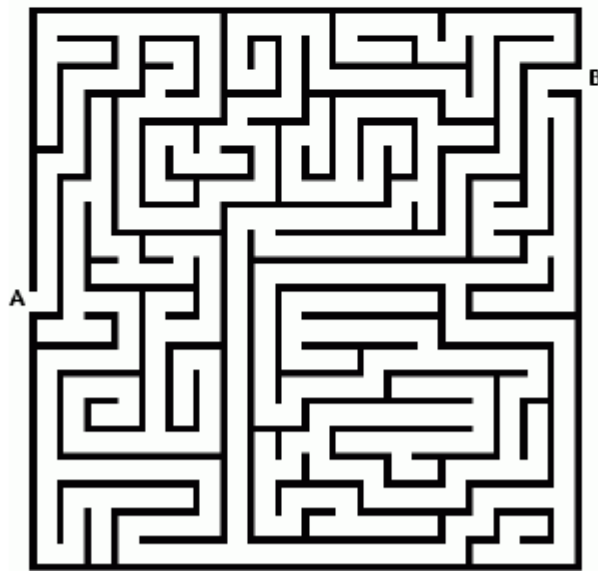


Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

Para pensar...



Como é possível ligar os pontos A e B na figura abaixo?



ATIVIDADE 2



Um grupo de boias-frias tem dois terrenos para arar, um dos quais tem o dobro da área do outro. No primeiro dia, todos eles começam pelo terreno maior até a metade do dia, quando metade deles foi para o terreno menor. No final do dia, o terreno maior estava arado e do menor sobrou uma área que foi completada por um único trabalhador durante todo o dia seguinte. Quantos boias-frias compunham o grupo inicial?

(Brolezzi 2013)

REFLITA



Será que quanto mais informações melhor?



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

ATIVIDADE 3



Há dois fios pendurados no teto da sala a certa distância um do outro. Segurando um deles com a mão, não se consegue alcançar o outro com a outra mão. A sua tarefa é amarrar os dois fios. Você dispõe de um dicionário, um grampeador, um copo, uma rã viva e um alfinete. Como você juntaria os dois fios? (Brolezzi 2013)

Espero que tenha sido uma experiência maravilhosa a você.

Referências bibliográficas

BARUK, S. *L'âge du capitaine*, Paris : Seuil, 1985.

BROLEZZI, A. C. *Criatividade e Resolução de Problemas*. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

POZO, J. I. (Org.). *A solução de problemas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.



Fundo vetor criado por freepik - br.freepik.com

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARUK, S. **L'âge du capitaine**, Paris : Seuil, 1985.

BROLEZZI, A. C. **Criatividade e Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

MOYSÉS, Lucia. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. Campinas, SP: Papirus, 1997.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto metodológico**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.